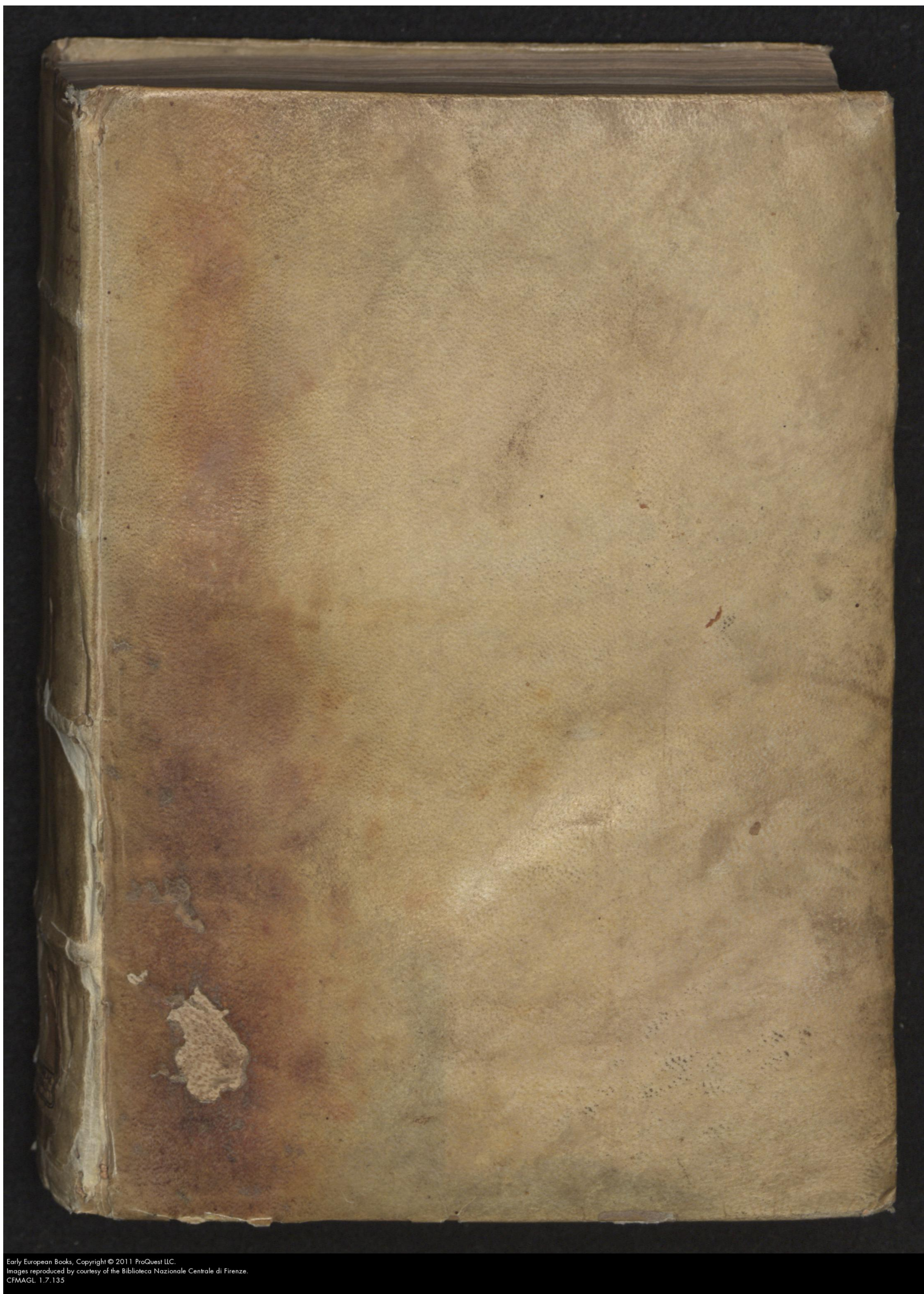
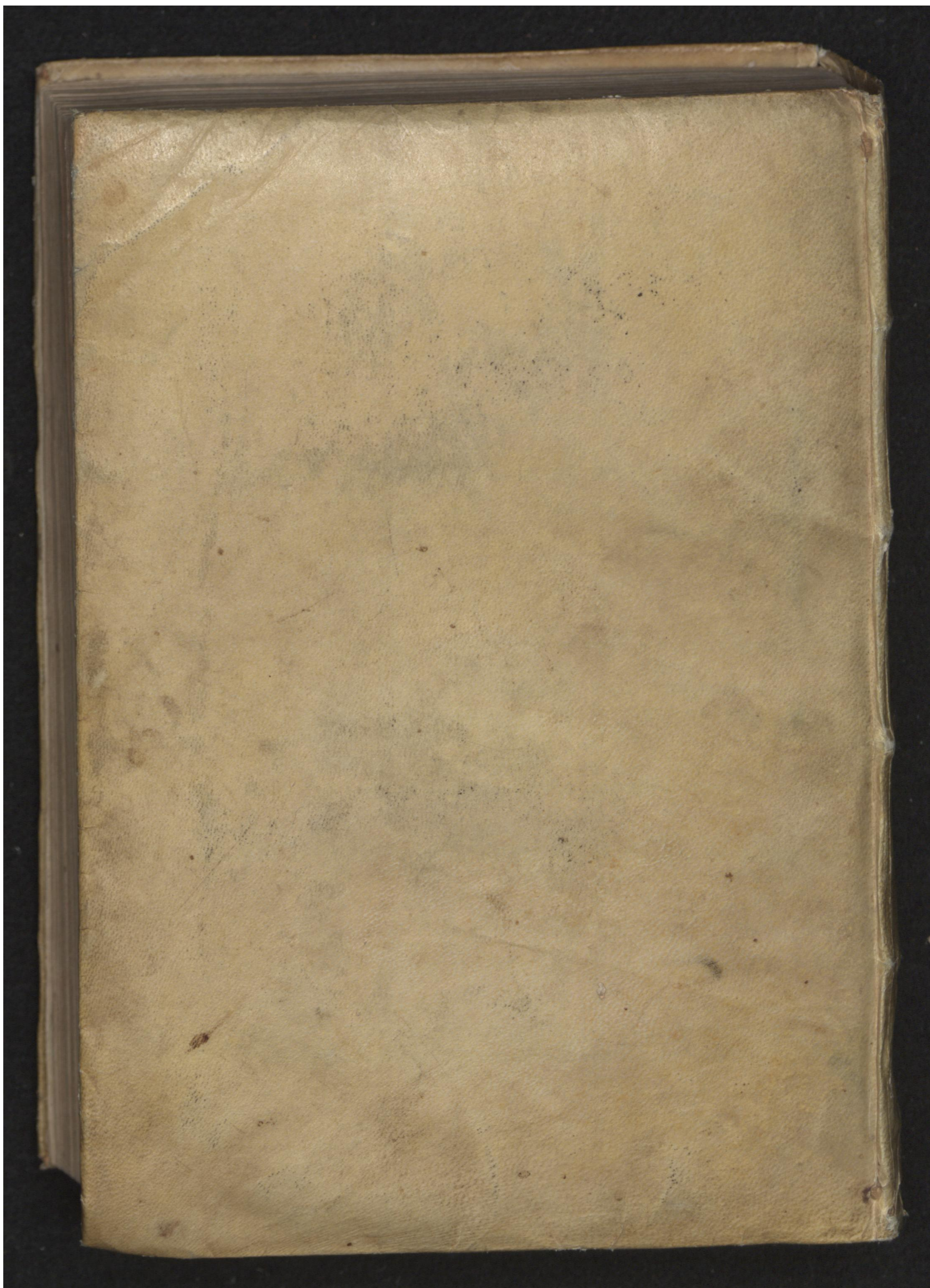


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.7.135




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.7.135

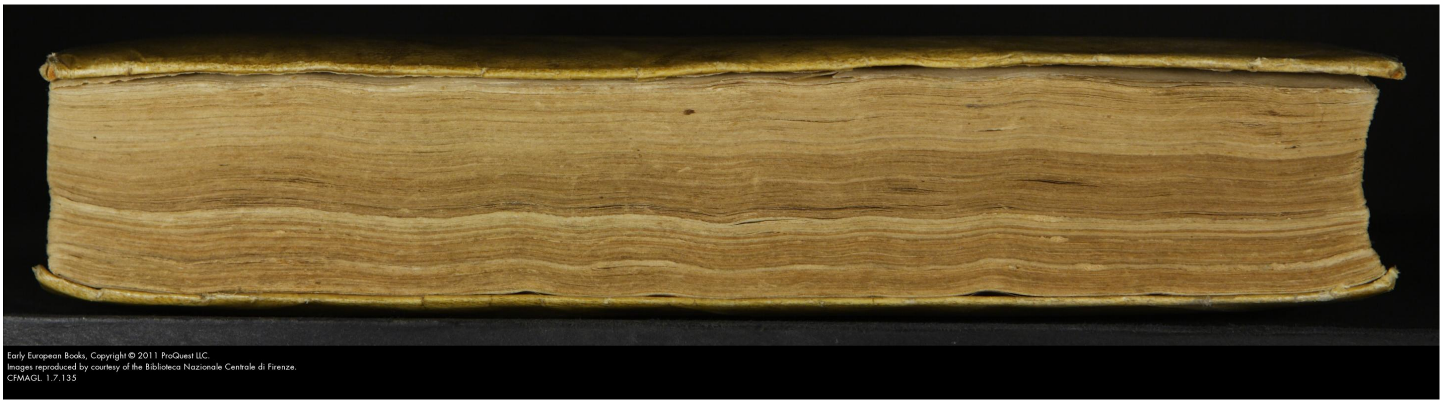


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.7.135



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

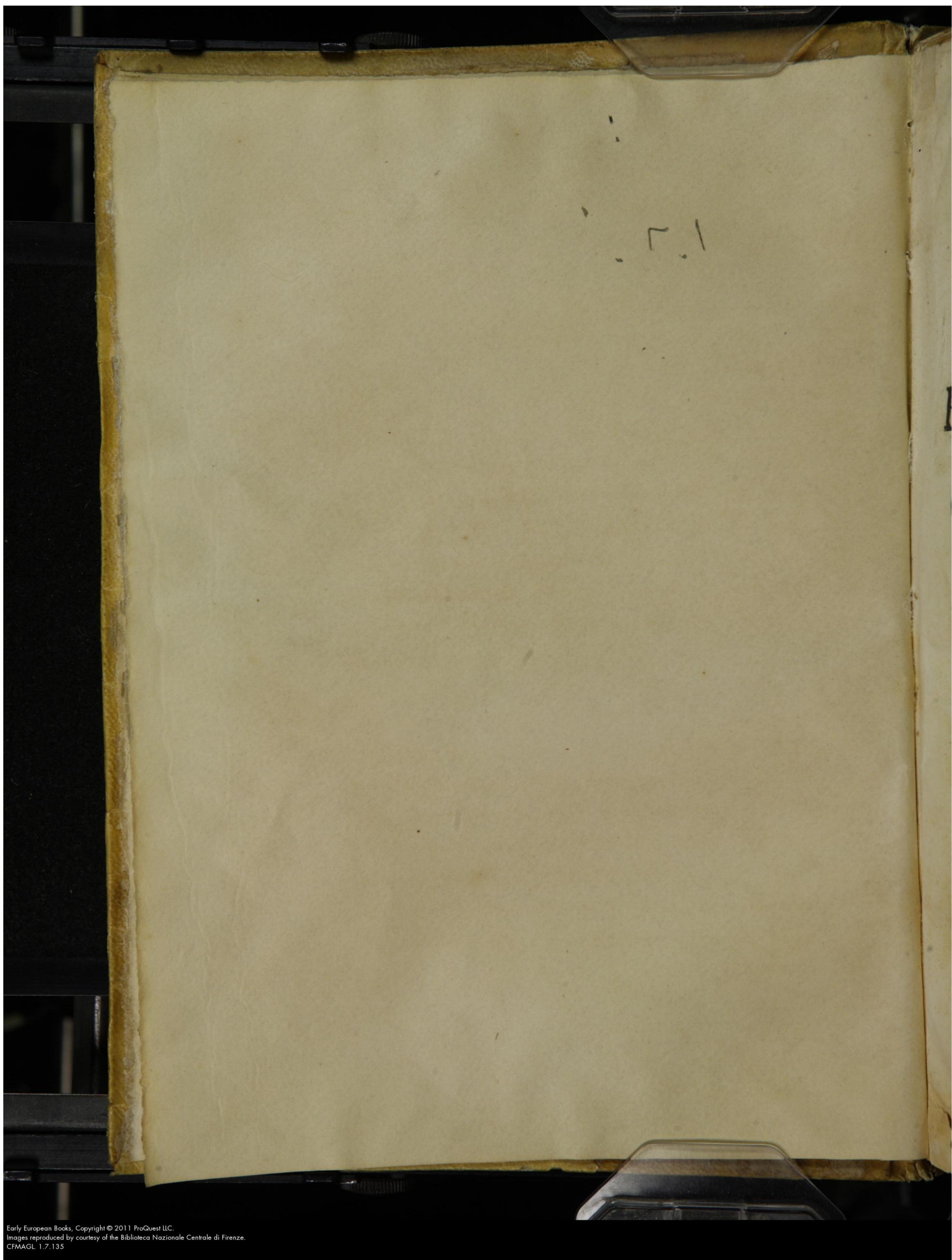
1
7
135
BIBLIOTECA NAZIONALE
CENTRALE • FIRENZE •




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

1. 7. 135

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.7.135

# EXERCITATIONES GEOMETRICÆ SEX.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# EXERCITATIONES GEOMETRICÆ SEX.

I. De priori methodo Indiuisibilium.
II. De posteriori methodo Indiuisibilium.
III. In Paulum Guldinum è Societate Iesu dicta Indiuisibilia oppugnantem.
IV. De vsu eorumdem Ind. in Potestatibus Cossicis.
V. De vsu dictorum Ind. in vnif. diffor. grauibus.
VI. De quibusdam Propositionibus miscellaneis, quarum synopsim versa pagina ostendit.

*Auctore F. Bonauentura Caualerio Mediolanensi Ordinis Iesuatorum S. Hieronymi Priore, & in Almo Bononiensi Archigymnasio primario Mathematicarum Professore.*

*AD ILLVSTRISSIMOS, ET SAPIENTISS.*

SENATVS BONONIENSIS QVINQVAGINTA VIROS.






BONONIÆ, Typis Iacobi Montij. 1647. *Superiorum permissu.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# SYNOPSIS.

## Præfatæ Exercitationis Sextæ, quæ ſine Indiuiſibilibus procedit.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135



# ILLVSTRISSIMI, ET SAPIENTISSIMI DOMINI.





Apientiam tanquam Hominis procreatricem nobilissimam prudentissimi quamplures, interquos est Cicero 7. de finibus, agnouerunt viri, ac venerati sunt, illa nanque meliori luto præcordia fingens, vno Ioue minores efficere nouit, quos literis insignioribus satos esse eadem probauit; haud equi-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

dem fallar ego si dixerim, quod ipsamet *vi-ctrix fortunæ prima docens rectum SAPIEN-TIA plurima felix*, vt canebat ille, felicissimæ Vrbis Felsineæ vestræ (Senatores sapientissimi) Solo, & Cœlo multis iam ab sæculis desponsata fuerit; fœcundissimum enim Bononiense Cœlum Studiorum Parens admirabile docet in æternitatem, & viros profundissimæ doctrinæ innumeros profudit semper. Quid ni igitur ego, vitali hac aura octodecim ab hinc annis perfruens, illustri Professionis primariæ Mathematicarum apud Vos auctus titulo, Sapientiæ ipsius qualis qualis filius & alumnus non dicar, & habear? cum itaq; me non diuitem sapientiæ habeam sed à diuite sapientia adiutum sperem, omnia me etiam vobis debere verissima confessione prędicabo, grati vndè animi signa in publicum prodire sæpe sæpius gestiunt. Discursiuam rerum cognitionem ex præcognitorum vì, & efficatia firmitatem, & certitudinem adipisci docebat Aristoteles; quam veritatem in me ipso comperi abunde exemplificatam, dum vestræ benignitatis, & liberalitatis præexistentia, & præcognitio illam mihi tribuit effica-

fica-

ficatiam, atq; illud animi robur est impartita, vt his Exercitationibus lucubrandis, scribendis, atq; cudendis, alioquin debillimus, suffecerim.

*Omnia deficiũt, animus tamen omnia vincit,*
*Ille etiam vires corpus habere facit.*

quemadmodum canebat Ouidius. O' munera, ò sapientiæ nunquam effætam Gloriam! non possum propterea isthæc omnia mente, manuq; non versare diurna, nocturnaq; simul, & vt loquar cum Poeta Sulmonense non Poeticè *Semper in oblita repetam quæ munera mente*. His ergò Exercitationibus Mathematicis spiritus, quos potui eruditiores à vobis mihi præstitos, atq; concessos in aciem deduxi, in campumq; & arenam docti certaminis pro veritatis defensione euocaui, & has vobis dicandas, & vouendas iure meritò duxi, quia iacentes artes omnes liberales erigendi, atq; sublimandi ea polletis auctoritate, vt irrita quoque fieri conspiciantur in dies quot quot orbem ipsum doctrinarum supplantare iactant aduersantia machinamenta; quò spectat illud aureum verè Socratis effatum, in bello scilicet auro ferrum pręstare, at in ciuili vita

pri-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

primas tenere eruditionem? iure ergò per quam optimo vobis, Italicarum, immò totius orbis præcipuarum Athenarum Patres, hæ debẽtur Exercitationes, qui in perpetua Exercitatione ornandi, & adaugendi doctrinas omnes, & doctrinarum veros Asseclas feliciter estis. Felicissimi diutissimè viuite.

Bononiæ die 7. Nouemb. Anni 1647.

DD. VV. Illustriss.

Deditiss. & Deuinctiss. Cliens

***F. Bonauentura Caualerius.***

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# Lectori Beneuolo.



*On vna quidem, ſed plures, & haud inefficaces impulere me cauſæ ad has Exercitationes Mathematicas, et meditãdas, & publici iuris faciendas, amice Lector, nec me abſterruit, aut à propoſito auertere potuit, quod in hoc ſæculo ingeniorum valdè ſublimiũ feraci impoſſibile ferè videatur quidquam noui in medium proferre, vndè vlterioribus auſibus locum præripuiſſe tot opera nobiliſſima, & Aritmetica, Aſtronomica, & Geometrica noſtris hiſce temporibus Mercurij, aut Iouis ipſius, vel celſioris Aſtri Calamo dictata, cenſeri poſsint; alacri animo arctiſsimam hanc triui ſemitam, quæ ad virtutis cliuum ducit* Non datur ad Muſas currere lata via *canebat ille, quia ſcientiã, non ſolum ſcientia preſtãtiorem eſſe, ſed & modum exponẽdi ſcientiã aliquam modo alio eandem exponendi ſcientiam præferri didici ex Philoſophorum principe Ariſtotele; difficilem quidem prouinciam agnoui, ſed pulchram, & ideò iucundam, & exoptabilem* Non iuuat ex facili lecta corona iugo *Canebat Prop. l. 4. eleg.*

eleg. Rethorica ne dicam Sophiſtica pigmenta artifitiosè nimis vſurpata veritati faciem ità per linire poſsunt, & immutare, vt aniles propoſitiones ſpeciem viraginum ementiantur, & tãquam ſolida ſcientificarum concluſionum fundamenta à mediocribus ingenijs accipi, & haberi poſsint; erit quidem nouum, & ſimul vtiliſsimum inuentum veritatis faciem nudare, perſonam illi detrahere, & velamenta argumentorum apparentium reuelare, quibus coloribus inſuſsiſtentibus cognitis, atq; perſpectis intellectuum lumina illuſtrabuntur, & perficientur egregiè; adde quod ex docta æmulatione virtus augeſcit, & in exactam venit cognitionem, ex qua Gloria conſurgit Immenſum Gloria calcar habet appoſitè vates ille: Glorioſam ſanè exiſtimaui fore cum præclariſsimo, & doctiſsimo Guldino diſſertationem, vt meam Indiuiſibilium tuerer doctrinam, & oſtenderem obiecta rationum pigmenta, eſſe acutiſsimi quidem, & nobiliſsimi ingenij inuenta, ſed neutiquam talia, quæ meæ Indiuiſibilium Geometriæ rè ipſa quicquam officiant, & hæc fuit cauſarum, quas innui ſuperius, potiſsima, propterquam calamum arripui ad oſtendendum præcipuè meas Geometriæ Indiuiſibilium à me

iam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*iam pridem editas, assertiones à veritate nusquã aberrasse, sed eidem veritati Indiuisibiliter iũctas fuisse, quod si præstitero, vt spero, operæ pretium in reliquis etiam fecisse arbitrabor. Vna etenim* virtus repulsæ nescia sordidę Hęc manet, hæc auidos effugit vna rogos. *Sic lyrici, & Sulmonensis carmina monent. Alia accedit causa huiusce meæ scriptionis, & apud me non exigui momenti, quod meum docendi è primo subsellio Mathematicas disciplinas in hoc Bononiensi Archigymnasio munus alicuius fructuosi profectus in ijsdem facultatibus maturationem promouebat; literaria studiosorum militia tesseram expetebat; & Mineruális tãdem Res publica satisdationem quandam pro doctrinæ prolatæ tutela, & indemnitate contrà, non modò ingeniosa obiecta, sed cõtra ipsius otij destructoris vires occultas imperauit quodamodo; altius enim animo meo insedit vtilissima, & aurea illa Amasis antiqui Aegyptij Regis lex ad omnes trãsferenda hominũ ordines, & ætates proportionabiliter, qua quilibet propriæ rationem vitæ anteactæ certo tempore reddere cogebatur; hanc moralem mihi necessitatem hac euulgandi scripta scientiarũ, & pulcherrimæ veritatis amor, otijq; & inscitiæ turpissimæ*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ſimæ inexpiabile itidem odium imperarunt. In his habebis ſcriptis, (candide Lector) meam non minus candidam in te fidem, & iuuandi contentionem, quā multa ſcitu digna, & vtilia, vt reor, quorum te Iudicem æquiſsimū, ſed nonniſi tota, vt aiunt, lege perſpecta, appello; in prima ſpeciatim harum ſex Exercitationum ſyncera offeretur tibi intentio mea, ambitionis, & peruicatiæ vitio carens, & boni, veriq; ſolum appetens. In ſecunda earundem tractandarum materierum exponetur ſeries, & Indiuiſibilium dilucidabitur vtilitas, in qua aſſentiēs Indiuiſibilibus omnes demōſtrationes præterire poteris, quæ sūt à pag. 116. vſq; ad pag 174. in tertia Clariſsimi Antagoniſtæ laudes recenſentur, quibus vlla in re ex reſponſionibus afferendis detrahendum eſſe ſolemnis fit proteſtatio. In Quarta extenditur Indiuiſibilium admiranda vtilitas in omnibus coſsicis poteſtatibus. In quinta noua traditur ſpeculatio circa difformes grauitates ponderandas. In ſexta demum variorum problematum elucidatio pro iucundo quodam Par ergo ab Indiuiſibilium doctrina nimis ſeuera diuiſibili eſt adiecta. In hoc ego volebam ante mearum Exercitationum lectionem te eſſe exercitatum. Vale.

EXER-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135



# EXERCITATIO PRIMA.

## In qua Prioris Methodi Indiuisibilium fundamenta enucleantur.



*RODIIT in lucem ferè decem ab hinc annis mea Geometria, nouis superstructa fundamẽtis, & in Lib. 7. distributa cui propterea titulũ feci. Geometria Indiuisibilibus continuorũ noua quadã ratione promota, &c. Eandẽ tamen hic, breuitatis causa, Geometriã Indiuisibiliũ appellabimus. Quoniã verò nulla amplius inueniũtur penes Bibliopolas exẽplaria, propterea nunc aliqualiter & huic defectui supplere volui, & ijs pariter satisfacere, qui vel dicta carent Geometria, vel habentes, totam videre fastidiunt, cum tamen horum Indiuisibilium saltem vsum cupiant intelligere. Hoc in præsenti, ac subsequenti Exercitatione præstare contendi, ijs tantum è dicta Geometria desumptis, quæ magis ad Lectoris instructionem circa dictum vsum opportuna visa sunt; adiectis & Notis per numeros digestis, quibus huc ex eadem translata, nonnihil maioris claritatis aquirant. Accessit & ratio, quod cum Guldinus in sua Centrobaryca contra dictæ Geometriæ fundamenta quasdam dubitationes in me-*

dium attulerit (quarum erit in tertia Exercitatione discussio) oportuit prius disputationis subiectum Lectorem edoceri, vt eiusdem satis capax, legitimam subinde ferre possit sententiam, an aliquid hinc Geometris sit sperandum vtilitatis, vel tamquam pseudogeometricum nouum hoc demonstrandi genus sit prorsus reijciendum. Certè si fructum Indiuisibilium ope hucusque collectum, præcipuè (vt meorum inuentorum in supradicta Geometria tenuitatem silentio prætercam) industria, ac solertia præstantis, & acerrimi Geometræ, ac Ser. Etruriæ, Magni Ducis Mathematici Euangelistæ Torricellij attentè consideremus, illa non omnino videbuntur negligenda. Iam enim toti Reipublicæ Literariæ satis constat in illius Operibus Geometricis, quam faciliter difficillimorum Problematum solutionem per hæc obtinuerit. Vtpote in multiplici per ipsa quoque Indiuisibilia quadrandæ Parabolæ ratione: in dimensione spatij cycloidalis, quæ per hæc adeò peruia facta est, vt Problema visum plerisq; Geometris summæ difficultatis, facillimum euaserit. Quinimmò & corpus (quod ipse vocat, Solidum acutum hyperbolicum) infinitæ longitudinis, Geometriæ insolens, sed tamen admirabile, vt & Cochleam, per Indiuisibilia tamen curua (quibus & ipse huiusce methodi fines mirè ampliauit) mensuræ subiecit. Vt verò magis hæc vtilitas elucescat, ijs, quæ in dicta Geometria à me inuenta sunt, nonnulla quoq; adijciam post Exercitationem tertiam, vt hæc omnia, benigne Lector, tuo subijciantur iudicio. Nunc autem sequuntur Notæ in Librum secundum dictæ Geometriæ, vt illius doctrina, in qua præcipuè consistit prior methodus Indiuisibilium, captu facilior euadat.

In

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

I.

*IN Noua Geometria Indiuisibiliũ adhibentur ipsamet Continui Indiuisibilia tamquam præcipuum instrumentum ad figurarum tam planarum, quam solidarum mensuram comparandam.*

II.

*Ad hanc autem duplicem viã instituimus. Priorem quidem exhibent sex priores dictæ Geometriæ Libri (etsi primus contineat potius communem vtrique viæ Lemmaticam doctrinam, dum similium figurarum, cylindricorum, & conicorum, quos explicant definitio 3. 4. 10. & 11. passiones præcipuè considerat) posteriorem verò continet Liber septimus. Vtramq; igitur non incongruè methodum Indiuisibilium appellabimus, nempè illam priorem, posteriorem alteram.*

III.

*In vtraq; methodo ad mensuram planarum figurarum adhibentur lineæ rectæ vni cuidam signatæ lineæ (quæ earum dicitur regula) parallelæ, in ipsis figuris numero indefinitæ mente describtibiles, ac desinentes ad duas illas, quæ ex opposito tangunt easdem figuras, dicunturq; in B. def. pr. Libri primi, earum oppositæ tangentes, quarum altera tanquam cæterarum parallelarum regula sumi consueuit. Ad mensuram verò solidarum adhibentur plana vni cuidam signato plano (quod eorum dicitur regula) æquidistantia, in ipsis solidis numero indefinita mẽte describtibilia, ac desinentia ad duo illa plana, quæ ex opposito tangunt ipsa solida, dicunturq; in B. def. 2. Lib. pr. eorum opposita tangentia plana, quorum alterum tanquam cæterorum æquidistantium planorum regula sumi solet.*

IV.

*Hinc manifestum est figuras planas nobis ad instar telæ parallelis filis contextæ concipiendas esse: solida verò ad instar Librorum, qui parallelis folijs coaceruantur.*



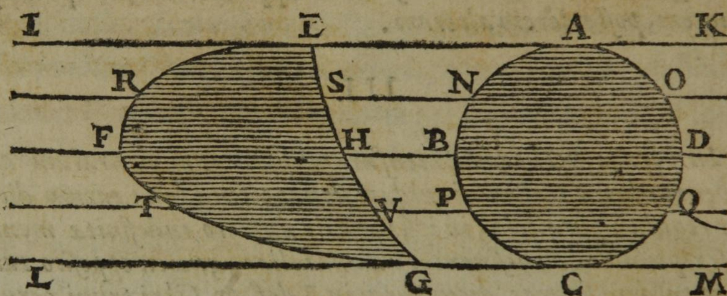
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

V.

*Cum verò in tela ſint ſemper fila, & in libris ſemper folia numero finita, habet enim aliquam craſsitiem, nobis in figuris planis lineæ, in ſolidis verò plana numero indefinita, ceu omnis craſſitiei expertia, in vtraq; methodo ſupponenda ſunt. His tamen vtimur cum diſcrimine, nam in priori methodo illa conſideramus, vt collectiuè; in poſteriori vero, vt diſtributiuè comparata.*

VI.

*Sint enim ex. gr. duæ quæcunq; figuræ planæ, A B C D, E F G H, in ijsdem parallelis, I K, L M, conſtitutæ, earum autem altera, vt L M, ſumatur tanquam regula parallelarum in eiſdem figuris numero indefinito ducibilium, quarum aliquæ in figura, A B C D, ſint, N O, B D, P Q, &c. & in figura, EFGH,*




*ipſæ; R S, FH, TV, &c. Nunc ergo dupliciter poſſumus comparare lineas figuræ, A B C D, ad lineas figuræ, E F G S, nempè vel collectiuè, hoc eſt comparando aggregatum ad aggregatum: vel diſtributiuè ſc. comparando ſingillatim quamlibet rectam figuræ, A B C D, cuilibet rectæ figuræ, E F G S, ſibi in directum exiſtenti. Iuxta priorem rationem procedit prior methodus, comparat enim ad inuicem aggregata omnium linearum planarum figurarum, & aggregata omnium planorum ſolidorum, quotcumque illa ſint. At iuxta poſteriorem ſe habet poſterior methodus, comparat enim ſingulas lineas ſingulis lineis, & ſingula plana ſingulis planis, ijſdem in directum conſtitutis. Vtraque autem tradit ſuam regulam generalem ad figurarum menſuram comparandam, quarum prior talem profert.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

VII.

*Si in duabus quibuscunq; figuris planis, etiam non in eadem altitudine existentibus, omnes lineæ vnius figuræ, cuidā signatæ regulæ parallelæ mente describtibiles, & collectiuè sumptæ, fuerint æquales omnibus lineis alterius figuræ, cuicunque signatæ regulæ parallelis, mente describtibilibus, & collectiuè sumptis; etiam ipsæ figuræ erunt æquales: & è contra. Vt in schemate nu. 5, si sint æquales, R S, N O, vt &, F H, B D, necnon, T V, P Q & reliquæ, &c. collectiuè sumptæ; etiā ipsæ figuræ ABCD, E F G H, erunt æquales. Immò vniuersaliter quamcumq; rationem habuerint omnes lineæ ad omnes lineas, eandem habebunt, & ipsæ planæ figuræ. Similiter in solidis, si omnia plana vnius fuerint æqualia omnibus planis alterius, sumptis ijsdem quibuscunq; regulis, etiam ipsa solida erūt æqualia: & si omnia plana habuerint quācunq; rationem inter se, eandem habebunt & ipsa solida: & è contra. Vt in eodem Schemate nu. 5. si A B C D, E F G H, supponantur figuræ solidæ, & fuerint æqualia plana, RS, N O; F H, B D; T V, P Q, & reliqua &c. etiam ipsæ figuræ, ABCD, EFGH, erunt æquales: vel quamcunq; illa collectiuè sumpta, habuerint rationem, eandem & ipsæ figuræ solidæ retinebunt.*

VIII.

*Posterior methodus paulò strictiorem affert, & est huiusmodi. Si in duabus quibuscunq; figuris planis in ijsdem parallelis constitutis, quarum altera sit regula, singulæ lineæ cum singulis lineis in directum existentibus, communiq; regulæ parallelis, collatæ, fuerint æquales; etiam ipsæ figuræ erunt æquales. Immo vniuersaliter quamcunq; rationem communiter habuerint dictæ lineæ singillatim sumptæ, eandem habebunt & ipsæ figuræ. Sic in solidis si plana vnius communi regulæ æquidistantia fuerint æqualia planis alterius eidem regulæ æquidistantibus, etiam ipsa solida erunt æqualia: & quamcunq; rationem communiter illa habuerint inter se, eandem habebunt & ipsa solida, quæ tamen supponimus esse in ijsdem oppositis tangentibus planis, quorum alterum sit eorum communis regula.*

IX.

*Ex his duabus vnica regula generalissima construi potest, quæ erit totius dictæ Geometriæ compendium, nempè huiusmodi.*

FIGV-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*FIGVRAE TAM PLANAE, QVAM SOLIDAE, SVNT IN RATIONE OMNIVM SVORVM INDIVISIBILIVM COLLECTIVE, ET (si in ijsdem reperiatur vna quædam communis ratio) DISTRIBVTIVE AD INVICEM COMPARATORVM.*

X.

*Ex his manifestum fit ad indagandam rationem, & mensurã, duarum datarum figurarum, tam planarum, quam solidarum, iuxta priorem methodum expendendam esse rationem, quam habent aggregata omnium Indiuisibilium in ijs mente describtibilium iuxta datam regulam. Secũdum posteriorem verò quærendum esse an in singulis Indiuisibilibus in directum constitutis, siue sint lineæ rectæ, siue plana, reperiatur quædam communis ratio. Etenim eandem habebunt & ipsæ figuræ.*

XI.

*Vt verò Lector de supradictorũ congruentia, præcedentiumq; regularum generalium, seu dictæ regulæ generalissimæ veritate, certus fiat, afferemus hic ea quæ in dictis 7. Libris descripta ad explicationem, & confirmationem vtriusq; methodi facere videbuntur, cæteris prætermissis. Prius autem exponentur in hac Exercitatione Prima, quæ pertinent ad enucleandam priorem methodum, & hæc suppeditabit eiusdem Geometriæ Liber 2. Posterius verò in Exercitatione 2. afferemus, quæ spectant ad methodum posteriorem, quorum præcipuam partem è Lib. 7. desumemus. Sequuntur ergo Definitiones, & Postulata eiusdem Libri secundi.*

## DEFINITIONES.

I.



SI per oppositas tangentes cuiuscunq; datæ planæ figuræ ducantur duo plana inuicem parallela, recta siue inclinata ad planum datę figurę, hinc inde indefinitè producta; quorum alterũ moueatur versus reliquum eidem semper æquidistans donec illi congruerit: singulæ rectæ lineæ, quæ in toto motu fiunt communes sectiones plani moti, & datæ

Post Secũ. lib. 1.

datæ figuræ, simul collectæ vocentur: Omnes lineæ talis figuræ, sumptæ regula vna earundem; & hoc cum plana sunt recta ad datam figuram: Cum verò ad illam sunt inclinata vocentur. Omnes lineæ eiusdem obliqui transitus datæ figuræ, regula pariter earundem vna; libeat tamen, cum expediet, etiam prædictas vocare, recti transitus, sicuti has, obliqui transitus, eius nempè, qui fit in tali æquidistantium planorum ad datam figuram inclinatione. E Defin. Sec.l.1.

## COROLLARIVM.

HInc patet, quoniam oppositæ tangentes regula quacunq; in data figura duci possunt, etiam omnes lineas datæ figuræ regula quacunque recta linea proposita haberi posse, tum recti, tum etiam eiusdem obliqui transitus. Coro. Pri. l.1.

II.

SI, proposito quocunq; solido, eiusdem opposita plana tangentia regula quacunq; ducta fuerint, hinc inde indefinitè producta, quorũ alterum versus reliquum moueatur semper eidem æquidistans, donec illi congruerit; singula plana, quæ in toto motu concipiuntur in proposito solido, simul collecta, vocētur: Omnia plana propositi solidi, sumpta regula eorundem vno. Coro. Pri. l.1. Post Sec. l.1. E Defin. l.1.

## COROLLARIVM.

HInc etiam discimus, veluti propositi solidi opposita tangentia plana quacunq; regula duci possunt, ita eiusdem omnia plana regula quocunq; plano haberi posse. Coro. Pr. l.1.

III.

SI oppositis tangentibus planis occurrant interius duæ rectæ lineæ, vna perpendiculariter, reliqua obliquè; puncta, quæ sunt communes sectiones propositæ lineæ perpendiculariter incidentis, & singulorum planorum, quæ collecta dicuntur, omnia plana (ita tamen producta, vt easdem secare possint) siue puncta, quæ sunt communes sectiones eiusdem, & moti plani, fiuntq; in toto motu, simul collecta vocentur: Omnia puncta recti transitus propositæ lineæ perpendiculariter incidentis; quæ in obliquè incidente vocentur, eiusdem obliqui transitus.

COROL-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIVM.

EX hoc habetur ſingula puncta recti tranſitus, vel obliqui, incidentis lineæ, nedum eſſe communes ſectiones illius, & ſingulorum, quæ collecta dicuntur, omnia plana propoſiti ſolidi, ſed etiam, ſi per talem incidentem extendatur planum, eſse communes ſectiones illius, & ſingularum quæ collectæ dicuntur: Omnes lineæ planæ figuræ, cuius oppoſitę tangentes ſunt communes ſectiones plani eiuſdem figuræ, & oppoſitorum tangentium dicti ſolidi: nam motum planum deſignat in plano ſecante rectam lineam, & inſimul punctum in incidente, quod reperitur in illa recta linea, & ideò idem punctum eſt communis ſectio tum moti plani, & rectę incidentis, tum vnius earum, quæ dicuntur omnes lineæ datæ figuræ planæ (ita tamen productæ, vt hanc incidentem ſecare poſſint) & eiuſdem incidentis.

## IV.

SI inter alterum extremorum punctorum propoſitę rectę lineæ, & ſingula puncta, quæ ſimul collecta dicuntur omnia puncta recti, vel eiuſdem obliqui tranſitus eiuſdem, ſumamus interiacentes lineas, dicantur iſtæ ſimul collectæ: Omnes abſciſsæ propoſitæ lineæ, quas (etiam ſi non exprimatur) vocari ſupponemus recti tranſitus, ſi puncta ſint recti tranſitus, vel eiuſdem obliqui tranſitus, ſi puncta ſint eiuſdem obliqui tranſitus.

## V.

REctæ lineæ verò in antecedentis definitionis propoſita linea inter eadem puncta, & reliquum extremorum interiacentes, dicentur: Reſiduæ omnium abſciſsarum propoſitæ lineæ recti tranſitus, ſi puncta ſint recti tranſitus, vel eiuſdem obliqui tranſitus, ſi ſumpta puncta ſint eiuſdem obliqui tranſitus.

## COROLLARIVM.

HInc liquet cuilibet abſciſsæ in proximis definitionibus propoſitæ lineæ reſpondere vnam ex reſiduis, ita vt tot ſint illæ, quæ dicuntur reſiduæ omnium abſciſsarum propoſitæ lineæ, quot illæ, quæ dicuntur eiuſdem omnes

abſciſsæ,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

abſciſſæ, ſiue recti, ſiue eiuſdem obliqui tranſitus, nam reſiduæ omnium abſciſſarum propoſitæ lineæ interiacent inter reliquum extremum eiuſdem punctum, & eadem illa puncta, inter quæ, & extremum primò dictum, interiacent omnes abſciſſæ.

VI.

SI pro qualibet earum, quæ dicuntur omnes abſciſſæ propoſitæ rectæ lineæ, ipſa propoſita linea, ſiue eidem æqualis, ſemel aſſumpta intelligatur, iſtæ, ſimul collectæ dicentur: Maximæ omnium abſciſſarum propoſitæ lineæ, vel ſubintelligentur ſemper eſſe omnium, etiam ſi dicerentur ſolummodò: Maximæ abſciſſarum.

COROLLARIVM.

ET quia omnes abſciſſæ tot ſunt, quot omnes reſiduæ, maximè verò omnium abſciſſarum tot ſunt, quot omnes abſciſſæ, nam cuilibet abſciſſæ reſpondet vna maximarum, ideò maximæ omnium abſciſſarum propoſitæ lineæ tot erunt, quot etiam reſiduæ omnium abſciſſarum, quotcunq; ſint omnes abſciſsæ, vel reſiduæ; ideſt pro qualibet reſidua habemimus quoq; vnam maximarum; ijs ſemper recti, vel eiuſdem obliqui tranſitus aſſumptis.

VII.

SI cuilibet omnium abſciſſarum propoſitæ rectæ lineæ adiuncta intelligatur alia recta linea cuidam æqualis, compoſitæ ex omnibus abſciſſis, & adiunctis, ſimul collectę dicentur: Omnes abſciſſæ propoſitæ lineæ adiuncta tali, nempè adiuncta illa, cui, quæ adiunguntur, ſunt æquales: ſi verò fieret hęc adiunctio reſiduis, vel maximis omnium abſciſſarum, pariter dicerentur: Reſiduæ, vel Maximæ omnium abſciſſarum adiuncta eadem; recti ſemper, vel eiuſdem obliqui tranſitus.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

A

A. VIII.

PRopoſita quacunque plana fignra, & in ea ducta vtcunq; recta linea vſq; ad ambitum hinc inde terminata, ſi ipſa recta linea deſcribere quamcunq; figuram planam intelligatur, non exiſtentem in plano propoſitæ figuræ, ac deinde reliquę earum, quæ dicuntur omnes lineæ propoſitæ figuræ, ſumptę regula iam ducta linea (& recti tranſitus ſi deſcripta figura ſit erecta plano propoſitæ, vel eiuſdem obliqui tranſitus, ſi illi ſit inclinata, eius nempè tranſitus, qui fit in tali inclinatione) deſcribere intelligantur figuras planas ſimiles, ac ſimiliter poſitas, & æquidiſtantes primò deſcriptę, ita vt omnes deſcribentes ſint deſcriptarum figurarum lineæ, vel latera homologa; omnes deſcriptæ figurę ſimul ſumptę dicentur: Omnes figurę planę ſimiles talis propoſitæ figuræ, ſumptę regula earum vna, vel regula etiam ipſa linea, vel latere deſcribente; vt ſi deſcriptę figurę eſſent quadrata, hæ dicerentur. Omnia quadrata talis propoſitę figurę, vel ſi eſſent triangula æquilatera dicerentur. Omnia
B triangula ęquilatera eiuſdem.

B.

Solidum, cuius omnes deſcriptæ figurę ſimiles ſunt omnia plana, dicetur: Solidum ſimilare genitum ex propoſita figura iuxta eandem regulam, iuxta quam ſumptę omnes dictę figuræ ſimiles fuerũt. Quę igitur ex figuris propoſitis, vt ſic generantur, dicentur abſq; alio addito: Solida ſimilaria genita ex propoſitis figuris iuxta regulas omnium ſimilium figurarum, quæ ipſorum euadunt omnia plana, propoſitæ autem figuræ, eorundem genitrices figuræ vocabũtur.

C

C.

Cum verò duarum genitricium vtcunq; figurarum omnes deſcriptę figurę nedum ſimiles erunt, quæ reperientur in earum vnaquaque, ſed etiam quæ ſunt vnius, inuenientur ſimiles omnibus figuris ſimilibus alterius propoſitæ figuræ, fuerint autem in vtroque ſolido figuræ æquè eleuatæ ſuper plana genitricium figurarum, tunc ſolida genita ex propoſitis figuris iuxta regulas eas, quæ ſunt regulę omniũ ſimilium figurarum earundem propoſitarum genitricium figurarum, dicentur ſolida inter ſe, vel ad inuicem ſimilaria

genita

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

genita ex dictis figuris iuxta dictas regulas, vel intelligentur semper esse inter se, seu ad inuicem similaria, licet hoc non exprimatur, quotiescunque contrarium aliquid non adijciatur.

D.

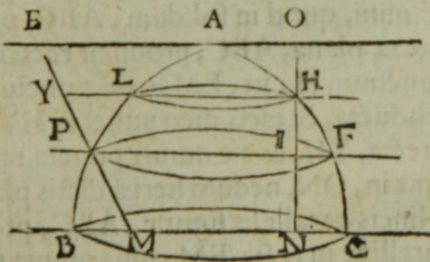
Cum autem duas figuras in eodem plano habuerimus in eadem altitudine existentes, rectangula sub singulis earum, quæ dicuntur omnes lineæ vnius propositarum figurarum, & illis in directum respondentibus in alia figura simul sumpta sic vocabimus, nempè Rectangula sub eisdem figuris, regula eadem, quæ est omnium sumptarum linearum regula. D

E.

Cum verò propositarum figurarum altera fuerit parallelogrammum, cuius basis, iuxta quam altitudo sumitur, sit sumpta pro regula, dicta rectangula vocabuntur etiam: Omnia rectangula reliquæ figuræ, æquè alta ac eorum vnum. E

## APPENDIX.
### Pro antecedentium Definitionum explicatione.

SIt figura plana quæcunque, ABC, duę eiusdem oppositæ tangentes vtcunque ductæ, EO, BC, intelligantur autem per, EO, BC, indefinitè extensa dua plana inuicem parallela, quorum quod transit per, EO, ex. g. moueatur versus planum per, BC, semper illi æquidistans, donec illi congruat, igitur communes sectiones talis motus, siue fluentis plani, & figuræ, ABC, quæ in toto motu fiunt, simul collectæ à me vocantur: Omnes lineæ figurę, ABC, quarum aliquæ sint ipsæ, LH, PF, BC, sumptæ regula earum vna, vt BC, recti trãsitus, cũ plana parallela rectè secãt figurã, A B C, eiusdem obliqui transitus, cum illam obliquè secãt, eius scilicet transitus, qui in tali inclinatione fit. (Coro. P r. 1. 1.) (Defin. 1. huius.)




Intelligamus nunc ABC, esse solidũ, cuius



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

duo opposita plana tangentia sint, quæ transeunt per, EO, BC, moueatur autem adhuc planum per, EO, extensum, versus planum per, BC, semper illi ęquidistans, igitur huius plani moti, siue fluẽtis conceptæ in solido, ABC, figurę, quę in toto motu fieri intelliguntur, voco: Omnia plana solidi, ABC, sumpta regula eorum vno, quorum aliqua repræsentare possunt plana, LH, PF, BC.

Definit. 2. huius.

Vlterius duæ rectę lineę, ON, EM, occurrant planis per, EO, BC, transeuntibus iam dictis in punctis, O, N, E, M, quarum, ON, perpendiculariter, EM, verò obliquè illis incidat, puncta igitur, quæ sunt communes sectiones omnium planorum solidi, ABC, productorum, si opus sit, & rectæ, ON, vocantur ipsius omnia puncta recti transitus, quarum aliqua sunt puncta, H, I, N, quæ inter ipsa, & extremum punctum, O, continentur, vt ipsę, OH, OI, ON, dicuntur abscissæ, quæ inter eadem puncta, & aliud extremum, quod est, N, continentur, vt ipsæ, NI, NH, NO, residuę omnium abscissarũ; tot æquales ipsi, ON, quot sunt omnes abscissę, siue residuę omnium abscissarum, ON, dicuntur maximę abscissarum, siue omnium abscissarum, ON, quibus si adiungatur aliqua recta linea, dicuntur abscissæ, residuæ, siue maximæ adiuncta tali linea, omnes quidem recti transitus in recta, ON, in, EM, verò dicuntur eiusdem obliqui trãsitus, eius nempè, qui in tali inclinatione fit.

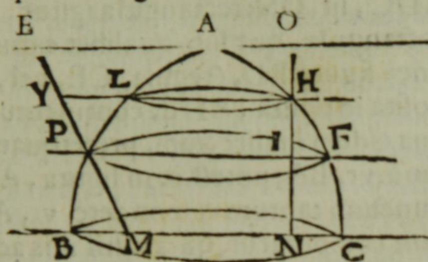
Def. Tert. huius. Def. Qua huius. Def. Qui. huius. Def. Sept. huius.

Dicitur autem in Coroll. Defin. 3. eadem puncta recti transitus, siue obliqui, fieri tum ab omnibus planis propositi solidi, vt, ABC, tum ab omnibus lineis plani per easdem incidentes extensi, vt ex. g. plani, quod transit per, EO, BC, quod quidem etiam transeat per ipsas, ON, EM, idem. n. planum, quod in solidum, ABC, producit figuram, LH, in figura plana, ABC, producit rectam, LH, & in recta, ON, punctum, H, in, EM, verò punctum Y, quod transit, HL, producta, & ideò dico puncta, HY, posse dici etiam effecta à recta, YH, & sic omnia puncta recti transitus, quæ nempè sunt in, ON, nedum fieri à dictis planis parallelis, sed etiam à lineis parallelis figuræ, ABC, productis si opus sit, idem intellige in recta, EM, cuius omnia puncta dicuntur eiusdem obliqui transitus, eius nempè, qui in tali inclinatione fit.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Pro intelligentia Defin. 8. supponatur in figura plana proposita, ABC, vtcunq; recta, BC, quæ describat figuram planam, BC, eleuatam super, ABC, singulæ autem lineæ, quæ dicuntur omnes lineæ figuræ, ABC, sumptæ regula, BC, recti transitus, si figura, BC, sit erecta figuræ, ABC, vel eiusdem obliqui transitus ( qui nempè in inclinatione descriptæ figuræ ad planũ, ABC, fit, si figura, BC, sit inclinata ad figuram, ABC, ) describere intelligantur figuras planas similes, similiter positas, & æquidistantes ipsi figuræ, BC, ita vt describentes sint descriptarum figurarum lineæ, vel latera homologa, quarum figurarum aliquæ sint ipsæ, BC, PF, LH, istæ igitur omnes simul sumptæ vocantur, omnes figuræ similes ipsius figuræ, ABC, sumptæ regula figura, BC, vel linea, aut latere, BC. D. Defin. 10. l. 1. A. Def. 8. huius.




Solidum, cuius omnes dictæ figuræ similes ipsius, ABC, sunt omnia plana, dicitur, solidum similare genitum ex figura plana, ABC, iuxta regulam ipsam figuram, vel lineam, BC, & ipsa figura, ABC, appellatur genitrix eiusdem solidi, quod esse intelligatur ipsum, ABC. B. Def. 8. huius.

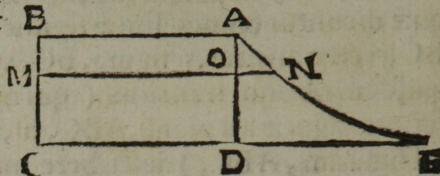
Si verò adsit alia figura plana, cuius omnes lineæ, quadã regula sumptæ, describant similes figuras planas, & similiter positas, omnes vni cuidam æquidistãtes, & similes figuræ, BC, & æquè eleuatas super plana genetricium figurarũ, solida similaria genita ex istis figuris, iuxta dictas regulas vocabuntur vlterius inter se, vel ad inuicem similaria, licet cum dicemus, solida similaria genita ex talibus, & talibus figuris, & hoc etiam sine alio addito, intelligemus semper ea esse inter se, vel ad inuicem similaria, etiam si non exprimatur, hoc autem nisi aliter explicetur. C. Def. 8. huius.

Pro declarandis D. & E. Defin. 8. exponantur duæ figuræ in eodem plano, & in eadem altitudine, quæ sint BCDA, ADE, sit autem altitudo figuræ, ABCD, sumpta respectu ipsius rectæ, CD, & altitudo figuræ, ADE, respectu ipsius,

DE,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

rectę, CD, & altitudo figurę, ADE, respectu ipsius, DE, quę intelligantur abscindere ex eadem parte à communi altitudine partes ęquales, quę sibi in directum erunt, sint verò ambę communis regula omnium linearũ dictarum figurarum, & sit ducta alia vtcunq; eidem, CE, parallela, MN, cuius




portio manens in figura, BD, sit, MO, & manens in figura, ADC, sit, ON; rectangula igitur, CDE, MON, & reliqua

Definit.1. huius. rectangula, quę sub qualibet earum, quę dicuntur omnes lineę figurę, BD, (regula, CE, vel, CD,) & illi in directum posita in figura, ADE, continentur (erit autem semper aliqua eidem in directum, pręterquam fortè illi, quę tangit figurã, vt, BA, potest.n. in figura, ADE, illi vice lineę vnum punctum tantum respondere, vt, A, hoc tamen rectãgulum non computatur, quia nihil illis adiungit, erit inquam hęc linearum respondentia in figura, ADE, eis, quę sumuntur in, BD, nam sunt in eadem altitudine sumpta respectu earundem linearum, sub quibus rectãgula continentur) simul

D. Def. 8. huius. sumpta vocamus: Rectangula sub figuris, BCDA, ADE.

Si verò contigeret alteram earundem figurarum esse parallelogrammum, & regulam omnium eiusdem linearũ esse vnum eiusdem laterum, vt, CD, respectu cuius sumitur altitudo, tunc quia illę, quę æquidistant ipsi, CD, in parallelogrammo, BD, sunt eidem, CD, ęquales, & sunt latera dictorum rectangulorum, ideò dico, nos ea vocare posse nedum rectangula sub his figuris, sed etiam sic appellare, nempè: Omnia rectangula figuræ, ADE, (quæ non est necessariò parallelogrammum) ęquè alta, ac vnum eorum.i. ac rectangulum, CDE, altitudinis scilicet æqualis ipsi, CD, prout libuerit autem nominentur.

## POSTVLATA. I.

Def. 1. & 2. huius. Congruentium planarum figurarum omnes lineæ, sumptæ vna earundem, vt regula communi, sunt congruentes; Et congruentium solidorum omnia plana sumpta

pta

pta eorum vno, vt regula communi, sunt pariter congruentia.

II.

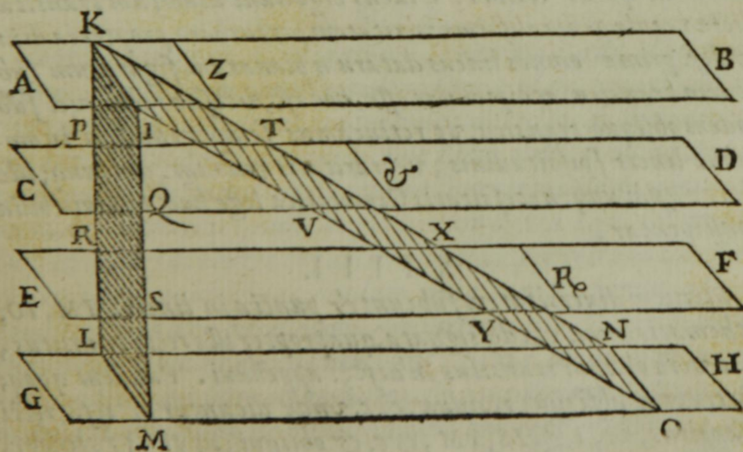
Omnes figuræ similes alicuius figuræ planæ sunt omnia plana solidi, quod terminatur superficie, in qua iacent perimetri omnium dictarum similium figurarum. A. Def. 8. huius.

XII.

*Vt verificari posset regula generalissima superius tradita numero 9. æquum erat omnem procul à subiecto nostro varietatem arcere, qua in ipso recognoscendo possemus in hac priori methodo hallucinari. Hoc est congruũ erat aggregata omnium Indiuisibilium figurarum, quæ inuicem sunt comparandæ (ijs enim vtimur tanquam subiecto) sub quadam vniformi ratione, seu sub quodam determinato spissitudinis, aut constipationis gradu, quicunq; ille sit, semper accipere. Quemadmodum enim duo frusta æqualia, vt duo quadrata, decerpta vnum ex tela spissiori alterum vero ex rariori, nõ haberent aggregata ex suis filis æqualia, sed necesse esset vtraq; abscissa esse ex tela eiusdẽ gradus raritatis, vel spissitudinis in suis filis, vt in vtrisq; aggregata quoq; ex filis essent æqualia. Ita suo modo res supponi debet circa ipsarum figurarum Indiuisibilia, ne in comparatione aggregatorum eorundem posimus hallucinari.*

XIII.

*Vt verò intelligat Studiosus, qua ratione prædictam vnifor-*




*mita-*

mitatem in aggregatis dictorum Indiuisibilium & agnoscere, & retinere possit videat præsens Schema. In hoc enim inter duo opposita plana parallela, AB, GH, interijciuntur duo parallelogramma, KLMI, KNOI, quorum, KLMI, eisdem AB, GH, incidit perpendiculariter, KNOI, verò obliquè. Supponatur ergo iuxta primam definitionem planum, AB, moueri versus, GH, semper illi tanquam regulæ æquidistans, donec eidem congruerit: illud enim fluens, quolibet momento dissignabit rectas, vt in kLMI ipsas, PQ, RS &c. & in, kNOI, ipsas, TV, XY &c. inuicē parallelas. Igitur tam dessignabit omnes lineas, kLMI, quam omnes lineas figuræ KNOI, quæ erunt æquales prædictis, vnaquæq; enim æquatur sibi in eodem plano respondenti in figura, KLMI. Verum omnes lineæ figuræ, kLMI oriuntur ex sectione recta, seu perpendiculari, aut transitu recto, plani, AB, fluentis: & omnes lineæ figuræ, kNOI oriuntur ex sectione obliqua, seu transitu obliquo eiusdem, AB fluentis cum, kLMI, figura posita fuerit recta, &, KNOI, obliqua planis, AB, GH. Ergo, KLMI, se habet ad instar telæ spissioris, &, kNOI, rarioris. Quapropter mirum non est omnes lineas, kNOI, istius obliqui transitus, æquari omnibus lineis ipsius, KLMI, recti transitus, & tamen ipsas figuras non adæquari, immo parallelogrāmum KNOI, infinitè potest augeri cum ipsum semper longius ac longius supponere possimus, manentibus semper omnibus eiusdem lineis obliqui transitus, æqualibus omnibus lineis recti transitus ipsius KLMI. Videns ergo hunc diuersum transitū dictæ regulæ generalissimæ veritatem perturbare, propterea dixi in def. prima omnes lineas datarum planarum figurarum sub eodem transitu accipiendas esse, hoc est, vel sub recto, vel sub eodem obliquo transitu, vt retineamus semper eundem in omnibus lineis spissitudinis, vel raritatis gradum, quicunq; ille sit, & quacunq; necessitatis Geometricæ lege hæc Indiuisibilia constipentur.

XIIII.

Similem diuersitatem subeunt & puncta in lineis, IM, IO, Schematis num. 13. dessignata, quapropter illa recti transitus, hæc verò obliqui transitus in def 3. appellaui. Eandem quoq; sortiuntur abscissæ, residuæ, &c. vnde dicuntur & ipsæ recti transitus, vt, IQ. IS, IM, &c. & obliqui, ut IV, IY, IO, &c.

quæ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*quæ sunt abscissæ ipsarum, IM, IO. Omnia plana verò non sunt huic varietati obnoxia, supponuntur enim accipi in summo constipationis gradu, quem illis præbet necessitas Geometrica.*

## X V.

*Nota ex dictis sequi duas quascunq; lineas oblatæ figuræ, dictæ regulæ parallelas, debere æqualiter inter se distare, ac duæ illæ, quæ in altera figura, ad quam prædicta comparatur, eisdem respondent in eisdem planis parallelis illas efficientibus, quãdo illæ fiunt per eundem transitum. Vnde si non æqualiter inter se distarent signum esset non esse eiusdem transitus, sed ab ipsa definitione degenerare. Sic ergo in figura num.13. apparet lineas parallelogrammi, KNOI, non esse eiusdem transitus cum lineis parallelogrammi, KLMI, quia ex. gr. TV, XY, non æqualiter inter se distant, ac suæ correlatiuæ. PQ, RS, ab ijsdem parallelis planis dessignatæ, vnde iuxta Def. primam nequeunt ad inuicem comparari. Per hoc autem soluitur quoddam argumentum contra hæc Indiuisibilia, quod suo loco discutietur.*

## X V I.

*Consideratio omnium abscissarum propositæ lineæ, vt & residuarum, ac maximarum abscissarum, vel absolutè, vel etiam adiuncta tali, vel tali linea, quamuis opportuna, non tamen est simpliciter necessaria, vt infra declarabitur.*

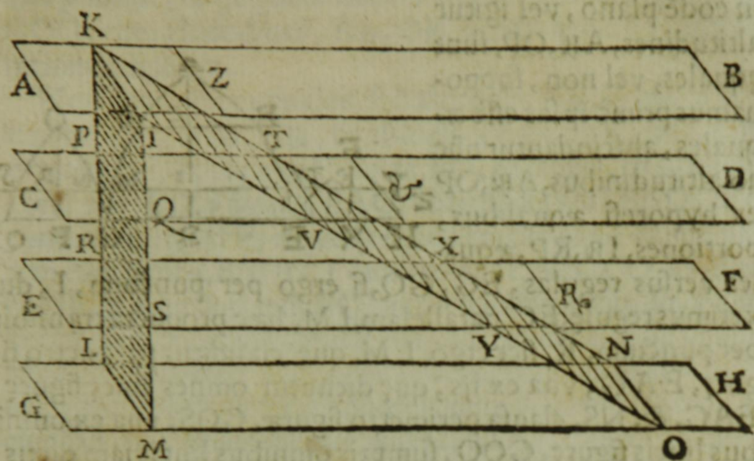
## X V I I.

*Duplex ratio genesis aliquorum solidorum datur apud Geometras. Prior fit per reuolutionem figuræ planæ cuiuscumque circa datum axem, donec redeat vnde discessit; & sic generantur apud Euclidem Libro vndecimo Elem. def. 14. 18. 21. Sphæra, Conus, ac Cylindrus, & in vniuersum corpora, quæ vocantur rotunda. Posterior genesis fit per motum figuræ æquidistantem: vt si circulus sui centro in sublime feratur per rectam lineam, & semper sit æquidistans cuidam datæ regulæ, fiet cylindrus. Similiter ex fluxu parallelogrammi orietur paralleleppipedum: & in vniuersum ex fluxu cuiuscunq; figuræ planæ orietur corpus, quod vocari solet columnare, & à me dicitur Cylindricus in def. 3. Lib. 1. sequens similitudinem suæ basis genitricis. Cum*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

verò hi duò modi non ultra corpora rotunda, & columnaria extendantur, vt & istorum, & aliorum puamplurium corporum ortus sub vna quadam vniuersali ratione comprehenderetur, alia eorundem genesis ineunda ratio fuit, quam exhibent sectiones Def. 8. Extenditur autem hæc ad omnia illa corpora, in quibus traiectis quotcunq; planis datæ regulæ parallelis, oriuntur ex tali traiectione figuræ similes, & similiter positæ, quas rectè, vel obliquè secans, aut tangens alia figura, illa exhibeat omnes lineas, seu latera homologa dictarum similium figurarum. Hæc autem vocatur genitrix solidi, cuius omnes dictæ figuræ similes sunt omnia plana, ipsumq; solidum dicitur solidum similare, vt patet in ipsa Def. 8. Hinc sequitur è contra, si sit proposita quæcunque figura plana, tanquam genitrix alicuius solidi similaris, cuius omnes lineæ recti, vel obliqui transitus, describant similes, similiterq; positas figuras planas vni certæ regulæ parallelas, nos posse concipere solidum simulare, cuius prædictæ figuræ sunt omnia plana, quodãmodo emanare, seu gigni ab eadem genitrice figura. Ab hac ergo si sit parallelogrammum rectangulum, & regula figura ab vno laterum descripta parallelogrammoq; erecta, emanabit cylindricus rectus: vel si parallelogrammum non sit rectãgulum; & figura rectè, vel obliquè ad genitricem descripta, orietur cylindricus scalenus: hoc est corpora columnaria recta, & scalena. Similiter à triangulis orientur corpora, quæ vocantur pyramidalia, & à me dicuntur Conici in def. 4. Lib. 1. Et ab alijs figuris aliæ corporum species nascentur, vt à circulo Sphæra, ab Ellipsi Sphærois, à Parabola Conoides parabolicum, ab Hyperbola Conoides hyperbolicum; sicuti ab alijs quoq; irregularibus figuris, innumerabiles orientur species solidorum irregularium. Ad horum autem maiorem intelligentiam recolatur Schema num. 13. in quo est regula planum, GH, cui est erectum parallelogrammum, KLMI, & obliquum, KNOI. Nunc supponamus ab ipsis, KI, PQ, RS, LM, &c. omnibus lineis recti transitus, describi quadrata KAI, PCQ, RES, LGM &c. & ab ipsis, KI, TV, XY, NO &c. omnibus lineis obliqui transitus describi quadrata kZI, T&V, XRY, NHO &c. communi regulæ, GH, parallela. Hic ergo concipere possumus duo solida similaria (licet non ad inuicem similaria, quia figuræ genitrices, kLMI, kNOI, non æquè inclinantur ad similes
descri-




*descriptas figuras, vt postulat Sectio. C. eiusdem def.8.) vnum genitum à,* kLMI*, per descriptionem omnium eiusdem figurarum, seu planorum recto transitu, siue à lineis recti transitus effectam, quod erit corpus columnare, seu cylindricus rectus, posito,*kM*, esse parallelogrammum rectangulum. Alterum verò fiet à,* kNOI*, per descriptionem obliqui transitus, eritq; cylindricus Scalenus. Hac ergo ratione nostram solidorum genesim fieri intelligimus. Quæ circa definitiones attigisse sufficiat, sequuntur nunc Propositiones eiusdem Libri Secundi.*

## PROPOS. I.

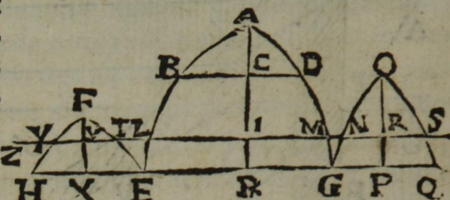
Quarumlibet planarum figurarum omnes lineę recti transitus; & quarumlibet solidarum omnia plana, sunt magnitudines inter se rationem habentes.

Sint duæ planæ vtcunque figuræ, EAG, GOQ, quarum regulæ, EG, GQ, vtcunque, sit autem figuræ, EAG, altitudo sumpta respectu, EG, ipsa, AR, & figurę, GOQ, altitudo sumpta respectu, GQ, ipsa, OP. Dico ergo omnes lineas recti transitus figurę, EAG, sumptas cum regula, EG, ad omnes lineas recti transitus figurę, GOQ, sumptas cum regula, GQ, rationem habere. Constituantur regulę, EG, GQ, sibi in directum, & sint totę figurę supra ipsas regulas



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

in codẽ plano, vel igitur altitudines, A℞, OP, ſunt ęquales, vel non, ſupponamus primò ipſas eſſe æquales, abſcindantur nũc ab altitudinibus, A℞, OP ex hypoteſi æqualibus, portiones, I℞, RP, æquales verſus regulas, EG, GQ, ſi ergo per punctum, I, duxerimus regulę, EG, parallelam, LM, hæc producta tranſibit per punctum, R, fiet ergo, LM, quę clauditur perimetro figurę, EAG, vna ex ijs, quę dicuntur omnes lineę figurę, EAG, &, NS, clauſa perimetro figuræ, GOS, vna ex omnibus lineis figurę, GOQ, ſumptis omnibus lineis iam dictis, regula communi, EQ, & recti tranſitus, vti ſemper intelligemus, niſi aliter explicetur, etiamſi id non exprimatur. Quoniam igitur ſi recta, NS, ſit minor recta, LM, poteſt indefinitè producta aliquando fieri maior, ſi hoc intelligamus fieri de cęteris lineis, quę ab altitudinibus portiones abſcindunt ęquales verſus regulas, EG, GQ, patet quod ſingulæ, quę erunt in figura, GOQ, productæ fient maiores ijs, quæ erunt in figura, EAG, ſit autem ita facta productio cuiuſuis omnium linearum figurę, GOQ, regula, EQ, vt quę illi in directum conſtituitur in figura, EAG, ſit portio eiuſdẽ productę, vt ex. g. ita ſit producta, SN, verſus, ML, vt ipſam pertranſeat perueniens verbi gratia vſque ad, T, ita vt LM, ſit portio ipſius, TS, patet ergo, quod omnes lineæ figurę, EAG, erunt pars omnium linearum figurę, GOQ, ſic productarum, & iſtę erunt totum, nam illę iſtis claudentur, ſiue in his totę reperientur, & aliquid amplius .ſ. quod de omnibus lineis figurę, GOQ, ſic productis manet extra figuram, EAG: totum autem eſt maius ſua parte, ergo omnes lineę figurę, GOQ, ſic productæ fuerunt, vt maiores effectæ fuerint omnibus lineis figuræ, EAG. Eadem methodo omnes lineas figuræ, EAG, ſic producemus, vt complectantur omnes lineas figuræ, GOQ, iam productas, vt dictum eſt, & ideò maiores eiſdem fiant, magnitudines autem rationem habere inter ſe dicuntur, quæ multiplicatæ ſe inuicem ſuperare



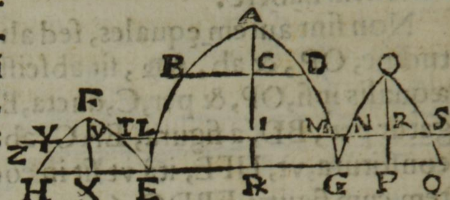
tare possunt, ergo patet omnes lineas figurarum, EAG, GOQ, cum altitudines, AR, OP, fuerint æquales, inter se rationem habere.

Non sint autem æquales, sed altitudo, AR, sit maior altitudine, OP, & ab, AR, sit abscissa versus, EG, ipsa, CR, æqualis ipsi, OP, & per, C, ducta, BD, parallela, EG, intelligatur per, BD, à figura, EAG, abscissa figura, BAD, & ea constituta, vt, HFE, ità vt sit in eodem plano ad eandē partem cum figuris, EBDG, (quæ remansit) &, GOQ, existente, HE, in directum ipsi, EQ, quod si adhuc altitudo, FX, sit maior altitudine, OP, abscindatur illi æqualis, & sic semper fiat, & disponantur figuræ residuæ, vt earum bases sint in directum ipsi, EQ, & figuræ constitutæ in eodem plano, & ad eandem partem cum figuris, EAG, GOQ, in altitudinibus vel æqualibus, vel non maioribus altitudine, OP. Intelligatur nunc ducta vtcunque in figura, GOQ, recta, NS, parallela, GQ, quæ erit vna ex omnibus lineis figura, GOQ, regula, GQ, producaturq; ita, vt pertranseat omnes sic dispositas figuras, vt vsq; in, Z, complectetur ergo, SZ, ipsas, LM, YT, & sic quæuis omnium linearum figuræ, GOQ, hac lege producta, complectetur eas, quæ de ipsa manent in figuris iam dispositis. Ergo omnes lineę figurę, GOQ, sic productæ complectentur omnes lineas figurarum sic dispositarum, ergo erunt ad illas simul sumptas, vt totum ad partem, nam illæ in his reperientur, & aliquid amplius, ergo erunt illis maiores, omnes lineæ autem figurarū sic dispositarum sunt non minores omnibus lineis figuræ, EAG, ex qua desumptæ sunt, ergo omnes lineæ figuræ, GOQ, sic productæ sūt, vt effectę fuerint maiores omnibus lineis figuræ, EAG Eodem pacto ostendemus nos posse vice versa istas illis efficere maiores, ergo omnes lineæ figurarum, EAG, GOQ, sumptæ cum regulis vtcunq; suppositis, cuiusuis sint altitudinis sumptæ iuxta easdem regulas, sunt magnitudines inter se rationem habentes. Quod si subter rectam, HQ, adhuc essent portiones consideratarum à nobis figurarum, EAG, GOQ, eodem modo ostenderemus omnes lineas earundem sumptas cum ijsdem regulis esse magnitudines rationem inter se habentes, vnde integrarum figurarum omnes lineæ essent

Diffin. 4. l. 5. Elem.

ſent magnitudines inter ſe rationem habentes, quod in fig. planis oſtendere opus erat.

In figuris autem ſolidis conſimiliter procedemus; nam ſi in ſuperiori figura intellexerimus, E AG, GOQ, eſſe figuras ſolidas, & pro rectis lineis æquidiſtantibus intellexerimus plana æqui-




diſtantia, vt pro rectis, EG, GQ, plana EG, GQ, quibus plana, LM, NS, ſint æquidiſtanter ducta, ſumptis pro regulis planis, EG, GQ, iiſque in directum ſibi conſtitutis.i. ità vt iaceant regulæ in eodem plano, oſtendemus nos poſſe ita producere omnia plana ſolidæ figuræ, GOQ, vt eadem complectantur omnia plana figuræ, EAG, (ſi ſint eiuſdem altitudinis dictæ figuræ) integræ exiſtentis, vel (ſi non ſint) diuiſæ in figuras ſolidas, ex. g. EBDG, BAD, ſic diſpoſitas, vt baſes, ſiue regulę iaceanr in eodem plano, & ita, vt omnia plana dictarum figurarum ſolidarum, vel ſint intra oppoſita plana dictas figuras tangentia, vel nihil eorum extra, vnde omnia plana figuræ ſolidæ, GOQ, ſic producta fient totum, & portiones ab eiſdem captæ in figura ſolida, EAG, integra, vel diuiſa, vt dictum eſt.i. omnia plana figuræ, EAG, fient pars omnium planorum figuræ, GOQ, ſic productorũ, nam hæc in in illis tota reperiētur, & aliquid amplius, vnde omnia plana figuræ, GOQ, ſic producta erunt, vt effecta ſint maiora omnibus planis figuræ, EAG. Eodem modo oſtendemus nos poſſe ſic producere omnia plana figuræ, EAG, vt fiant maiora omnibus planis figuræ, GOQ, ita productis, & ſic deinceps. Ergo omnia plana ſolidarum figurarum, EAG, GOQ, ſunt magnitudines inter ſe rationem habentes, quod oſtendere opus erat.

Definit. 4. l. 5. Elem.

## SCHOLIVM.

POſſet fortè quis circa hanc demonſtrationem dubitare, non rectè percipiens quomodo indefinitæ numero lineæ, vel plana, quales eſſe exiſtimari poſſunt, quæ à me vocantur,

cantur, omnes lineæ, vel omnia plana talium, vel talium figurarum poſſint ad inuicem comparari: Propter quod innuẽdum mihi videtur, dum conſidero omnes lineas, vel omnia plana alicuius figuræ, me non numerum ipſarum comparare, quem ignoramus, ſed tantum magnitudinem, quæ adæquatur ſpatio ab eiſdem lineis occupato, cum illi congruat, & quoniam illud ſpatium terminis comprehenditur, ideò & earum magnitudo eſt terminis eiſdem comprehenſa, quapropter illi poteſt fieri additio, vel ſubtractio, licet numerum earundem ignoremus; quod ſufficere dico, vt illa ſint ad inuicem comparabilia, alioquin neque ipſa ſpatia figurarum eſſent ad inuicem comparabilia: Vel enim continuũ nihil aliud eſt præter ipſa indiuiſibilia, vel aliquid aliud, ſi nihil eſt præter indiuiſibilia, profectò ſi eorum congeries nequit comparari, neque ſpatium, ſiue continuum, erit comparabile, cum illud nihil aliud eſſe ponatur, quam ipſa indiuiſibilia: Si verò continuum eſt aliquid aliud præter ipſa indiuiſibilia, fateri æquum eſt hoc aliquid aliud interiacere ipſa indiuiſibilia, habemus ergo continuum diſſeparabile in quadam, quæ continuum componunt, numero adhuc indefinita, inter quęlibet enim duo indiuiſibilia æquum eſt interiacere aliquid illius, quod dictum eſt eſſe aliquid aliud in ipſo continuo præter indiuiſibilia, qua enim ratione tolleretur à medio duarum, à medijs quoque cæterarum tolleretur. Hoc cum ita ſit comparare nequibimus ipſa continua, ſiue ſpatia adinuicem, cum ea, quæ colliguntur, & ſimul collecta comparantur, ſcilicet, quæ continuum componunt, ſint numero indefinita, abſurdum autem eſt dicere continua terminis comprehenſa non eſſe ad inuicem comparabilia, ergo abſurdum eſt dicere congeriem omnium linearum, ſiue planorum, duarum quarumlibet figurarum non eſſe ad inuicem comparabilem, nõ obſtante, quod quæ colliguntur, & illam congeriem componunt ſint numero indefinita, veluti hoc non obſtat in cõtinuo. Siue ergo continuum ex indiuiſibilibus componatur, ſiue non, indiuiſibilium congeries ſunt adinuicem comparabiles, & proportionem habent.

Non inutile autem mihi videtur eſſe animaduertere pro huius cõfirmatione, hoc pro vero ſuppoſito, quam plurima, quæ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

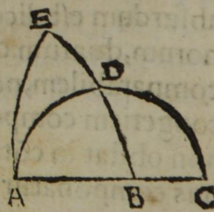
quę ab Euclide, Archimede, & alijs ostensa sunt, à me pariter fuisse demonstrata, measq; conclusiones ad vnguem cum illorum conclusionibus concordare, quod euidens signum esse potest, me in principijs vera assumpsisse, licet sciam & ex falsis principijs sophisticè vera aliquando deduci posse, quod tamen in tot, & tot conclusionibus, methodo geometrica demonstratis, mihi accidisse absurdum putarem: Hoc tamen addo, non tanquam præfatæ veritatis legitimum fundamentum, sed vt non negligendum, immò summè expendendum illius argumentum, quod sequentia percurrenti cōtinuò magis, ac magis elucescet.

## PROPOS. II.

AEqualium planarum figurarum omnes lineæ sunt æquales, & æqualium solidarum omnia plana sunt æqualia, regula quauis assumpta.

Sint duę æquales planæ figuræ, ADC, AEB, in figura, ADC, sit regula, AC, vtcunque, & in figura, AEB, regula vtcunq; sit, AB. Dico omnes lineas figuræ, ADC, regula, AC, æquales esse omnibus lineis figurę, AEB, regula, AB Intelligatur figuram, AEB, ita superponi figuræ, ADC, vt regulę sint ad inuicem superpositæ, velut est, AB, in, AC, vel saltem æquidistent, vel ergo tota figura congruit toti, vel pars parti, congruat pars parti, ergo congruentium harum partium omnes lineæ erunt pariter congruētes, scilicet omnes lineæ, ADB, partis figuræ, AEB, erunt congruentes omnibus lineis, ADB, partis figuræ, ADC, superponantur adhuc residuę harum figurarum partes, hac lege tamen, vt omnes earundem lineæ regulis, AB, AC, siue regulæ cōi, AB, vel, AC, semper situētur ęquidistātes, & hoc semper fiat, donec omnes residuę partes ad inuicem superpositę fuerint. Quia ergo integrę figuræ sunt æquales erunt dictę partes superpositæ inuicem congruentes, ergo & earum omnes lineę erunt pariter congruentes, magnitudines autem con-

Postul. 1. huius.




gruen-

gruentes ſunt ad inuicem æquales, ergo omnes lineæ partiũ figuræ, AEB, ſimul ſumptarum. ſ. omnes lineæ figuræ, AEB, ſumptæ regula, AB, erunt æquales omnibus lineis partium figuræ, ADC, quibus prædictæ partes congruerunt, ſimul ſumptarum. i. omnibus lineis figuræ, ADC, ſumptis, regula, AC, quod in figuris planis oſtendendum erat.

Ita ſuperpoſitis æqualibus figuris ſolidis, ita vt duæ in ipſis aſſumptæ vtcunq; regulæ ſint ad inuicem ſuperpoſitæ, vel æquidiſtantes, & reſiduorum facta ſemper ſuperpoſitione ita vt omnia eorum plana regulis iam ſuperpoſitis æquidiſtent, tandem, quia figuræ ſunt æquales, dictæ partes erũt ad inuicem congruentes, & conſequenter integræ quoque figuræ erunt congruentes, ergo earum omnia plana ſumpta cum dictis regulis erunt ad inuicem congruentia, ergo & æqualia, quod in figuris ſolidis oſtendere quoq; opus erat.

## COROLLARIVM.

HInc patet in eadem figura plana, omnes lineas ſumptas cum quadam regula æquari omnibus lineis ſumptis cum alia quauis regula; & in figuris ſolidis omnia plana vnius ſumpta cum quadam regula, æquari omnibus planis eiuſdem, regula quauis aſſumpta; vnde ex. g. ſecto planis cylindro æquidiſtanter axi, qua ſectione in ipſo creantur parallelogramma, & ſecto eodem planis æquidiſtanter baſi ductis, qua ſectione creantur in eodem circuli, patet ex hoc, omnia parallelogrãma dicti cylindri, regula eorundẽ vno, eſſe æqualia omnibus circulis eiuſdem, regula baſi.

Coroll. 6. l. 1.
Corol. 12 l. 1.

## PROPOS. III.

FIguræ planæ habent inter ſe eandem rationem, quam eorum omnes lineæ iuxta quamuis regulam aſſumptę: Et figuræ ſolidæ, quam eorum omnia plana iuxta quamuis regulam aſſumpta.

Sint figuræ planæ vtcunque, A, D. Dico, A, figuram ad figuram, D, eſſe, vt omnes lineæ figuræ, A, iuxta quamuis



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135







regulam assumptæ ad omnes lineas figuræ, D, iuxta quamuis regulam assumptas. Intelligantur ergo omnes lineæ figuræ, A, &, D, assumptæ iuxta quasdam regulas, deinde capiantur quotcunq; figuræ, BC, singulæ æquales figuræ, A, & figuræ, D, quotcunq; æquales figuræ, vt, E; nunc, si cōtinuum componitur ex indiuisibilibus, patet absq; alia demonstratione figuram, A, ad figuram, D, esse vt omnes lineæ figuræ, A, ad omnes lineas figuræ, D, tunc enim comparare continuum ad continuum non esset nisi ipsa indiuisibilia comparare; sed esto, quod hoc sit falsum, vel quod, etiamsi verum sit, tamen legitima ratione ad hoc probandum nondum peruenerimus, adhuc dico ipsa indiuisibilia. s. omnes lineas figuræ, A, ad omnes lineas figuræ, D, esse vt figuram, A, ad figuram, D. Quoniam ergo assumpsimus figuras, B, C, singulas æquales figuræ, A, &, E, æqualem figuræ, D, omnes lineæ singularum figurarum, A, B, C, erunt æquales omnibus lineis figuræ, A, sumptis iuxta dictam regulam (quacunq; regula dictæ omnes lineæ sint assumptæ) & ideò quotuplex erit compositum ex figuris, ABC, figuræ, A, totuplex erit compositum ex omnibus lineis figurarum, ABC, omnium linearum figuræ, A, & ideò habebimus æquèmultiplicia primæ, & tertiæ vtcunq; sumpta. Similiter ostendemus compositum ex figuris, E, D, ęq; multiplex esse figuræ, D, ac compositum ex omnibus lineis figurarum, E, D, multiplex est omnium linearum figuræ, D, quæ sunt æquè multiplicia secundæ, & quartæ vtcunque sumpta. Quia ergo si multiplex primę. s. compositū ex figuris, ABC, superauerit multiplex secundæ, scilicet compositum ex figuris, DE, etiam multiplex tertię. s. compositum ex omnibus lineis figurarum, ABC, superabit multiplex quartæ. s. compositum ex omnibus lineis figurarum, D E: & si multiplex primæ fuerit æquale multiplici secundæ, etiam multiplex tertiæ erit æquale multiplici quartæ, scilicet si compositum ex figuris, ABC, fuerit ęquale composito ex figuris, D E, etiam eorundem compositorum omnes lineę erunt æquales, & si minus, minus: ideò prima ad secundam

Per antec. | Elicitur ex antec. | Definit. 5. Qui. Ele.

erit,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

erit, vt tertia ad quartam, scilicet figura, A, ad figuram, D, erit vt omnes lineæ figurę, A, ad omnnes lineas figurę, D, sumptas iuxta datas regulas.s. iuxta quascunque regulas, quod in fig. planis erat ostendendum.

Verum si intellexerimus, A, D, esse figuras solidas, assumentes, C, B, singulas æquales ipsi, A, &, E, ipsi, D, ostendemus compositum ex figuris, ABC, tam multiplex esse figuræ, A, ac compositum ex omnibus planis figurarum, A, B, C, multiplex est omnium planorum figuræ, A, & sic compositum ex figuris, D, E, tam multiplex esse figuræ, D, ac compositum ex omnibus planis figurarum, DE, multiplex est omnium planorum figuræ, D, & tandem per antecedentem Propositionem ostendemus, si multiplex primæ superauerit multiplex secundæ, etiam multiplex tertiæ superaturum multiplex quartæ, & si minus, minus, vel si æquale, & æquale fore ergo prima ad secundam erit, vt tertia ad quartam, scilicet figura solida, A, ad figuram solidam, D, erit vt omnia plana, A, ad omnia plana, D, cum quibusuis regulis assumpta, quod & in figuris solidis ostendere opus erat.

Defi. Qui. 5. Elem.

## COROLLARIVM.

Liquet ex hoc, quod, vt inueniamus, quam rationem habeant inter se duæ figuræ planæ, vel solidæ, sufficiet nobis reperire, quam in figuris planis, inter se rationem habeant earundem omnes lineæ, &, in figuris solidis, earundem omnia plana iuxta quamuis regulam assumpta, quod nouæ huius meæ Geometriæ veluti maximum iacio fundamentum.

## PROPOS. IV.

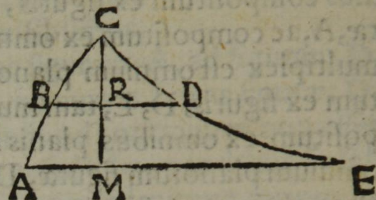
Si duæ figuræ planæ, vel solidę, in eadem altitudine fuerint constitutę, ductis autem in planis rectis lineis, & in figuris solidis ductis planis vtcumq; inter se parallelis, quorum respectu prędicta sumpta sit altitudo, repertum fuerit ductarum linearum portiones figuris planis interceptas, seu ductorum planorum portiones figuris solidis interceptas, esse magnitudines proportionales, homologis in eadem



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

figura ſemper exiſtentibus, dictę figurę erunt inter ſe, vt vnũ quodlibet eorum antecedentium, ad ſuum conſequens in alia figura eidem correſpondens.

Sint primò duæ figuræ planæ in eadem altitudine conſtitutę, CAM, CME, in quibus duæ vtcunq; rectæ lineæ inuicem parallelæ ductæ intelligantur, AE, BD, reſpectu quarum communis altitudo aſſumpta ītelligatur, ſint autem portiones figuris interceptæ ipſæ, AM, BR, in fig. CAM, &, ME, RD, in fig. CME, reperiatur autē, vt AM, ad, ME, ita eſſe, BR, ad, RD. Dico figuram, CAM, ad figuram, CME, eſſe vt, AM, ad, ME, vel, BR, ad, RD. Quoniam enim, BD, AE, vtcumq; ductæ ſunt inter ſe æquidiſtantes, patet, quod quælibet earum, quæ dicuntur omnes lineæ figuræ, CAM, ſumptæ regula altera ipſarum, AM, BR, ad eam, quę illi indirectum iacet in figura, CME, erit vt, BR, ad, RD, vel vt, AM, ad, ME, vt igitur, AM, ad, ME, vnum. ſ. antecedentium ad vnum conſequentium, ita erunt omnia antecedentia, nempè omnes lineæ figuræ, CAM, regula, AM, ad omnia conſequentia, ſcilicet ad omnes lineas figurę, CME, regula, ME; indefinitus. n. numerus omnium antecedentium, & conſequentium, qui pro vtriſque hic idem eſt, quicunque ſit (& hoc nam figurę ſunt in eadem altitudine, & cuilibet antecedēti in figura, CAM, aſſumpto reſpōdet ſuum conſequens illi in directum in alia figura conſtitutum) non obſtat quin omnes lineæ figurę, CAM, ſint comparabiles omnibus lineis figurę, CME, cum
1. huius. ad illas rationem habeant, vt probatum, eſt, & ideò omnes lineæ figuræ, CAM, regula, AM, ad omnes lineas figuræ, CME, regula, ME, erunt vt, AM, ad, ME. Verum, vt omnes lineæ figuræ, CAM, ad omnes lineas figurę, CME, ita fig.
3. huius. CAM, eſt ad figuram, CME, ergo figura, CAM, ad figuram, CME, erit vt, BR, ad, RD, vel, AM, ad, ME, quod in figuris planis oſtendere opus erat.




Si verò

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Si verò ſupponamus, CAM, CME, eſſe figuras ſolidas, & vice rectarum, AM, BR, ME, RD, plana intelligamus figuris, CAM, CME, intercepta inuicem parallela, & ita conſtituta, vt plana, AM, ME, iaceant in eodem plano, veluti ſe habeant etiam plana, BR, RD, reſpectu quorum præfata altitudo aſſumpta quoque intelligatur, eadem methodo procedentes oſtendemus omnia plana figuræ, CAM, ad omnia plana figuræ, CME, ideſt figuram ſolidam, CAM, ad figuram ſolidam, CME, eſſe vt planum, BR, ad planum, RD, vel vt planum, AM, ad planum, ME, quod & in ſolidis oſtendere opus erat. 3. huius.

## COROLLARIVM.

Colligitur ex hoc in figuris planis, vel ſolidis, ſi magnitudines comparatæ ſint lineæ rectæ, vel plana, ſint autem illæ, quæ dicuntur omnes lineæ, vel omnia plana dictarum figurarum, de illis quoque verificari, vt vnum antecedentium ad vnum conſequẽtium, ita eſſe omnia antecedentia ad omnia conſequentia; & in ſupradictis figuris planis omnes lineas vnius ad omnes lineas alterius, vel in ſolidis omnia plana vnius ad omnia plana alterius, eſſe vt vnum antecedentium ad vnum conſequentiũ, iuxta quę, tanquam regulas, dictæ omnes lineæ, vel omnia plana intelliguntur aſſumpta.

## XVIII.

*Circa Propoſitionem primam, & eius Scholium plura dicentur in Exerc. 3. Propoſitio verò 2. & 3. manifeſtant veritatem regulæ generalis num. 7 ſeu regulæ generaliſſimæ iuxta priorem methodum aſſumptæ. Propoſitio 4. eſt quaſi quidam nexus vtriuſque methodi Indiuiſibilium: in ea enim apparet comparatio omnium Indiuiſibilium figurarum, CAM, CME, tam collectiuè quam diſtributiuè ſumptorum. Nam ex eo, quod ſingula Indiuiſibilia figuræ CAM, cum ſingulis Indiuiſibilibus figuræ CME, eiſdem in directum poſitis collata, reperiuntur ad illa habere eandem rationem (quod inueſtigare eſt munus poſterioris methodi) concluduntur omnia Indiuiſibilia ad omnia Indiuiſibilia eſſe, vt vnum ad vnum, quod congruit priori methodo:*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*unde infertur figuras ipsas esse, vt vnum ad vnum. Verum hoc idem probat Prop. prima Lib. 7. ijsdem Indiuisibilibus singillatim, hoc est non collectiuè, sed distributiuè comparatis, vt videbimus in Exercit. 2. In hac autem Prop. prior methodus aliquantulum se contrahit scilicet ad limites posterioris, vbi n. illa pronuntiat in Prop. 3. figuras sequi proportionem aggregatorum suorum omnium Indiuisibilium, qualescunque sint ipsæ figuræ: hic ad eas sese coarctat, quæ sunt in eadem altitudine, seu in eisdem parallelis. Prior ergo methodus liberior est, scilicet vagatur per omnes figuras, cuiuscunq; nempè sint altitudinis, sed est implexa conceptui omnium Indiuisibilium collectiuè cōparatorum: posterior verò contractior est postulat enim figuras esse in eadem altitudine sed soluta est à præfato cōceptu, comparat enim ipsa Indiuisibilia tantum distributiuè.*

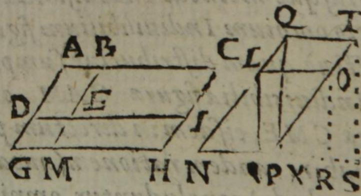
## XIX.

*Quod autem infinitas terminorum proportionis datæ non obstet quin de illis quoque verificetur, vt vnum antecedens ad vnum consequens ita esse omnia antecedentia ad omnia consequentia, vt innuitur in prædicta Prop. 4. egregiè confirmat prænominatus Torricellius Problemate de Dimensione Parabolæ, Prop. 14. à Lemmate 24. vsque ad 27.*

## PROPOS. V.

PArallelogramma in eadem altitudine existentia inter se sunt, vt bases; & quæ in eadem basi, vt altitudines, vel, vt latera æqualiter basibus inclinata.

Sint parallelogramma quæcunque, AM, MC, in eadem altitudine constituta, sumpta altitudine iuxta bases, GM, MH. Dico parallelogrammum, AM, ad parallelogrammum, MC, esse vt, GM, ad, MH. Ducatur quæcunq; intra parallelogrāma, AM, MC, parallela ipsis, GM, MH, cuius portiones paral-



parallelogrammis, AM, MC, interceptæ sint, DE, EI. Quoniam ergo, DM, est parallelogrammum, sicut &, EH, erit, DE, æqualis ipsi, GM, &, EI, ipsi, MH, erit igitur, GM, ad, MH, vt, DE, ad, EI, &, DE, EI, ductæ sunt vtcunq; parallelæ ipsis, GM, MH, ergo parallelogramma, AM, MC, erũt ex genere figurarum Theorematis anteced. ergo, AM, ad, MC, erit vt, DE, ad, EI, vel vt, GM, ad, MH, quę sunt eorundem bases. Hæc autem verificabuntur etiam si altitudines æquales fuerint, vt facilè patet.

Sint nũc parallelogramma, QP, LP, in eadẽ basi, NP, constituta. Dico eadem esse, vt altitudines sumptæ iuxta basim, NP. Demittantur ergo, OR, TS, altitudines in, NP, productam, in punctis, R, S, illi occurrentes (nisi fortè, TP, OP, essent ipsæ altitudines, vel intra parallelogramma inciderẽt basi, NP,) & à punctis, Q, L, agãtur illis parallelæ, QX, LV, in punctis, V, X, basi, NP, incidẽtes. Sunt igitur parallelogrãma, QS, LR, in æqualib. altitudinibus, QT, LO, sũptis iuxta bases, TS, OR, ergo parallelogramma, QS, LR, erunt inter se, vt bases, TS, OR, est autem parallelogrammũ, QS, ęquale parallelogrammo, QP, &, LR, ipsi, LP, ergo parallelogrãma, QP, LP, erunt inter se, vt, TS, OR, quæ pro ipsis sunt altitudines sumptæ iuxta basim, NP. Si autem latus, OP, extenderetur super latus, PT, idest latera, OP, PT, essent æqualiter inclinata communi basi, NP, tunc sumptis pro basibus ipsis, TP, OP, haberemus parallelogramma, QP, LP, in eadem altitudine sumpta iuxta bases, TP, OP, & ideò essent, vt ipsæ bases, TP, OP, idest vt latera, TP, OP, æqualiter basi, NP, inclinata, hæc autem pariter verificabuntur etiamsi basis, NP, non sit communis, sint tamen duæ bases ęquales, quæ ostendere opus erat.

Ex prima parte huius Prop.

Ex prima par. huius Propos.

XX.

*Hæc propositio superaddita est, vt quoddam exemplar haberet Studiosus prioris methodi Indiuisibilium, quatenus illa adhibetur circa figuras in eadem altitudine existentes (vt semper ferè consuetum est in ipsa Geometria Indiuisibilium, quamuis vniuersalissimè quibuscunq. figuris in quacunque altitudine existentibus adaptari possit) hoc est quatenus versatur circa subiectum, quod est posteriori methodo proprium. In ea enim*

*intelligi*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*intelligi potest secundū priorem methodum fieri comparationem omnium Indiuisibilium collectiuè, quamuis sufficeret illa distributiuè comparare, quod efficit posterior methodus. Vt enim concludamus parallelogrammum, GB, ad, BH, esse vt, GM, ad, M H, sufficit probare vt, G M, ad, M H, ita esse, DE, ad, EI, & sic quamlibet parallelam ipsi, G H, in parallelogrammo, GB, ad sibi respondentem in parallelogrammo, BH, parallelam eidem, GH, vt nos docet Propos. prima Lib. 7. absque eo quod inferamus, ergo collectiuè omnes lineæ, GB, ad omnes lineas, BH hoc est parallelogrammum, GB, ad parallelogrammum, BH, est vt, GM, ad, MH,. Videat ergo Lector in quo differant prior, & posterior methodus, & quam facilè per hāc posteriorem possit infinitorum Indiuisibilium simul collectorum comparationem euitare, si illa propter infinitatem eidem negotium faciant.*

## XXI.

*Ex præfata Prop. 5. deducuntur sequentes Propositiones eiusdem Libri secundi vsque ad octauam inclusiuè, demonstrāturq; via Geometrica consueta, quæ idcirco prætermittuntur. Sciat tamen Lector in sexta probari quæcunq; parallelogramma habere rationem compositam ex ratione basium, & altitudinum, siue laterum æqualiter basibus inclinatorū, cum illa sunt æquiangula. In septima verò demonstratur parallelogramma, quorum bases altitudinibus, vel lateribus æqualiter inclinatis reciprocantur esse æqualia, & è contra. In octaua deniq; habetur similia parallelogramma esse in dupla ratione suorum laterum homologorum. Hæc à me vocantur communia symptomata parallelogrammorum, quæ in Corollarijs dictarum Propositionum ad eorundem parallelogrammorum omnes lineas, regulis lateribus, pariter transferuntur.*

## PROPOS. IX.

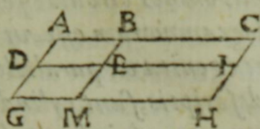
A. Diffi. 8. huius.

PAralllelogrammorum in eadem altitudine existentium omnia quadrata, regula basi, iuxta quam altitudo sumpta est, sunt inter se, vt quadrata basium.

Sint igitur parallelogramma, AM, MC, in eadem altitudine.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

dine. Dico omnia quadrata parallelogrammi, AM, ad omnia quadrata parallelogrammi, MC, regula, GH, esse vt quadratum, GM, ad quadratum, MH. Sit intra parallelogrāma, AM, MC, ducta vtcunque, DI, parallela ipsi, GH, cuius portio, DE, maneat in, AM, &, EI, in, BH. Quoniam ergo, DE, est æqualis ipsi, GM, figuræ autem planæ similes descriptæ à lateribus, vel lineis homologis æqualibus sunt æquales, & ideò quadratum, DE, erit æquale quadrato, GM, & quadratum, EI, quadrato, MH, ergo, vt quadratum, GM, ad quadratum, MH, ita erit quadratum, DE, ad quadratum, EI, & quia, DI, vtcunque ducta est parallela ipsi, GH, ideò, vt vnum ad vnū, ita omnia ad omnia idest, vt quadratū, GM, ad quadratum, MH, ita erunt omnia quadrata parallelogrammi, AM, ad omnia quadrata parallelogrammi, MC, regula, GH, quod erat ostendendum. A. Def. 8. huius. 25. l. 1. Coroll. 4 huius.




## COROLLARIVM.

Hinc patet, si vice quadratorum sumamus alias quascunque figuras similes, quod eodem pacto ostendemus omnes figuras similes parallelogrammi, AM, ad omnes similes figuras parallelogrammi, MC, vt ex. g. omnes circulos parallelogrāmi, AM, ad omnes circulos parallelogrāmi, MC, esse vt similes figuras ab ipsis basibus, GM, MH, descriptas, nam figuræ planæ similes quæcunque, vt dictum est, descriptæ à lateribus, vel lineis homologis æqualibus sunt æquales; omnibus pariter assumptis figuris similibus regula eadem, GH. A. Defi. 8 huius. 25. l. 1.

## XXII.

*Ad intelligentiam huius Propositionis nonæ recolantur dicta circa def. 8. num. 17 superiori, in hac enim paratur transitus ad corpora medijs omnibus quadratis descriptis ab omnibus lineis parallelogrammorum, GB, BH, æquidistantibus duobus quadratis descriptis à basibus, GM, MH, (ad quæ supponuntur æqualiter inclinari parallelogramma, GB, BH, figuræ genitrices similarium solidorum, quorum omnia dicta quadrata erūt omnia*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

plana) tanquã suis regulis. In hac ergo ostenditur omnia quadrata parallelogrammorum in eadem altitudine existentium, vt sunt, GB, BH, esse vt quadrata basium. Similiter in Corollario dicitur, si vice quadratorum sumantur circuli, seu aliæ quæcunq; figuræ descriptæ à basibus, tamquam regulæ, nihilominus omnes circulos seu omnes figuras similes dictorum parallelogrammorum esse, vt ipsas regulas. Et quoniam solida similaria genita ex parallelogrammis, regulis figuris à basibus corundẽ descriptis, sunt cylindrici, seu corpora columnaria, vt dictum est num. 17. & infra probabitur; ideò ex præmissa Prop. edocemur corpora columnaria, seu cylindricos similium basium in eadem altitudine existentes, esse inter se, vt ipsas bases. Similiter ex ibidem sequenti Prop. 10. eiusque Corollario innotescit Cylindricos in eadem, vel æqualibus, & similibus basibus existentes, esse vt altitudines, vel vt latera æqualiter basibus inclinata. Sic 11. Prop. cum Corollario indicat Cylindricos similium basium habere inter se rationem compositam ex ratione basium, & altitudinum, vel laterum æqualiter basibus inclinatorum. Pariter Propositio 12. cum Corollario patefacit cylindricos similium basium, quorum ipsæ bases altitudinibus, vel lateribus æqualiter basibus inclinatis reciprocantur, esse æquales: & è contra. Insuper ex Prop. 13. cum Corollario palam fit similes cylindricos esse in tripla ratione laterum homologorum. Deniq; Prop. 14. concludit hæc omnia (excepta Propositione 13. quoniam postulat bases esse similes) verificari de cylindricis etiamsi bases eorum sint dissimiles. Hæc à me vocantur communia symptomata cylindricorũ, & omnium quadratorum ipsorum parallelogrammorum, quæ deducuntur ex hac sola præmissa Propos. 6. via geometrica consueta, & ideò hic prætermittuntur.

## XXIII.

Sequuntur in eodem Libro 2. aliquæ Propositiones, quæ cum ad intentum nostrum non sint necessariæ, propterea relinquũtur. Sunt autem præcipuè Prop. 15. in qua ostenditur omnes figuras planas similes (quas generaliter diffiniuimus Lib. primo def. 10) esse in dupla ratione linearum, vel laterum homologorum earundem: & Propositio 17. (satis prolixa, & laboriosa) in qua probatur omnia similia solida (quorum extat definitio generalis

eodem

*eodem Lib. primo ad def.* 11.) *esse in tripla ratione linearum, vel laterum homologorum, quæ sunt in eorundem homologis figuris. Has autem Lector poterit supponere, nisi hunc laborem subire velit.*

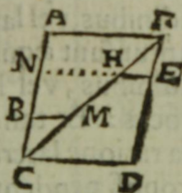
## XXIV.

*Hactenus Indiuisibilium priorem methodum experti sumus in indagandis communibus parallelogrammorum, & cylindricorum symptomatibus, nunc ad planas figuras redeũtes in ijsdẽ vlterius progredimur. Quoniam verò post parallelogramma faciliora videntur esse triangula, & trapezia, propterea in sequentibus Propositionibus medijs parallelogrammis fit transitus ad triangulorum, & trapeziorum mensuram.*

## PROPOS. XIX.

SI in parallelogrammo diameter ducta fuerit, parallelogrammum duplum est cuiusuis triangulorum per ipsam diametrum constitutorum.

Sit parallelogrammum vtcunque, AD, in quo ducta diameter, FC, ipsum diuidat in triangula, FAC, CDF. Dico parallelogrammum, AD, duplum esse cuiusuis triangulorum, FAC, CDF. Abscindantur ab, FD, CA, versus puncta, F, C, partes æquales, FE, CB, & per pũcta, B, E, parallelæ ipsi basi, CD, ducantur, EH, B*M*, incidentes diametro, FC, in punctis, H, *M*; quoniam ergo in triangulis, FHE, CB*M*, angulus, HFE, æqualis est angulo illi coalterno, BC*M*, & HEF, ipsi, FDC, qui est æqualis angulo illi opposito, FAC, qui tandem æquatur angulo, *M*BC; interior exteriori, ideò angulus, FEH, æquatur angulo, *M*BC, sunt igitur in triangulis, FEH, *M*BC, duo anguli duobus angulis æquales, & latera illis adiacentia sunt æqualia, nempè, FE, ipsi, BC, ergo reliqua latera erunt æqualia, scilicet HE, ipsi, B*M*. Eodem modo ostendemus de cæteris parallelis ipsi, CD, eas nempè, quæ versus puncta, F, C, abscindunt à lateribus, FD, CA, partes æquales, esse pariter inter se æquales, veluti sunt ex- 26. Primi Elem.



tremæ, AF, CD, æquales. Ergo omnes lineę trianguli, CAF, æquabuntur omnibus lineis trianguli, FDC, sumptis in vtrisque omnibus lineis regula, CD; ergo triangulus, ACF, erit æqualis triãgulo, FDC, ergo duo trianguli, ACF, FDC,
3. huius. scilicet parallelogrammum, AD, erit duplum cuiusuis triãgulorum, ACF, FCD, quod ostendere opus erat.

## COROLLARIVM I.

HInc patet, quæcunque de parallelogrammis in Prop. 5.6.7. & 8. huius Libri ostensa sunt, eadem de triangulis vt vera recipi posse, si in triangulis conditiones ibi appositæ repertæ fuerint, nam in vnoquoque expositorum triangulorum sumptis duobus quibusuis lateribus, fieri potest sub illis in eodem angulo parallelogrammũ, cuius triangulum erit dimidium. Triangula ergo, quæ in eadem sunt altitudine inter se sunt, vt bases: Et quæ in eadem basi inter se sunt, vt altitudines, vel vt latera æqualiter basibus inclinata: Item habent rationem cõpositam ex ratione basium, & altitudinum, siue laterum æqualiter basibus inclinatorũ, cum sunt æquiangula: Item Triangula, quorum bases altitudinibus, vel lateribus ęqualiter basibus inclinatis, reciprocantur sunt æqualia; & quæ sunt æqualia bases habent altitudinibus, vel lateribus æqualiter basibus inclinatis, reci-
Iux. dif. 1. 1. Sexti Elem. procas: Et tandem habetur similia Triangula esse in dupla ratione laterum homologorum, quæ omnia ex præsenti Propos. pendent.

## COROLLARIVM II.

COlligitur insuper, si supponamus, CD, esse æqualem ipsi, DF, quamlibet ductam in triangulo, FCD, parallelam ipsi, CD, æqualem esse ei, quam ipsa abscindit ab, FD, versus, F, nempè ipsi abscissæ, FE, & producta, EH, versus, AC, cui incidat in N, ipsã, HN, ęquari residuæ abscissę, FE, scilicet ipsi, ED, &, NE, integram æquari ipsi, FD, quæ est vna maximarum abscissarum ipsius, FD, vnde hac via colligemus omnes lineas trianguli, FCD, regula, CD, dum



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

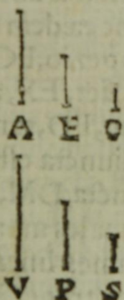
latus, FD, æquatur ipsi, DC, esse æquales omnibus abscissis ipsius FD, & omnes lineas trianguli, AFC, esse æquales residuis omnium abscissarum, FD, & omnes lineas parallelogrammi, AD, æquari maximis abscissarum, F D, quæ dicuntur eiusdem obliqui transitus, si angulus, CDF, nõ sit rectus, & recti transitus, si sit rectus; vnde sicuti ostendimus, parallelogrammum, AD, duplum esse trianguli, FCD, vel, ACF, & subinde etiam omnes lineas, AD, regula, CD, duplas esse omnium linearum trianguli, FCD, vel, ACF, sic etiam vt demonstratum recipi potest proposita linea rectæ, vt ipsius, FD, vtcunque, maximas abscissarum duplas esse omnium abscissarum eiusdem, vel residuarum omnium abscissarum, vnde & omnes abscissas patebit æquari residuis omnium abscissarum eiusdem lineæ, ijs vel recti, vel eiusdẽ obliqui transitus sumptis, quæ ad sequentium intelligentiam diligenter sunt adnotanda.

Defin. 4. huius. Defin. 5. huius. Defin. 6. huius.

3. huius.

## LEMMA.

Sit magnitudo, A, ad quotcunque magnitudines, E, O, singillatim ad vnamquamque, vt magnitudo, V, ad tot alias, P S, singillatim ad vnamquamq; nempè sit, A, ad, E, vt, V, ad, P; A, ad, O, vt, V, ad, S. Dico, A, ad, E, O, simul esse, vt, V, ad P, S, simul iunctas. Etenim conuertendo erit prima, E, ad secundam, A, vt tertia, P, ad quartã, V, sed etiam conuertendo quinta, O, est ad secundam, A, vt sexta, S, ad quartam, V, ergo composita ex prima, E, & quinta, O, erit ad secũdam, A, vt composita ex tertia, P, & sexta, S, ad quartam, V, ergo cõuertendo, A, ad, E, O, simul erit, vt, V, ad, P, S, simul iunctas, qui arguendi modus dicitur à me, Colligere, seu Colligendo.




24. Quinti Elem.

Defin. 13. huius.

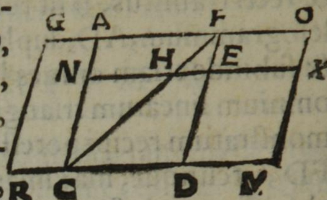
## PROPOS. XX.

Assumpta Propos. antecedentis figura, dimissa, BM, retineatur, N E, pro vna ex ductis vtcunque parallela ipsi CD, producta autem, CD, vtcunque in, M, compleroq;

paral-

parallelogrammo, OD. Dico parallelogrammum, AM, ad trapeziũ, FCMO, esse vt, CM, ad, MD, simul cũ $\frac{1}{2}$. CD.

Erit enim, AM, parallelogrammum, vnde, MA, ad, AD, erit vt, CM, ad, CD, AD, verò ad triangulum, FCD; est vt,
5. huius. CD, ad $\frac{1}{2}$. CD, ergo, AM, ad trian-
Ex antec. gulum, FCD, erit vt, MC, ad $\frac{1}{2}$. CD, est autem, AM, ad, FM, vt, CM, ad, MD, ergo, colligendo, AM, ad, FM, cum triangulo, FCD, idest ad tra-
5. huius. pezium, OFCM, erit vt, CM, ad, MD, cum $\frac{1}{2}$. DC, quod ostendendum erat.




## COROLLARIVM.

Ex Cor. 2 antec. Manifestum est autem, si, CD, sit æqualis ipsi, DF, omnes lineas parallelogrammi, AD, regula, CD, esse æquales maximis absciſſarum, FD, & omnes lineas triãguli, FCD, regula eadem æquari omnibus abſciſſis, FD. Nunc si intelligamus cuilibet earum, quæ dicuntur maximæ ab-
Defin. 7. huius. ſciſſarum, vel abſciſſæ, adiungi rectam, DM, vocantur tunc maximæ abſciſſarum, vel abſciſſæ adiuncta, DM, hæc autem sunt eædem illis, quæ habentur in parallelogrammo, AM, & trapezio, FCMO, nam si produxeris, NE, vsque ad, OM, in, X, fiet, EX, adiuncta tum ipsi, NE, vni ex maximis abſciſſarum, FD, tum ipsi, HE, vni ex omnibus abſciſſis, FD, &, EX, adiuncta est æqualis ipsi, DM, vnde omnes lineæ, AD, adiuncta, DM, sunt omnes lineæ parallelogrammi, AM, & sunt ęquales maximis abſciſſarum ipsius, FD, adiuncta, DM, & omnes lineæ trianguli, FCD, adiuncta, DM, sunt omnes lineæ trapezij, FCMO, & sunt æquales omnibus abſciſſis ipsius, FD, adiuncta, DM. Quia ergo, AM, ad trapeziũ, FCMO,
3. huius. est vt, CM, ad, MD, cum $\frac{1}{2}$. DC, ideò omnes lineæ, AM, ad omnes lineas trapezij, FCMO, (regulam hic semper intellige ipsam, CM,) idest maximæ abſciſſarũ, FD, adiuncta, DM, ad omnes abſciſſas, FD, adiuncta, DM, erunt vt, CM, composita nempè ex proposita linea, CD, siue ex proposita, FD, illi æquali, & adiuncta, DM, ad compositam ex adiuncta, MD, & $\frac{1}{2}$. propositæ lineæ, CD, vel, DF.

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOS. XXI.

IN expoſita ſuperioris Prop. figura, ſi producatur, CD, ad partes, C, vtcunque, vt in, R, & compleatur parallelogrammum, GC, oſtendemus trapezium, FGRC, ad trapezium, FC*M*O, eſſe vt compoſita ex RC, & $\frac{1}{2}$. CD, ad compoſitam ex, *M*D, & $\frac{1}{2}$. CD.

Nam trapezium, CRGF, ad, GD, eſt vt compoſita ex, R*C*, & $\frac{1}{2}$. *C*D, ad, RD, inſuper, GD, ad, A*M*, eſt vt, RD, ad, *CM*, & tandem, A*M*, ad trapeziū, F*CM*O, eſt vt, *CM*, ad, *M*D, cum $\frac{1}{2}$. *C*D, ergo ex æquali trapezium, FGR*C*, ad trapeziū, F*CM*O, erit vt, R*C*, cum $\frac{1}{2}$. *C*D, ad, *M*D, cum $\frac{1}{2}$. D*C*, quod erat demonſtrandum.

## COROLLARIVM.

HInc patet omnes lineas trapezij, FGR*C*, regula, R*M*, ad omnes lineas trapezij, F*CM*O, regula eadem eſſe, vt, R*C*, cū $\frac{1}{2}$. *C*D, ad, *M*D, cū $\frac{1}{2}$. D*C*. Veluti autem in antecedenti oſtendimus, ſi, *C*D, ſit æqualis ipſi, DF, omnes lineas trapezij, F*C*MO, regula, *CM*, æquari omnibus abſciſſis ipſius, FD, adiuncta, D *M*, ita in præſenti oſtendemus omnes lineas trapezij, FGR*C*, regula, RD, æquari reſiduis omnium abſciſſarum ipſius, A*C*, vel, FD, adiuncta, R*C*; vnde patebit reſſiduas abſciſſarum propoſitæ lineæ, vt, FD, adiuncta, R*C*, ad omnes abſciſſas eiuſdem, adiuncta alia linea, vt, D*M*, eſſe vt compoſitum ex prima adiuncta, & $\frac{1}{2}$ propoſitæ, *C*D, ſiue, FD, illi æqualis, ad compoſitum ex ſecunda adiuncta, & $\frac{1}{2}$. propoſitæ lineæ, ideſt vt, R *C*, cum $\frac{1}{2}$. *C*D, vel, DF, ad, *M*D, cum $\frac{1}{2}$. *C*D, vel, DF. 3. huius.

## XXV.

*Cum triangulum dimidium eſſe circumſcripti eidem parallelogrammi in præmiſſa Prop. 19. oſtenſum ſit, ideò communia parallelogrammorum ſymptomata num. 21. indicata, etiam ad ipſa triangula, & ad eorum omnes lineas, regula baſi, transferri*

*intel-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

intelliguntur, vt innuit Corollarium. Ex Corollario verò secundo eiusdem Prop. 19. liquidò apparet nos sine abscissis, residuis, & maximis abscissarum propositæ lineæ, vt ipsius, FD, in illius Schemate nostras Prop. ostẽdere posse, vt dicebatur nu. 16 Etenim si supponamus, FD, æqualem ipsi, DC pro omnibus abscissis ipsius, FD, possumus vti omnibus lineis trianguli, FCD, & pro residuis omnibus lineis trianguli, ACF, sicuti pro maximis omnium abscissarum possunt vsurpari omnes lineæ parallelogrammi, ACDF, regula, CD. Similiter ex Corrolario Prop. 20. innotescit in eius figura supposita, FD æquali ipsi, DC omnes lineas parallelogrammi, AM, posse deseruire pro maximis abscissarum, FD, adiuncta, DM; & omnes lineas trapezij, FCMO, pro omnibus abscissis eiusdem, FD, adiuncta eadem, DM. Sic in Prop. 21. omnes lineæ trapezij, GRCF, seruient pro residuis omnium abscissarum, FD, adiuncta, CR. Videtur enim res clarior euadere, & ab oppositionib. liberior, si his abscissis, residuis, &c. substituamus omnes lineas dictarum figurarum, ijs enim dictæ abscissæ, & residuæ, &c. tam distributiuè, quam collectiuè adæquantur, vt patet ex dictarum Propositionum Corollarijs. Hæc addidi, quia non defuit, qui perperam accipiens has abscissas, residuas &c. fallaciæ hanc priorem methodum Indiuisibilium credidit obnoxiam, vt suo loco clarius explicabitur.

## XXVI.

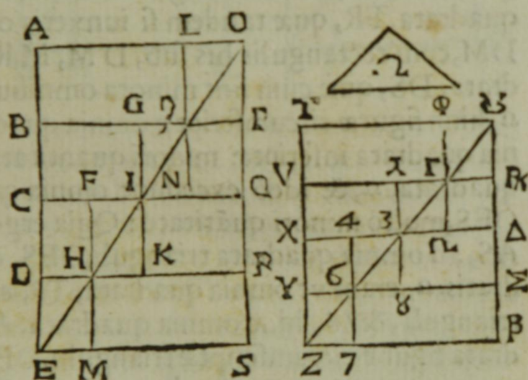
Post parallelogramma, triangula, & trapezia in planis, & post cylindricos in solidis, superest vim Inuisibilium iuxta hãc priorem methodum pariter circa alia solida experiri. Inter ea verò primò sese offerunt corpora pyramidalia, seu conici, quippe quæ à triangulis iuxta nostram rationem oriuntur. Ad ea ergo fit cylindricorum comparatio in sequenti Prop. 22. quam cum suis Corollarijs, & duabus subsequentibus Prop. 23. & 24. pariter cum suis Corollarijs hic subnectimus.

## PROPOS. XXII.

Expositis duobus vtcunq; parallelogrãmis, in eisdemq; ductis diametris, & duobus vtcunque lateribus pro regula sumptis, nempè in vnoquoq; eorum uno: Omnia quadrata

drata cuiusuis dictorum parallelogrammorum ad omnia quadrata cuiusuis triangulorum per diametrum in ipso constitutorum, erunt vt omnia quad. reliqui parallelogrammi ad omnia quadrata cuiusuis triangulorum per diametrum in isto ductam pariter constitutorum.

Sint exposita vtcunq; parallelogramma, AS, Tβ, in ijsq; ductæ diametri, EO, Z &, regulis sumptis, ES, Zβ. Dico omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata trianguli, OES, esse vt omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata, &Zβ. Si enim, vt omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata trianguli, &Zβ, ita non sunt omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata trianguli, OES, erunt igitur ita omnia quadrata, AS, ad maius, vel ad minus omnibus quadratis trianguli, OES. Sint excessus, vel defectus, omnia quadrata figurę planæ, Ω, diuidatur autem latus, OS, bifariã, in Q, &, OQ, QS, bifariam in, P, R, & sic deinceps fiat, ita vt ductis per pũcta diuisionũ parallelis ipsi, ES, DR, CQ, BP, tandem deuẽtum sit ad parallelogrãmum, DS, cuius omnia quadrata,




regula, E S, sint minora omnibus quadratis figuræ, Ω: per puncta autem, in quibus dictæ parallelæ ipsam, OE, secant, ducãtur vsque ad proximas parallelas æquidistantes lateribus, AE, OS, ipsæ, LN, GK, FM. Erit igitur triangulo, OES, circumscripta figura quædam composita ex parallelogrãmis, LP, GQ, FR, DS, & alia inscripta composita ex parallelogrammis, 9Q, IR, HS, ita vt omnia quadrata figuræ circumscriptæ, regula, ES, excedant omnia quadrata inscriptæ, regula eadem, minori quantitate, quam sint omnia quadrata figuræ, Ω. Nam in parallelogrammo, DS, recta, HM, diui- Iux. Prim. 10. Elem.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

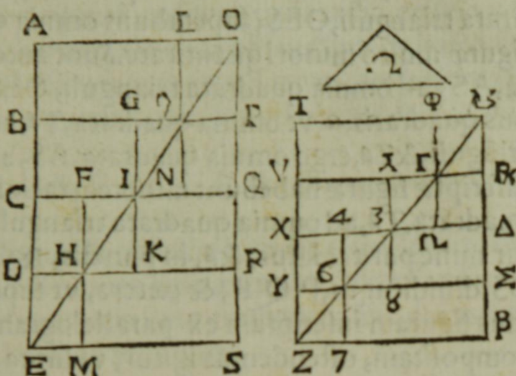
dit omnia quadrata, DS, in omnia quadrata, DM, in omnia quadrata, HS, & in rectāgula bis ſub, DM, MR, veluti punctum, H, diuidit quadratum, DR, in quad. DH. quad. HR, & rectangulum bis ſub; DHR, ſiue ex 23. ſeq. ab hac independente, & ideò omnia quad. DS, excedunt omnia quadrata, HS, omnibus quadratis, DM, & rectangulis bis ſub, DM, MR. Eodē pacto oſtēdemus omnia quadrata, FR, excedere omnia quadrata, IR, omnibus quadratis, FK, & rectangulis bis ſub, Fk, kQ, & ſic omnia quadrata, GQ excedere omnia quadrata, 9Q, omnibus quadratis, GN, cum rectangulis bis ſub, GN, NP, & in figura circumſcripta ſuperſunt adhuc omnia quadrata, LP. Porrò ſi hos exceſſus ſimul colligamus fient omnia quadrata, DS, nam ſi omnia quadrata, LP, vel, 9Q iunxeris omnibus quadratis, GN, & rectangulis bis ſub, GN, NP, fient omnia quadrata, GQ, hæc ſi iunxeris omnib. quadratis, Fk, cum rectangulis bis ſub, Fk, kQ, fient omnia quadrata, FR, quæ tandem ſi iunxeris omnibus quadratis, DM, cum rectangulis bis ſub, D M, M R, fient omnia quadrata, DS, quæ cum ſint minora omnibus quadratis figuræ, Ω, hinc figuræ circumſcriptæ omnia quadrata excedunt omnia quadrata inſcriptæ minori quantitate, quam ſint omnia quadrata, Ω, & ideò excedunt omnia quadrata trianguli, OES, multò minori quātitate: Quia ergo omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata trianguli, OES, cum omnibus quadratis, Ω, erant vt omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata trianguli, &Zβ, hinc omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata figuræ circumſcriptæ triangulo, OES, habebunt maiorem rationem, quam omnia quadrata, Tβ, ad omnia quad. trianguli, &Zβ.

Nunc diuidatur ſimiliter, &β, in punctis, ℞, Δ, Σ, ac, OS, in punctis, PQR, & per puncta, ℞, Δ, Σ, parallelæ ipſi, Zβ, ducantur, ℞V, ΔX, ΣY, ſecantes, &Z, in punctis, Γ, 3, 6, per quæ vſq; ad proximas parallelas ipſis, &β, TZ, æquidiſtantes ducantur, ΦΓ, Λ3, 46, vt triangulo, &Zβ, ſit circumſcripta figura ex parallelogrammis, Φ℞, ΛΔ, 4Σ, Yβ, compoſita. Quia ergo, vt,

10. huius. OS, ad, SR, ita eſt, &β, ad, βΣ, vt autem, OS, ad, SR, ita ſunt omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata, DS, & vt, &β, ad, βΣ, ita ſunt omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata, Yβ; ergo

omnia

omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata, DS, sunt vt omnia quadrata, Tβ, ad oĩa quadrata, Yβ. Quia verò omnia quadrata, Yβ, ad omnia quadrata, 6β, ideſt ad omnia quadrata 4Σ, ſunt vt quadratum, Zβ, ad quadratum, 7β, ideſt ad quadratum, 6Σ, ideſt vt quadratum, β&, ad quadratum, &Σ, .i. vt quadratum, SO, ad quadratum, OR, ideſt vt quadratum, ES, ad quodratũ, HR, ideſt, vt omnia quadrata, DS, ad omnia quadrata, FR: ergo ex æquali oĩa quadrata, AS, ad oĩa quadr. FR, erũt vt oĩa quadr. Tβ, ad oĩa quadr. 4Σ: Eodẽ pacto oſtẽdemus oĩa quadr. AS, ad oĩa quadrata, GQ, eſſe vt omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata, ΛΔ, & tandem omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata, LP, eſſe vt omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata, Φ℞, vnde, colligendo, omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata parallelogrammorum, DS, FR, GQ, LP, ideſt figuræ circumſcriptæ, erunt vt omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata parallelogrammorum, Φ℞, ΛΔ, 4Σ, Yβ, ideſt ad omnia quadrata figurę circumſcriptæ triangulo, & Zβ. Sed omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata figuræ circumſcriptæ triangulo, OES, oſtenſa ſunt habere maiorem rationem, quam omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata trianguli, & Zβ, ergo omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata figuræ circumſcriptæ triangulo, & Zβ, habebunt maiorem rationem, quam ad omnia quadrata trianguli, & 7β, ergo omnia quadrata figuræ circumſcriptæ triangulo, & Zβ, minora erunt omnibus quadratis triãguli, & Zβ, quod eſt abſurdum. Non ergo omnia quadrata, AS, ad maius, quam ſint omnia quadrata triãguli, OES, habẽt eandem rationem, quam omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata trianguli, & Zβ.




9. huius.

Defin. 13. l. 1.

Dico autem neque ad minus eisdem habere eandem rationem, sint enim defectus adhuc omnia quadrata figuræ, Ω,& sit circumscripta triangulo, O E S, figura ex parallelogrammis, LP, GQ, FR, DS, & alia inscripta ex parallelogrammis, MQ, IR, HS, composita, ita vt omnia quadrata circumscriptæ superent omnia quadrata inscriptæ minori quantitate, quam sint omnia quadrata, Ω, ergo omnia quadrata trianguli, OES, superabunt omnia quadrata inscriptę figuræ multo minori quantitate. Sunt autem omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata trianguli, OES, detractis omnibus quadratis, Ω, vt omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata triãguli, &Zβ, ergo omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata inscriptæ figuræ habebunt minorem rationem, quam omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata trianguli, & Zβ. Diuidatur nunc pariter latus, &β, in punctis, ℞, Δ, Σ, similiter ac, OS, diuiditur in, P, Q, R, & cætera, vt supra, fiant, vt habeamus figuram inscriptam ex parallelogrammis, ΓΔ, 3Σ, 6β, compositam, ostendemus igitur, vt supra, omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata figuræ inscriptæ triangulo, OES, esse vt omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata figuræ inscriptæ triangulo, &Zβ, sunt autem omnia quadrata, AS, ad omnia quadrata figuræ inscriptæ triangulo, OES, in minori ratione, quam sint omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata triãguli, &Zβ, ergo omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata figuræ inscriptæ triangulo, &Zβ, erunt in minori ratione, quam omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata trianguli, &Zβ, ergo figuræ inscriptæ triangulo, &Zβ, omnia quadrata maiora erunt omnibus quadratis trianguli, &Zβ, quod est absurdum, igitur omnia quadrata, AS, non ad minus, quam sint omnia quadrata trianguli, OES, erunt vt omnia quadrara, Tβ, ad omnia quadrata trianguli, &Zβ, sed neque ad maius, vt ostensum est ergo ad ipsa erunt, vt omnia quadrata, Tβ, ad omnia quadrata, &Zβ. Si autem comparenrur omnia quadrata, A S, T β, ad omnia quadrata triangulorum, A E O, TZ &, eodem modo fiet demonstratio, igitur ostensum est, quod erat demonstrandum.

A.CO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## A. COROLLARII SECTIO I.

HInc patet quæcunque de omnibus quadratis parallelogrammorum tales, vel tales conditiones habẽtium in Propos. 9. 10. 11. 12. 13. 14. huius Libri ostensa sunt, eadem de omnibus quadratis triangulorum, tanquam de eorundem partibus proportionalibus verificari, regula vno latere sumpta, dum triangula circa altitudines, & bases, siue à basibus descriptas figuras, & latera æqualiter basibus inclinata, easdem obtinuerint conditiones ibi notatas.

## B. SECTIO II.

IGitur triangulorum in eadem altitudine existẽtium omnia quadrata, vel omnes figuræ similes (siue sint similes ad inuicem, quæ sunt vtriusque trianguli, siue dissimiles) erunt vt figuræ à basibus descriptæ. 9. huius.

## C. SECTIO III.

ET si triangula fuerint in eadem, vel æqualibus basibus, omnes figuræ similes vtriusq; ad inuicem, erunt vt altitudines, vel vt latera basibus æqualiter inclinata. 10. huius.

## D. SECTIO IV.

ITem triangulorum omnia quadrata, siue omnes figuræ similes, etiamsi sint dissimiles, quæ sunt vtriusque trianguli, habebunt ratiomẽ compositam ex ratione figurarum à basibus descriptarum, & altitudinum, siue laterum basibus æqualiter inclinatorum. 11. huius.

## E. SECTIO V.

ET triangulorum, quorum basium figuræ altitudinibus, vel lateribus æqualiter basibus inclinatis reciprocantur, omnes figuræ, similes basiũ figuris, sunt æquales: Et si omnes

12. huius. omnes figuræ, ſimiles baſium figuris, ſint æquales, figuras baſium altitudinibus, vel lateribus æqualiter baſibus inclinatis reciprocè reſpondentes habebunt.

## F. SECTIO VI.

Iux. diffi. 1. Sexti Elem.

ET tandem ſimilium triangulorũ omnia quadrata erunt in tripla ratione laterum homologorum, ſiue vt eorum cubi; regulas verò in ſupradictis ſuppono ſemper duo illorum triangulorum latera, quę baſes voco; hic verò intellige illorum triãgulorum latera homologa. His autem ſequentem Propoſitionem ſubiungam, tum huius gratia, tum eorum, quæ ſequentur.

12. huius.

## PROPOS. XXIII.

SI, expoſita quacunque figura plana, in ea ducatur vtcunque recta linea, quæ ſit ſumpta pro regula, eadem verò in puncto, vel punctis diuiſa, prout Lib. 2. Elem. ſupponitur ſecari, per puncta diuiſionũ lineas duxerimus rectas, ſiue curuas, figuram diuidentes, & ſemel tantum ſecantes quamuis aliam regulæ parallelam, ſi regula in vno puncto tantum diuiſa ſit, vel toties, quot ſunt puncta diuiſionum regulæ (exceptis tamen extremis, in quibus linearum ſectæ partes in puncta aliquando degenerare poſſunt) quæcunq; in dicto 2. Lib. demonſtrãtur hac diuiſione ſuppoſita circa vel quadrata, vel rectangula eidem rectæ lineæ applicata, eadem de omnibus quadratis dictæ figuræ, vel eiuſdem partium, vel de rectangulis ſub ipſis pariter verificabuntur.

D. Dif. 8. huius.

Sit expoſita vtcunque figura plana, ABCD, in qua ducta, BD, recta linea vtcunq; ſit illa ſumpta pro regula, & ea diuiſa in vno, vel pluribus punctis, prout poſtulant Prop. Lib. 2. Elem. per puncta diuiſionũ ducantur lineæ ſiue rectæ, ſiue curuæ, AEC, AFI, tot es quamuis aliam ipſi, BD, parallelam in figura, BADC, ſecantes, quo-






Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ties, BD, secta esse supponitur, exceptis tamen extremis, vt ex.g.ipsa,CI,in qua partes,CI,quæ in recta,CI,separari debuissent per lineas, AEC, AFI, in puncta, C, I, partibus, BE, FD, respondentia degenerauerunt. Dico quæcunque demonstrantur in linea,BD,circa quadrata,vel rectangula, illi, vel illius partibus applicata, verificari de omnibus quadratis totius figuræ, BADC, siue partiũ eiusdem figuræ per dictas lineas constitutarum, siue de rectangulis sub eiusdem partibus. Vt ex.g. quia in 3. Prop. Lib. 2. Elem. ostenditur rectangulum sub, B D, D F, æquari rectangulo sub, B F D, cum quadrato,FD,sic dico verũ esse rectangula sub figura, ABCD,& figura,ADI, æquari rectãgulis sub figuris,ABIF, ADIF,cum omnibus quadratis figuræ,ADIF.Si enim aliam vtcunque duxerimus regulæ,BD, parallelam, vt, HO, secãtem lineas, AC,in, M,&,AI,in,N, verum esse comperiemus rectangulum,HON, æquari rectangulo,HNO,cum quadrato,NO, & idem in cæteris regulæ, BD, parallelis, in figura, ABCD, ductis reperiemus.Ergo verum erit rectangula illa simul collecta, idest rectangula sub figura, ABID, & figura, ADI,æquari rectangulis sub figuris, ABI, ADI,cum omnibus quadratis, ADI,quod 3. Propos.2.Lib.Elem.respõdet.

Vide D. Defin. 8. huius.

Coroll.4. huius.

Similiter si supponamus, BF, bifariam secari in,E,cui adiungatur, FD, supposuerimus etiam lineam, A C, bifariam secare quamlibet omniũ linearum figuræ,ABI, regula, BD, supradictarum, quarum singulis additur, quæ in directum manet in figura,ADI,veluti Propos.6. ostenditur rectangulum,BDF,cum quadrato,FE, æquari quadrato,ED,ita hic ad modum superioris ostendemus rectangula sub figura, ABID,&,ADI,cũ omnibus quadratis figuræ, ACI, æquari omnibus quadratis figuræ, ACD, quod respondet Prop. 6. eiusdem Lib. Consimiliter reliqua demonstrabimus, vnde iuxta 1. Prop. Secundi Elem. colligemus.

## A. COROLLARII SECTIO I.

RECtangula sub figura indiuisa, ABID, & sub diuisa, ACD,per lineã,AI, æquari rectangulis sub indiuisa, ABID, & sub partibus diuisæ, quæ,sunt, ACI, AID.

B. SE-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

B. SECTIO II.

IVxta secundam habebimus omnia quadrata figuræ, AB ID, æquari rectang. sub, ABID, & singulis partibus, ABI, AID.

C. SECTIO III.

IVxta tertiam iam dictum est in Propositine quid colligamus.

D. SECTIO IV.

IVxta quartam habemus omnia quadrata figuræ, ABID, per vnicam lineam, AFI, diuisæ, æquari omnibus quadratis figurarum, ABI, AID, & rectangulis bis sub dictis fig. ABI, AID.

E. SECTIO V.

IVxta quintam, si supponamus lineam, AI, bifariam diuidere omnes lineas figuræ, ABID, regula, BD, sumptas, & easdem lineam, AC, non bifariam diuidere; colligemus rectãgula sub inæqualibus partibus, ABC, ACD, cum omnibus quadratis figuræ, ACI, æquari omnibus quadratis figuræ, ABI.

F. SECTIO VI.

IVxta sextam quid colligatur iam dictum est in Propositione.

G. SECTIO VII.

IVxta septimã colligemus, supposito, quod figura, ABID, secetur à sola linea, AI, vtcunque, dummodo eadem secet omnes æquidistantes ipsi regulæ, BD, in figura, ABID, ductas, & in vno tantum puncto, colligemus inquam omnia quadrata figuræ, ABID, & omnia quadrata figuræ, ADI, æquari rectangulis bis sub figuris, ABID, ADI, vna cum omnibus quadratis, ABI.

H. SE-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## H. SECTIO VIII.

IVxta octauam, si supponamus figuram, ABCD, vtcunq; sectam per lineam, AC, ( quæ tamen secet omnes ipsi, BD, æquidistantes in figura, ABCD, ductas, & in vno tantum puncto vti dictum est ) colligemus rectangula quater sub figuris, ABCD, ABC, cum omnibus quadratis, ACD, æquari omnibus quadratis figuræ compositæ ex figura, ABCD, &, ABC, ita vt omnium linearum figuræ, ABCD, singulis intelligatur adiecta, quæ nunc in figura, ABC, est cum illa in eadem rectitudine.

## I. SECTIO IX.

IVxta nonam, si supponamus lineam, AI, secare omnes æquidistantes ipsi, BD, in figura, ABID, ductas bifariã, & lineam, AC, easdem bifariam non secare, colligemus omnia quadrata figuræ, ACD, cum omnibus quadratis figuræ, ABC, dupla esse omnium quadratorum figuræ, AID, cum omnibus quadratis figuræ, ACI, intermediæ.

## K. SECTIO X.

IVxta decimam, si supponamus, AC, lineam bifariam secare omnes æquidistantes ipsi, BD, in figura, ABI, ductas, & illis addi, quæ in directum illis iacẽt in figura, AID; colligemus omnia quadrata figuræ, ABCD, cum omnibus quadratis figuræ, ADI, dupla esse omnium quadratorum figuræ, ABC, cum omnibus quadratis figuræ, ACD.

## L. SECTIO XI.

IVxta vndecimam, si supponamus, BD, in, E, ita sectam esse, vt rectangulum, DBE, sit æquale quadrato, ED, quælibet autem æquidistantium ipsi, BD, in figura, ABCD, tali modo, & ad eandem partem diuidatur per lineã, AEC, patet, quod etiam rectangula sub figuris, ABCD, ABC,

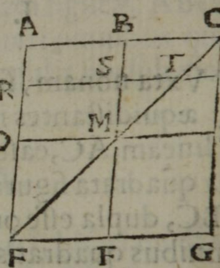


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

æquabuntur omnibus quadratis figuræ, ACD, regula, BD. Igitur linea, AC, diuidet ſuperficiem planam, *A*BCD, (ſic dicere liceat) ſecundum extremam, ac mediã rationem. Hæc autem pro ſequentibus accuratè memoriæ commendentur.

## PROPOS. XXIV.

EXpoſito parallelogrammo quocunque, in eoque ducta diametro; omnia quadrata parallelogrammi ad omnia quadrata cuiuſuis triangulorum per dictam diametrum cõſtitutorum erunt in ratione tripla, vno laterum parallelogrammi communi regula exiſtente.




Sit parallelogrammum, *A* G, in eoq; ducta diameter, CE, regula vtcunque latus, EG. Dico omnia quadrata, *A*G, eſſe tripla omnium quadratorum trianguli cuiuſuis, *A*E*C*, ſiue, CEG. Diuidãtur bifariam latera, *A*C, CG, in pũctis, BH, & per, B, ipſi, CG, perque, H, ipſi C*A*, parallelæ ducantur, BF, DH, quæ ſe cum recta, CE, communiter bifariam ſecabunt in puncto, M. Quia igitur in figura, ſiue parallelogrammo, *A*G, ducitur linea, BF, quæ omnes æquidiſtantes ipſi, EG, bifariam ſecat, &, CE, quæ eaſdem in partes inæquales diuidit, præterquam, DH, omnia quadrata trianguli, *A*EC, cum omnibus quadratis trianguli, CEG, dupla erunt omnium quadratorum, *A* F, cum omnibus quadratis duorum triangulorum CB*M*, EMF. Licet enim, DH, per lineã, CE, ſit non bifariam diuiſa, nihil tamen hoc obſtat noſtro propoſito, nam & ipſi, DH, contingit, veluti ijs, quę inæqualiter ſecantur, quadratum ſectarum partium, ſcilicet quadrata, D M, M H, dupla eſſe quadratorum dimidiæ, nempè quadrati, DM, & eius, quæ inter ſectiones interijcitur, quæ hic nulla eſt, cum duæ ſecantes, BF, CE, vniantur in pũcto, M: Sunt autem omnia quadrata trianguli, *A* E C, æqualia omnibus quadratis trianguli, CEG, quia ſunt triangula in æqualibus baſibus, EG; *A*C, & eadem altitudine licet euersè

Per I. Corol. antec.

poſita,

posita, & ideò omnia quadrata trianguli, CEG, sunt ęqualia omnibus quadratis, *A*F, cum omnibus quadratis triangulorum, CBM, MEF. Quoniam verò omnia quadrata trianguli, BMC, sunt æqualia omnibus quadratis trianguli, CMH, omnia verò quadrata triãguli, CEG, ad omnia quadrata trianguli, CMH, sunt in tripla ratione eius, quam habet, GC, ad, CH, quæ est dupla, idest in ratione octupla, & hoc, quia triangula, CEG, CMH, sunt similia, ideò omnia quadrata, CEG, erunt octupla omnium quadratorum, CMH, & quadrupla omnium quadratorum, CMH, vel, CBM, &, MEF. *S*unt autem omnia quadrata triãguli, *C*EG, æqualia omnibus quadratis, *A* F, cum omnibus quadratis triangulorum, CBM, MEF, ergo hæc erunt quadrupla omnium quadratorum triangulorum, CBM, MEF, & diuidẽdo omnia quadrata, *A*F, erunt illorũ tripla. Sunt autem omnia quadrata, *A*G, ad omnia quadrata, AF, vt quadratum, GE, ad quadratum, EF, idest quadrupla idest, vt 12. ad 3. & omnia quadrata, AF, sunt omnium quadratorũ triangulorum, BMC, MEF, tripla, ergo omnia quadrata, AG, erunt duodecupla omnium quadratorum triangulorum, BM*C*, MEF, & sunt ad omnia quadrata, AF, vt 12. ad 3. ergo omnia quadrata, AG, ad omnia quadrata, AF, cum omnibus quadratis triangulorum, *C* BM, MEF, erunt vt 12. ad 4. *S*unt autem omnia quadrata, AF, cum omnibus quadratis triãgulotum, CBM, MEF, æqualia omnibus quadratis trianguli, CEG, vel, AEC, vt ostensum est. *E*rgo omnia quadrata, AG, ad omnia quadrata trianguli, CEG, vel, AEC, sunt vt 12. ad 4. idest sunt eorum tripla, quod ostendendum erat.

Ex B. vel C. Corol. prop. 22. huius.

9. huius.

## COROLLARIVM.

Hinc patet, si ducamus intra parallelogrammum, AG, æquidistantem ipsi, EG, vtcunque, RV, secantem, CE, in, T, &, BF, in, S, quod veluti ostendimus, RV, æquari vni maximarum abscissarum, CG, dum, EG, est æqualis ipsi, GC, ita nunc ostendemus quadratum, RV, ęquari quadrato vnius maximarum abscissarum, CG, & quadratum, TV, æquari quadrato vnius omnium abscissarum, CG, idest



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

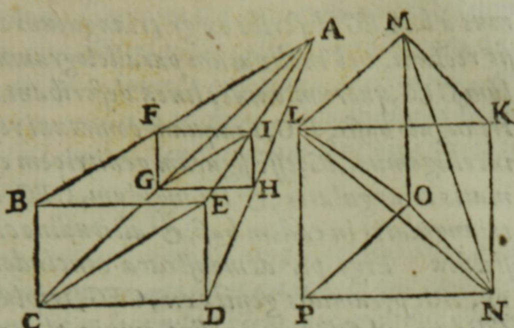
quadrato, VC; quadratum verò, RT, æquari quadrato vnius residuarum omnium abscissarum, CG, idest quadrato VG, vnde concludemus omnia quadrata, AG, regula, EG, æquari quadratis maximarum abscissarum, C G, & omnia quadrata trianguli, C E G, æquari quadratis omnium abscissarum, CG, & omnia quadrata trianguli, AEC, æquari quadratis residuarum omnium abscissarum, CG, & rectangula sub triangulis, AEC, CEG, æquari rectãgulis sub omnibus abscissis, & residuis omnium abscissarũ, CG, ita sumptis, vt quoduis rectangulum intelligatur sub vna abscissarum, & eius residua: Vnde veluti ostendimus omnia quadrata, AG, tripla esse omnium quadratorum triãguli, CEG, vel trianguli, CAE, ex quo patet tripla etiam esse rectangu-
D.Corol. 23. huius. lorum bis sub triangulis, AEC, CEG, (sunt enim omnia quadrata, AG, æqualia omnibus quadratis triangulorum, AEC, CEG, & rectangulis bis sub eisdem triangulis) ita apparebit quadrata maximarum abscissarum, CG, tripla esse quadratorum omnium abscissarum, vel quadratorum residuarum omnium abscissarum, CG, & tripla etiam esse rectãgulorum sub dictis omnibus abscissis, residuisq; bis sumptis, sexcupla verò eorundem rectangulorum semel sumptorum.
Ex diff. 1. huius. Sunt autem maximæ abscissarum, abscissæ, & residuæ recti transitus, si angulus, EGC, sit rectus, vel eiusdem obliqui transitus, si ille non sit angulus rectus.

## XXVII.

*Quoniam sola Propositio 22. superius tradita in tota Geometria Indiuisibilium, & iuxta priorem methodum, ostenditur per demonstrationem ducẽtem ad impossibile; vt Lectori palam fiat omnia per dictam priorem methodum posse directè demonstrari, ideò hæc volui præfatis Propositionibus superaddere, quibus, tam dicta Prop. 22. quam Prop. 24. ab eadem dependens, & omnes aliæ hinc deriuatæ directè probantur.*

Lemma. *Si fuerit quodcunque parallelogrammum, vt B C D E, & in eo ducta diameter, C E; in triangulisq; B C E, ECD, tamquam in basibus, ac vertice communi puncto, A, fuerint duæ Pyramides, ABCE, ACDE. Dico easdem esse æquales.*

*Traiecto enim quocunq; plano basi, BD, æquidistante, ac pyrami-*




ramidem, ABCDE, secante, fient cōmunes sectiones eiusdē cum planis, ABE, ACD, vt ipsæ, FI, GH, ipsis, BE, CD, parallelæ per Prop. 16. Vndec. Elem. & ideò erunt inter se parallelæ. Sic ostēdemus alias communes sectiones cum planis, ABC, AED, nempè, FG, IH, esse parallelas, & rectam, GI, communem sectionem eiusdem cum plano, ACE, quod est duabus dictis pyramidibus commune. Erit ergo, FGHI parallelogrammum, eiusque diameter, GI, ipsum bifariam secans, quare triangulum, FGI, æquabitur triangulo, GHI. Eadem ratione ostendemus, traiecto alio quocunque plano eidem basi, BD, æquidistante, pyramidesque secante, facta vt sic triangula in dictis pyramidibus adæquari. Ergo omnia plana pyramidum, ABCE, ACDE, regula plano, BD, erunt æqualia, & subinde per Prop. 3. superiorem eædem pyramides erunt æquales.

Hoc demonstrato sit prisma, MOPN, triangularem habens basim, OPN, in eoq; ducantur, LO, LN, NM, quibus scindetur in tres pyramides, LMNO, LMKN, LPNO. Dico præfatū prisma triplum esse pyramidis, LPNO, in eadem basi & altitudine cum eo existentis. Id etiam ostendit Euclides Lib. Duodecimo Elem. Prop. 7. sed quia vtitur Propositione 5. eiusdem Libri, quæ non ostensiuè demonstratur, ideò nos vtimur ancedenti Lemmate, & Euclidi postea conformiter procedimus. Cum enim triangulum, MKN sit æquale triangulo, MON, & cōis vertex, L, etiam pyramis, LMKN, æquatur pyramidi, LMON, per dictum Lemma. Similiter pyramis, LMON, cuius vertex, L, hoc, est pyramis, LOMN, cuius vertex, N (est enim eadē pyramis) æquatur pyramidi, LPON, cuius vertex est idem, N, & basis, LPO, æqualis ipsi, LOM, in parallelogrammo, MP. Ergo tres pyramides, LMON, LMKN, LPON, sunt æquales. Vnde patet ipsum prisma, MOPN, triplum esse pyramidis, LPON.

Si ergo in Schemate Propositionis 24. superioris supposuerimus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

mus à basi, EG, describi ex gr. triangulum æquilaterum, ad quod sit rectum, vel inclinatum parallelogrammum AG, & triangulum, CEG, quorum omnes lineæ describant triangula æquilatera triangulo basis, E G, tanquam communi regulæ æquidistantia; intelligemus, AG, esse figuram genitricem cylindrici, hoc est prismatis triangularis, & triangulum, CEG, conici seu pyramidis triangularis in eadem basi, & altitudine cũ dicto prismate constitutæ. Ergo per demonstrata concludemus prisma genitum ex, AG, pyramidis genitæ ex, CEG, triplum esse. Cum verò vt solidum ad solidum ita sint omnia plana ad omnia plana per Prop. 3. superiorem, ideò omnia triangula æquilatera parallelogrammi, AG, tripla erunt omnium triangulorum æquilaterorum trianguli, CEG, Sed vt triangulum æquilaterum ad triãgulum æquilaterum; (ijs descriptis à duabus rectis lineis) ita est quadratum ad quadratum, circulus ad circulus, & in vniuersum figura ad similem figuram (dummodò à prædictis duabus lineis tanquam ab homologis describi intelligantur) per ostensa ab Euclide, & ab alijs particulariter in aliquibus similibus figuris, & à nobis in Propositione 15. superius citata vniuersaliter in omnibus, patet eas esse in duplicata ratione suarum linearum, vel laterum homologorum. Ergo per Prop. 4. superiorem nedum omnia quadrata, AG, ad omnia quadrata, CEG, sed vniuersaliter omnes figuræ similes, AG, ad omnes figuras similes ipsius, CEG, similes inquam, & parallelæ descriptæ à basi, E G, erunt in ratione tripla.

Hinc denique ad solida transeuntes intelligemus per hæc demonstrari demonstratione directa, nedum omne prisma pyramidis sed quemcunq; cylindricum cuiuscumque conici in eadẽ cum eo basi, & altitudine existentis, esse triplum. Hoc autem magnam vim, & energiam horum Indiuisibilium sanè demonstrat, vbique enim in solidis huius vniuersalitatis amplissimos fines attingunt, quod mehercle considerationem dignum videtur.

His præostensis illicò manifesta fit Propositio 22. superius tradita: hoc est in illius Schemate nedum omnia quadrata parallelogrammorum, A S, T β, ad omnia quadrata triangulorum, OES, & Z β sed & omnes figuras ad omnes figuras similes, esse in eadẽ ratione, nẽpè tripla per directã demonstrationẽ cõfirmatur.

Similiter

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*Similiter patet communia symptomata omnium quadratorum parallelogrammorum, & vniuersaliter cylindricorum, num.* 21. *superiori explicata etiam ad omnia quadrata conicorum, & vniuersaliter ad omnes conicos transferri, sunt enim prædictorum subtripla: vt in sectionibus Corollarij eiusdem Propositionis* 22. *supra colligebatur.*

XXVIII.

*Remanet expendenda Propositio* 23. *cum suis Corollarijs, quæ si Lector attentè considerauerit, agnoscet quãti illa sint mométi. Quemadmodum enim Liber secundus Elem. apparet esse summæ fœcunditatis, ac totius Algebræ fundamentum: ita hæc Propositio cum suis Corollarijs quæ eiusdem secundi Libri doctrinã imitantur, facilè animaduertetur esse immensæ vtilitatis, nucleumque Geometriæ Indiuisibilium in his contineri, quibus si ipse rectè vti sciuerit, admiranda in Geometricis detecturum esse puto. Altioris enim gradus mihi esse videtur hæc sectio, quæ fit per lineas in planis figuris, quam illa, quæ in dicto secũdo Elem. fit per puncta in lineis rectis. Per illam enim vnicum quadratum datæ rectæ lineæ, seu rectangulum scinditur varia frusta: per hanc verò scinduntur omnia quadrata datæ figuræ, seu omnia rectangula in diuersa frusta; & consequenter solidum similare, cuius illa sunt omnia plana intelligitur quoque scindi in varia solida. Quæ quidem scissio vti mirè operatur in planis, sic etiam in solidis: etenim soliditatem, quam aliquando, vel nullo modo possumus, vel difficillimè integram metiremur; in frusta dissectam facilè mensuramus. Et cum innotuerit mensura solidi similaris, cuius omnia plana sunt omnia quadrata, vel rectangula suæ figuræ genitricis; vice quadratorum vel rectangulorum substitutis alijs figuris ab eadem genitrice descriptis, illicò infinitorum specie solidorum similarium prodit mensura, quod videtur non õino spernẽdũ. Extant ĩnumera huiusce rei exempla in dicta Geometria Ind. nec aliquod hic deerit, vt Lector ex vngue Leonem agnoscere possit. Præcipuè in Prop.* 22. *aliquod specimen huiusce sectionis præbere potuerunt lineæ, HM, IK, 92, &c. in eius Schemate diuidentes omnia quadrata parallelogrammorum, DS, FR, GQ, in sua frusta: & in Schemate Prop.* 24. *diameter, CE, diuidens omnia quadrata, AG, in omnia quadrata, AEC, CEG, & in rectangula bis*

*sub*

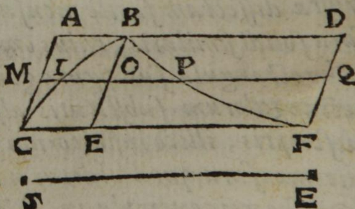
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*ſub eiſdem triangulis. Per hanc verò Prop. 23. & per Prop. 25. & 26. ſubſequentes paratur aditus ad alia ſolida vltra cylindricos, & conicos, in quibus Indiuiſibilium valor pariter expendetur, ſicut hactenus in illis eundem experti ſumus.*

## PROPOS. XXV.

SI in duobus parallelogrammis ſumptis duobus lateribus pro baſibus, & regulis, ipſa parallelogramma fuerint in eadem altitudine ſumpta reſpectu dictarum baſium; in eiſdem autem baſibus, & altitudine fuerint aliæ duæ planæ figuræ ita ſe habentes, vt ſi ducatur vtcunque parallela dictis baſibus (quæ in directum ſint conſtitutæ) recta linea, eiuſdem portiones dictis parallelogrammis, & figuris interceptæ, vel ab eiſdem deſcriptæ planæ figuræ, ſint proportionales, homologis exiſtentibus, quæ ſunt in parallelogrammis, & pariter quæ ſunt in figuris, in iiſdem baſibus, & altitudine cum illis conſtitutis: dictorum parallelogrammorum, ac figurarum omnes lineæ, ſi lineæ, vel omnes figuræ planæ ſimiles, ſi iſtæ comparētur( ſimilibus inquam exiſtentibus quæ ſunt in vnaquaq; figura) erunt proportionales.

Sint parallelogramma, AE, ED, in baſibus, C E, E F, in directum iacentibus, & in eadem altitudine reſpectu dictarum baſium conſtituta, ſit autem regula, C E, vel, E F, & in eiſdem tanquam in baſibus, & eadem altitudine cum parallelogrammis, AE, ED, ſint figuræ, BCE, BEF, eiuſmodi, vt ſi duxerimus vtcunque ipſi, C F, parallelam, vt, MQ, cuius portiones interceptæ parallelogrā- mis, AE, ED, ſint, MO, OQ, & interceptæ figuris ſint, I O, OP, reperiamus, MO, ad, OI, eſſe vt, QO, ad, OP. Dico omnes lineas, AE, ad omnes lineas figuræ, BCE, eſſe vt omnes lineæ, BF, ad omnes lineas figuræ, BEF. Si verò vice linearum comparentur ab eiſdem deſcriptæ figuræ, ſimilibus exi- ſtenti-



ſtentibus, quæ ab omnibus lineis vniuſcuiuſq; propoſitaru
figurarum deſcribuntur, cuius deſcribentes ſint earum lineę,
vel latera homologa. Dico omnes figuras ſimiles ipſius,
AE, ad omnes figuras ſimiles figuræ, BCE, eſſe vt omnes figuras ſimiles ipſius, BF, ad omnes figuras ſimiles figuræ,
BEF, quia enim, MQ, vtcunque ducta eſt parallela ipſi, CF,
& eſt, MO, ad, OI, vt, QO, ad, OP, permutando erit, vt, MO,
ad, OQ, ſic, IO, ad, OP, ideſt, vt, CE, ad, EF, ſic, IO, ad, OP, &
ſic oſtendemus, vt, CE, ad, EF, ita eſſe quaslibet alias duas
in figuris, BCE, BEF, exiſtentes ipſi, CF, parallelas, & vt
vna ad vnam ſic omnia ad omnia, ideſt vt, CE, ad, EF, ita Coroll. 4. huius.
omnes lineæ figuræ, BCE, ad omnes lineas figuræ, BEF, vt
autẽ, CE, ad, EF, ita ſunt omnes lineæ, AE, ad omnes lineas,
ED, ergo omnes lineæ, AE, ad omnes lineas, ED, erunt vt
omnes lineæ figuræ, BCE, ad omnes lineas figuræ, BEF.

Si verò vice linearum ſumamus deſcriptas, vt dictum eſt,
ab eiſdem figuras, ex. g. ſi, vt quadratum, MO, ad triangulum
æquilaterum, cuius latus, IO, ita reperiamus eſſe circulum,
cuius diameter, OQ, ad polygonũ, cuius latus, OQ, omnium
autem linearum, AE, ſingulæ deſcribant quadrata, & omnium linearum figuræ, BCE, ſingulæ deſcribant triangula
æquilatera, & oĩum linearum, BF, ſingulæ deſcribãt circulos
& figuræ BEF, ſingulę deſcribant polygona prædicto ſimilia, ita vt quæ in eadẽ figura sũt lineæ, vel latera deſcribẽtia
sĩt homologa, erit vt quadratũ, MO, permutãdo, ad circulũ,
OQ, ita triangulum æquilaterum, IO, ad polygonum, OP,
quia verò, MO, æquatur ipſi, CE, &, OQ, ipſi, EF, ideò quadratum, MO, æquatur quadrato, CE, & circulus, OQ circulo, EF, & ideò, vt quadratũ, CE, ad circulum, EF, ita erit triãgulum æquilaterum, IO, ad polygonũ, OP, vnde, quia, MQ, 25.l.1.
vtcunque ducta eſt parallela ipſi, CF, concludemus omnia
quadrata, AE, ad omnes circulos, BF, eſſe, vt omnia triãgula Ex 4. huius.
æquilatera figuræ, BCE, ad omnia polygona vni ſimilia figuræ, BEF, & permutando omnia quadrata, AE, ad omnia
triangula æquilatera figuræ, BCE, eſſe, vt omnes circuli,
BF, ad omnia polygona vni ſimilia figuræ, BEF.

Eodem modo fiet demonſtratio, ſi vice iſtarum aliæ aſſumantur figuræ planæ, quarum poſſunt etiam, quæ ſunt dua-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

rum figurarum esse similes, vt si comparentur omnia quadrata parallelogrammorum, AE, ED, & omnia triangula æquilatera figurarum, BCE, BEF, vel si comparentur omnia quadrata, AE, & figuræ, BCE, & omnia triangula æquilatera, BF, & figuræ, BEF; potest etiam esse omnium quatuor figurarum omnes figuras esse similes, vt si comparentur omnia quadrata eorundem vel omnes circuli, &c. Patet autem hic demonstrationem currere quotiescunque quæ comparantur sunt eiusdem generis scilicet, vel lineæ, vel superficies, si verò contingat magnitudines diuersi generis comparari, vt si compararentur omnes lineæ, AE, & figuræ, BCE, & omnia quadrata, BF, & figuræ, BEF, tunc quia à permutata ratione non possumus argumentari, cum lineam superficiei comparare sit absurdum, ideò demonstratio pro his non currit, quapropter aliud Theorema pro hoc subiungemus.

## PROPOS. XXVI.

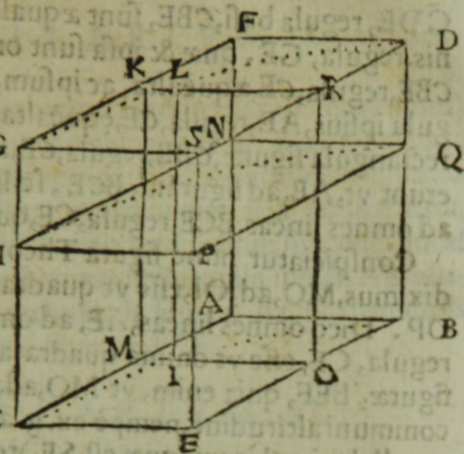
IN eadem antecedentis Prop. figura si comparentur magnitudines diuersi generis, adhuc comparatæ magnitudines erunt proportionales.

Comparentur ex.g. omnes lineæ, AE, regula, CE, ad omnes lineas figuræ, BCE, & omnia quadrata, BF, regula, EF, ad omnia quadrata figuræ, BEF, ita vt ducta vtcunque ipsi, CF, parallela, MQ, reperiamus, MO, ad, OI, esse vt quadratum, QO, ad quadratum, OP. Dico adhuc omnes lineas, AE, ad omnes lineas figuræ, BCE, esse vt omnia quadrata, BF, ad omnia quadrata figuræ, BEF; Ponatur seorsim parallelogrammum, AE, simul cum figura, BCE, sed, ne fiat confusio, sint sub ampliori forma, & in ipsis tanquam in basibus constituti intelligantur duo cylindrici recti, FE, nempè in basi, AE, &, DGE, in basi figura, BCE, & in eadem altitudine, quorum quod insistit ipsi, AE, est parallelepipedum, vt



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

facilè ostendetur, intelligatur nūc parallelepipedum, FE, secari vtcunque plano ipsi, GE, æquidistante, producetur ergo ex hac sectione in ipso parallelogrāmum rectangulum, quod sit, KO, eodem autem plano fiat in cylindrico, DGE, rectangulū, LO, fiet autem & in hoc cylindrico




rectangulum, quia dictum planum ducitur per latera basi, BCE, rectè insistentia, cum ducatur æquidistanter ipsi, GE, quod ducitur per latera, GC, SE, erit ergo rectangulū, kO, vnum ex ijs, quæ dicuntur omnia plana parallelepipedi, FE, regula, GE, & rectangulum, LO, erit vnum ex ijs, quæ dicuntur omnia plana cylindrici, GDE, regula, GE, quæ rectangula erunt æquèalta, ac rectangulum, GE. Omnia igitur plana parallelepipedi, FE, (regula, GE,) sunt omnia rectangula ęquè alta, ac, GE, ipsius parallelogrammi, AE, (regula, CE,) & omnia plana cylindrici, GDE, sunt omnia rectangula figuræ, BCE, æquiangula, & æquèalta, ac ipsum, GE, regula eadem, CE: Secentur nunc dicti cylindrici planis basibus æquidistantibus, fient ergo cōmunes eorum sectiones similes, & æquales basibus, sit in parallelepipedo, FE, producta, NP, & in cylīdrico, GDE, producta figura, HQP, erit ergo vt, AE, ad figuram, BCE, ita, NP, ad figuram, HQP, & ita etiam quælibet aliæ figuræ in ipsis per plana æquidistanter basibus eosdem secantia productę, & vt vna ad vnā, sic omnes ad omnes idest, vt AE, ad figuram, CBE, ita omnia plana parallelepipedi, FE, regula, AE, ad oīa plana cylindrici, GDE, regula eadem basi, sunt autem omnia plana parallelepipedi, FE, regula, AE, æqualia omnibus eiusdem planis, regula, GE, quæ sunt omnia rectangula ipsius, AE, regula, CE, æquèalta, ac ipsum, GE, & omnia plana cylindrici,

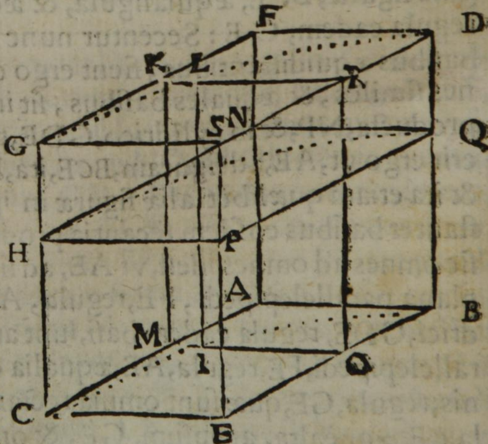
Coroll. 6 l. 1.
E. Def. 8. huius.
Corol. 11 l. 1.
Ex Cor. 4 huius.
Ex Cor. 2 huius.
E. Def. 8. l. 1.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Ex Cor. 2 huius. GDE, regula basi, CBE, sunt æqualia omnibus eiusdem planis, regula, GE, quæ & ipsa sunt omnia rectangula figuræ, CBE, regula, CE, æquèalta, ac ipsum, GE, ergo omnia rectangula ipsius, AE, regula, CE, æquèalta, ac ipsum, GE, ad omnia rectangula figuræ, CBE, regula, CE, æquè alta, ac ipsum, GE, erunt vt, AE, ad figuram, BCE, scilicet vt omnes lineæ, AE, 3. huius. ad omnes lineas, BCE, regula, CE, quod serua,

Conspiciatur nunc figura Theorematis anteced. in qua diximus, MO, ad, OI, esse vt quadratū, QO, ad quadratum, OP. Dico omnes lineas, AE, ad omnes lineas figuræ, BCE, regula, CE, esse vt omnia quadrata, BF, ad omnia quadrata figuræ, BEF, quia enim, vt MO, ad, OI, ita (sumpta quauis communi altitudine, nempè ex. g. altitudine constitutorum parallelepipedorum, quæ est, SE,) rectangulum sub, MO, &, SE, ad rectangulum sub, IO, SE, ideò, vt rectangulum sub, MO, SE, ad rectangulum sub, I O, S E, ita erit quadratum, OQ, ad quadratum, OP, sunt autē hę magnitudines eiusdem Ex antec. generis, nempè omnes superficies, ergo omnia rectangula ipsius, AE, regula, CE, ęquèalta, ac vnum eorum, nempè, vt rectangulum sub, CE, ES, ad omnia rectangula figuræ, BCE, regula eadem, CE, æquèalta, ac vnum eorum, vt, GE, erunt vt omnia quadrata, BF, ad omnia quadrata figuræ, BEF, omnia verò rectangula ipsius, AE, æquèalta, ac vnum eorum, vt, GE, ad omnia rectangula figuræ, BCE, æquèalta, ac ipsum, GE, sunt vt omnes lineæ ipsius, AE, Ex proximè dictis. ad omnes lineas figuræ, BCE, regula, CE. Ergo oēs lineæ, A E, ad omnes lineas figuræ, BCE, regula, CE, erunt vt omnia quadrata, B F, ad omnia quadrata figuræ, BE F, sunt ergo proportionales, licet sint magnitudines diuersi generis, nempè lineæ, & superficies, quod ostendere opus erat.




C O.

## COROLLARIVM I.

HInc igitur primò habetur, si fuerint parallelogrãmum, & figura plana in eadem basi, & altitudine, regula sumpta basi, omnia rectangula parallelogrammi ęquè alta ad omnia rectangula illius figuræ æquè alta ac prædicta, esse vt dictum parallelogrammum ad dictam figuram, quod patuit, dum ostensum est omnia rectangula ipsius, AE, altitudinis, SE, ad omnia rectangula figuræ, BCE, altitudinis eiusdem, SE, esse vt, AE, ad figuram, BCE.

## COROLLARIVM II.

HAbetur secundò cylindricos in eadem altitudine existentes esse inter se, vt bases, quod de cæteris, veluti de supradictis, FE, GDE, ostendetur, quamuis aliter etiam id aliundè infra colligetur.

## COROLLARIVM III.

HAbetur tertiò, si non sint in supradictis duobus Theorematibus exposita duo parallelogramma, & duæ figuræ, sed vnum tantum, & vna figura in eadem basi, & altitudine cum ipso, cuius basi posita pro regula, & sumpto vtcunque puncto in vno laterum basi insistentium, perque ipsum basi ducta parallela, reperiatur eam, quæ intercipitur parallelogrammo ad eam, quæ intercipitur figura, vel figuras similes ab ipsis descriptas, tãquam homologis lineis, vel lateribus, esse vt vnam ex maximis abscissarũ lateris, in quo sumptum est punctum, ad abscissam per ductam basi æquidistantem, vel vt istas adiuncta quadam recta linea, vel vt istarum figuras similes ab ipsis tanquam lineis, vel lateribus homologis descriptas, ita vt figuræ descriptæ à singulis earum, quæ dicuntur omnes lineæ parallelogrammi, & dictæ figuræ, sint similes, vt pariter, quæ describuntur à singulis earum, quæ dicuntur maximæ abscissarum, vel abscissæ dicti lateris; quod adhuc dictę magnitudines collectæ erunt propor-

proportionales: Vt ex. g. ſi in Theorematis antecedentis figura habeamus tantum parallelogrāmum, BF, & in eiuſdē baſi, EF, & eadem altitudine, figuram, BEF, & ſumpto in vno laterum, BE, DF, vtcunque puncto, O, & per, O, ducta, OQ, parallela ipſi, EF, reperiamus, QO, ad, OP, eſſe vt, EB, ad BO, vel figuras ſimiles deſcriptas ab, OQ, OP, tanquam lineis, vel lateribus homologis, vt ex. g. quadratum, QO, ad quadratū, OP, eſſe vt, EB, ad, BO, vel vt, EB, adiuncta quadā linea ad, BO, adiūcta eadē, vel vt ab iſtis deſcriptas ſimiles figuras, D, dico collectas magnitudines, quæ comparantur eſſe proportionales. Nam ſi ipſi, BE, intelligatur applicatum parallelogrāmum AE, cuius baſis ſit, CE, in directum ipſi, EF, conſtituta, &, CE, ęqualis ipſi, EB, tunc omnes lineæ, AE, regula, CE, ſunt æquales maximis abſciſſarum, BE, vt probatum eſt, & omnes abſciſſę æquales omnibus lineis trianguli, BCE, ſi ſit iuncta, BC, (quę ſecet, MO, in, X,) vnde vice earum, quę dicuntur maximæ abſciſſarum, vel abſciſſæ ipſius, BE, rectè ſumemus omnes lineas, AE, & trianguli, BCE, & ita reperiemus quadratum, QO, ad quadratum, OP, ex. g. eſſe vt, MO, ad OX, vel vt quadratum, M, O, ad quadratum, OX, vel vt aliæ figurę ſimiles ab ipſis deſcriptę, ſiue ab ipſis ſimplicibus, ſiue ab ipſis adiuncta quadam linea, vnde caſus iſte ad caſum Theorematis præſentis, vel antecedentis deductus erit, & ideò patebit, omnes lineas, AE, ad omnes lineas trianguli, BCE, vel omnes figuras ſimiles, AE, ad omnes figuras ſimiles triāguli, BCE, ideſt vel maximas abſciſſarum, BE, ad abſciſſas omnes ipſius, BE, vel earum figuras ſimiles eſſe, vt omnia quadrata, BF, ad omnia quadrata figuræ, BEF. Vocabuntur autem iſtæ; Quatuor ordinum magnitudines collectæ iuxta quatuor magnitudines proportionales vtcunq; inuentas, quæ fuerunt ex. g. prima quadratum, OQ, ſecunda quadratum, OP, tertia, EB, quarta, BO, magnitudines autē collectę iuxta primam ſcilicet ex. g. omnia quadrata, BF, dicentur primi ordinis, collectæ verò iuxta ſecundam ſcilicet omnia quadrata figuræ, BEF, magnitudines ſecundi ordinis, collectæ verò iuxta tertiam magnitudines tertij ordinis, & tandem collectæ iuxta quartam magnitudines quarti ordinis. Sic igitur appellabimus hos quatuor magnitudinum ordines. In

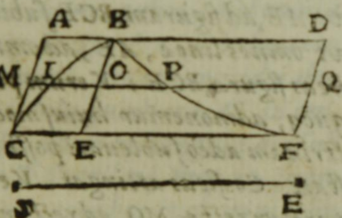
Coroll. 2. 19. huius.

ſupra-

supradictis autem quod dicimus de abscissis, idem intellige de residuis abscissarum, & quod de ipsis simplicibus, idem de eisdem adiunctis alijs, siue sint recti, siue eiusdem obliqui transitus: Hoc autem Corollarium præ cęteris summè animaduertendum est, ac memoriæ diligentissimè commendandum, ex hoc enim potissimas demonstrationes tanquam ex fonte deriuari studiosus in sequentium Librorum lectione facilè comprehendet.

## XXVIIII.

*Poterat sinè his Proposit. sufficere Propositio 4. in qua quodāmodo istæ duæ, vel saltem prior virtualiter continetur: verum hæ superadditæ fuerunt vt clarè conspici possent quatuor ordines magnitudinum (qui passim in dicta Geometria Ind. inuicem cōparantur) in quatuor oblatis figuris assumptarum, quarum figurarum duæ sunt semper parallelogramma, & reliquæ duæ ijsdem inscribuntur. Vt in Schemate Propositionis 25. quod hic repetimus prima figura est parallelogrammum, AE; secunda, BCE, eidem inscripta; tertia parallelogrammum, BF; quarta denique est figura, BEF. ipsi, BF, inscripta, & omnes in eisdem parallelis, hoc est in eadem sunt altitudine. Magnitudines autem comparatæ possunt esse vel omnes eiusdem generis, vel diuersi. Vt eiusdem generis erūt si comparentur omnes lineæ earundem quatuor figurarum, vel earum omnes figuræ planæ vt omnia quadrata omnes circuli & c. in his autē potest contingere quoque varietas specifica, vt si primæ & secundæ figuræ comparentur omnia quadrata, tertiæ vero, & quartæ omnes circuli & c. vel si omnium quatuor variæ assumantur species figurarum & hæc omnia spectant ad Propositionē 25. pendentq; ex Propositione 4. eiusque Corollario. Verum si comparata magnitudines fuerint diuersi generis, vt si duarum omnes lineæ comparentur, reliquarum verò duarum ex. g. omnia quadrata; tunc quia in magnitudinibus diuersi generis non licet arguere à permutata ratione, non enim linea superficiei est comparabi-*

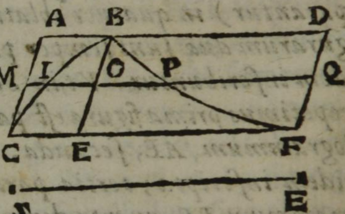



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

parabilis, ideò opus fuit etiam Propositionem 26. superaddere, qua certi fieri possemus etiam hos quatuor magnitudinum datarum quatuor figurarum ordines esse proportionales (quotiescunque quatuor singulares magnitudines, eadem lineæ, vel plani regulæ æquidistantis vtcunque sumpti traiectione effectæ, reperiantur proportionales) etiam si comparatæ magnitudines sint diuersi generis.

XXX.

Corollarium primum Propositionis 26. est maximè adnotandum, per illud enim nedum intelligimus, si fuerint parallelogrãmum, & figura plana in eadẽ basi & altitudine, regula sumpta basi, omnia rectangula parallelogrammi æquè alta ad omnia rectangula dictæ figuræ æquè alta ac prædicta, esse vt dictum parallelogrãmum ad dictam figuram: vt assumpto denuò Schemate Propositionis 25. omnia rectangula ipsius, AE, altitudinis, SE, ad omnia rectangula figuræ, BCE, eiusdem altitudinis, ES, esse vt AE, ad figuram, BCE, subindeq; vt omnes lineæ, AE, ad omnes lineas figuræ, BCE: Verum per hæc quoq; admonemur huiusmodi doctrinam adeò subleuari posse: vt & omnes Dignitates seu Potestates Cosicas attingat. Velut enim in eodem Schemate si cõparetur recta, MO, ad rectam, OI, tunc sumpta alia quacunque pro communi altitudine, vt eadem, MO, rectè inferimus vt, MO, ad OI, sic esse rectangulum sub, MO, MO, hoc est quadratũ MO, ad rectangulum sub, MO, OI; vnde per Propositionem 26. concludimus omnes lineas, AE, ad omnes lineas figuræ, BCE, esse vt omnia quadrata, AE, ad omnia rectangula sub, AE, & figura BCE: ita si ex.gr. primò compararetur quadratum, MO, ad quadratũ, OI, deinde alia quæuis recta vt, MO, sumeretur tanquam communis altitudo, sicuti rectè inferremus vt quadratum, MO, ad quadratum OI sic esse parallelepipedum sub basi quadrato, MO & altitudine, MO, hoc est cubum ipsius, MO, ad parallelepipedum sub basi quadrato, IO altitudine eadem, MO: non secus rectè concluderemus iuxta normam præfatæ Propositionis 26. cubos omnium linearũ, AE, ad paralleleppipeda sub omnibus




quadra-

*quadratis figuræ, BCE, tanquam basibus, & altitudinibus omnibus lineis parallelogrammi, AE, esse vt omnia quadrata, AE, ad omnia quadrata figuræ, BCE. Vel si pro communi altitudine sumeretur non linea, MO, sed quæcunque eiusdem Dignitas cossica, vt ex. gr. secunda Dignitas, hoc est quadratũ ipsius, MO, ad instar lineæ; sicuti rectè inferremus, vt quadratum, MO, ad quadratũ, OI, sic esse factũ ex quadrato, MO, in quadratũ, MO, s. biquadratũ, MO, ad factũ ex quadrato, MO, in quadratũ, IO: ita rectè cõcluderemus oĩa biquadrata, AE, (nempè biquadrata omnium linearum, AE, ad instar rectangulorum) ad facta sub omnibus quadratis, AE, in omnia quadrata, BCE, esse vt omnia quadrata, AE, ad omnia quadrata, BCE. Et sic res se haberet in alijs quibuscunque Dignitatibus cossicis. Hæc vt leuiter hic tacta, fusius suo loco explicabuntur, vbi quoque ad imitationem Propositionis 23. eiusq; Lemmatum, considerabimus sectionem, quæ fit in figuris planis à lineis, nedum quatenus diuidunt omnia quadrata ipsarum figurarum, iuxta propositam regulam; vt fit in dicta Propositione, suisq; Corollarijs; sed etiam prout diuidunt earundem figurarum omnes cubos, vel omnia biquadrata, aliasque sequentes Dignitates &c. in infinitum progredientes. Vt in superiori Schemate nedum considerabimus lineam, BC, quatenus diuidit omnia quadrata, AE, in omnia quadrata trilineorum, ACB, BEC & in rectangula bis sub eisdem trilineis (vt docet nos Sectio, D, Corollarij Prop. 23. superioris) sed etiam quatenus diuidit omnes cubos, vel omnia biquadrata &c. eiusdem, AE, in sua frusta, quæ erit mirabilis extensio Doctrinæ Secundi Elementorum.*

## XXXI.

*Abscissæ, & residuæ &c. in Cor. 3. præfatæ Prop. 26. consideratæ, necnon in Cor. Propositionis 24. commutabuntur in omnes lineas triangulorum componentium quadratum, vel rhombum adiacentem lateri, in quo sumendæ in dictis locis præcipiuntur abscissæ, & residuæ &c. iuxta monita num. 24. Quapropter quatuor ordines magnitudinũ in eodem Cor. 3. expensi (quorum duo ad abscissas, & residuas &c. reducuntur) intelligentur spectare ad quatuor figuras in ijsdem parallelis constitutas, nu. 28. explicatas, quarum duæ sunt semper parallelogrãma, & reliquæ*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*duæ consistunt vnaquæq; cum suo parallelogrammo in eadem basi. Ita vt cum traiecta vtcunque linea, vel plano in ipsis figuris regulæ datæ æquidistante, emerserint quatuor singulares magnitudines proportionales, ex vi huius Corollarij inferre possimus omnes horum quatuor ordinum magnitudines esse proportionales: per quod strata via est ad innumerabilia solida mensuranda.*

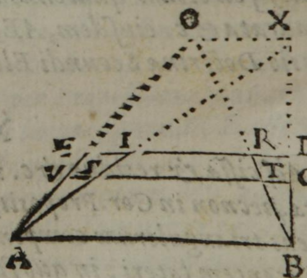
XXXII.

*Veluti in planis post parallelogramma, & triangula eorum trapezia in Prop. 20. congruè expensa fuerunt: ita post cylindricos, & conicos, eorundem conicorum frusta considerant sequentes Proposit. 27. & 28. quas ideò hic pariter adiungimus*

## PROPOS. XXVII.

SI duo trapezia fuerint in eadem basi, sumpto vno laterum æquidistantium pro basi, & regula, & fuerint etiam in eadem altitudine respectu illius basis, & latera basi parallela fuerint æqualia, trapezia erunt æqualia, & omnia eorundem quadrata erunt æqualia.

Sint duo trapezia, AERB, IABD, in eadem basi, AB, quæ sit sumpta pro regula, cuique latera, ER, ID, sint parallela & inter se æqualia. Dico trapezia esse æqualia, & omnia eorundem quadrata esse æqualia. Producātur, AE, BR, donec sibi occurrant, vt in O, &, AI, BD, donec simul incidāt, vt in, X, & iungatur, OX. Quia ergo, ER, parallela est ipsi, AB, erūt triangula, AOB, EOR, similia, & eadem ratione similia erunt triangula, AXB, IXD, ergo vt AB, ad, ER, vel ad, ID, illi æqualem, ita erit, BO, ad OR, vt autem, AB, ad, ID, ita est, BX, ad, XD, ergo vt, BO, ad, OR, ita est, BX, ad, XD, ergo, OX, parallela est ipsi, ED. Ducatur intra trapezia parallela ipsi, AB, vtcunque, VC, secans, XA, in, S, &, OB, in, T, sunt igitur triangula, AOB, VOT, similia, & pari-




Iux. diff. 1. Sexti Element.

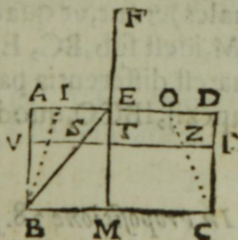
4. Sexti Elem.

& pariter sunt similia triangula, AXB, SXC, ergo, AB, ad, VT, erit vt, BO, ad, OT, idest vt, BX, ad, XC, (quia, VC, parallela est ipsi, AB, & consequenter ipsi, OX,) idest vt, AB, ad, SC, ergo, VT, SC, erunt æquales, & eorum quadrata pariter æqualia. Sic autem de cæteris ipsi, AB, parallelis idem ostendetur, ergo omnes lineæ trapezij, AERB, erunt æquales omnibus lineis trapezij, AIDB, regula, AB, & consequenter ipsa trapezia erunt æqualia, & oĩa earundem quadrata pariter æqualia, quod ostendere opus erat.

## PROPOS. XXVIII.

SI parallelogrammum, & trapezium habuerint communem basim vnum æquidistantium laterũ trapezij, quod sit sumptum pro regula: Omnia quadrata parallelogrammi ad omnia quadrata trapezij erunt, vt quadratum dictæ basis ad rectangulum sub parallelis lateribus trapezij, cum $\frac{1}{3}$. quadrati differentiæ dictorum laterum æquidistantium.

Sit parallelogrammum, AC, & trapezium, IBCO, cuius laterum æquidistantium alterum, vt, BC, sit communis basis ipsi, & trapezio, & regula. Dico ergo omnia quadrata, AC, ad omnia quadrata trapezij, IBCO, esse vt quadratum, BC, ad rectangulum sub, BC, IO, vna cum $\frac{1}{3}$. quadrati differentiæ ipsarum, BC, IO. Sumatur in, DA, ipsa, ED, æqualis ipsi, IO, & iungatur, BE, & per, E, ipsis, AB, DC, parallela ducatur, EM: Omnia ergo quadrata trapezij, EBCD, per lineam, EM, diuiduntur in omnia quadrata trianguli, EBM, in omnia quadrata, MD, & in rectãgula sub triangulo, EBM, &, EC, bis sumpta, ad horum ergo singula comparemus omnia quadrata, AC. Igitur omnia quadrata, AC, ad omnia quadrata, CE, sunt vt quadratum, BC, ad quadratum, CM, quod serua. Insuper omnia quadrata, AC, ad omnia quadrata, AM, sunt vt quadratum, CB, ad quadratum, BM, item omnia quadrata, AM, sunt tripla omnium




Per D. Coroll. 23. huius.

9. huius.

9. huius.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

24. huius. nium quadratorum triãguli, EBM, ideſt ſunt ad illa, vt quadratum, BM, ad $\frac{2}{5}$. quadrati, BM, ergo ex æquali, omnia quadrata, AC, ad omnia quadrata trianguli, EBM, erũt vt, BC, ad $\frac{2}{5}$. quadrata, B M, quod pariter ſerua. Tandem omnia
34. huius. quadrata, AC, ad rectangula ſub, AM, MD, erunt vt quadratum, BC, ad rectangulum, BMC, rectãgula verò ſub, AM, MD, ad rectangula ſub triangulo, EBM, & ſub, MD, ſunt
Coroll. 1. 26. huius. vt, AM, ad triangulum, EBM, (quia illa ſunt omnia rectangula parallelogrammi, AM, & trianguli, EBM, æquè alta, altitudinis nempè æqualis ipſi, MC, ſumpta regula, BM,) ideſt dupla, ideſt vt rectangulum, BMC, ad eiuſdem dimidiũ. Ergo ex æquali omnia quadrata, A C, ad rectangula ſub triangulo, EBM, & ſub, MD, erunt vt quadratum, BC, ad dimidium rectanguli, BMC, ad eadem verò bis ſumpta erunt, vt quadratum, BC, ad rectãgulum, BMC. Ergo, colligendo, omnia quadrata, A C, ad omnia quadrata, E C, ad omnia quadrata trianguli, EBM, & ad rectangula bis ſub triangulo, EBM, & ſub, EC, erunt vt quadratum, BC, ad quadratũ, CM, cum rectangulo, CMB, & $\frac{2}{5}$. quadrati, BM. Sed rectangulum, BMC, cum quadrato, MC, conficit rectangulũ ſub, B C, C M, ergo omnia quadrata, AC, ad omnia quadrata
Per D. Corol. 23. huius. trianguli, EBM, parallelogrammi, MD, & rectangula bis ſub eiſdem, ideſt ad omnia quadrata trapezij, EDCB, ideſt
Ex antec. ad omnia quadrata trapezij, IBCO, (quia, IO, ED, ſunt æquales) erunt, vt quadratum, BC, ad rectangulum ſub, BC, CM, ideſt ſub, BC, ED, vel, IO, vna cum $\frac{1}{5}$. quadrati, BM, quæ eſt differentia parallelarum, BC, ED, ſiue, BC, IO, ipſius trapezij, IBCO, quod oſtendere opus erat.

## XXXIII.

*In Propoſitione 28. ſuperiori, & illius Schemate apparet vſus ſectionis, D, Corrollarij Propoſ. 23. dum linea, EM, conſideratur ſecare omnia quadrata trapezij, E B C D, in omnia quadrata figurarum, EBM, EMCD, & in rectangula bis ſub ijſdem. Quoniam verò reiecta ſunt abſciſſæ, & reſiduæ &c. ideò prætermiſſum eſt Corollarium ipsius Prop. 28. Sic relinquuntur & ſequentes Propoſitiones à 29. vſque ad 33. excluſiuè, cum ſuis Corollarijs, quia ſunt Propoſitiones Lemmaticæ, præſertim pro do-*

*ctrina*

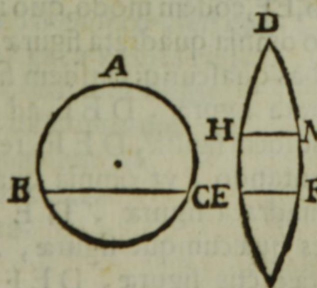
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*ctrina Libri 3. 4. ac 5. quam hic totam extendere nequaquam intendo, sed tantum è dicta Geometria Ind. huc ea duxi transferenda, quibus priorem Indiuisibilium methodum Lector sufficienter edoceri posset. Sequuntur nunc duæ Propositiones, nẽpè 33 & 34. cum suis Corollarijs quarum veritas cum in antecedentibus supposita fuerit ideò illis præmittendæ ipsæ fuissent, sed ne ordo Libri secundi dictæ Geometriæ peruerteretur, suo loco relictæ sunt. De ijs autẽ præmonitus fuit studiosus, ne ob nimiã abstractionem omnium quadratorum cõsideratarum figurarum, nimis iniucunda eidem euaderet hæc doctrina, illius finem non percipienti. Nunc ergo de præassumptis certus fit dum in Prop. 33. eiusque Corollarijs intelligit in consideratione omnium quadratorum datarum figurarum simul comprehendi & omnes alias similes earundem figuras & omnia solida similaria ab eisdem genita. Sic in Prop. 34. clarè intuetur solida similaria genita ex parallelogrammis iuxta regulas bases esse cylindricos, & ex triãgulis esse conicos sicuti ex trapezijs, esse conicorum frusta, quæ supra assumebantur.*

## PROPOS. XXXIII.

EXpositis duabus vtcunque figuris planis, & in earum vnaquaque sumpta vtcumque regula, vt omnia quadrata earumdem figurarum sumpta iuxta dictas regulas, ita erunt solida quæcumque ad inuicem similaria ex eisdem figuris genita iuxta easdem regulas.

Sint duæ vtcunque figuræ planæ, ABC, DEF, in quibus duæ vtcunque sint sumptę regulæ, BC, EF, rectæ lineæ. Dico igitur, vt omnia quadrata figuræ, ABC, regula, BC, ad omnia quadrata figuræ, DEF, regula, EF, ita esse solidum similare quodcũque genitum ex figura, ABC, iuxta regulam, BC, ad sibi similare genitum ex figura, DEF, iuxta regulam, EF. Ducatur in altera dictarum figurarum, vt in, DEF, vt-




Vide B. Definit. 8. huius.



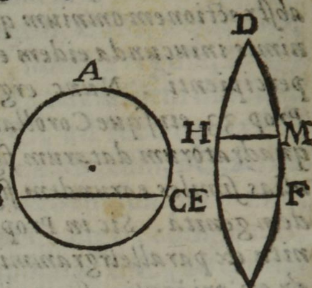
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

cumque regulæ, EF, parallela, HM, quia ergo quadrata habent inter se duplam rationem laterum, à quibus describuntur, ideò quadratum, EF, ad quadratũ, HM, habebit duplam rationem eius, quam habet, EF, ad HM, sed etiam aliæ duæ quæcumq; figuræ planæ similes ab eisdem tanquam lineis, vel lateribus homologis earumdem descriptæ habent duplam rationem earundem, ergo, vt quadratum, EF, ad quadratum, HM, ita erit alia quælibet figura plana descripta ab, EF, ad similem, sibi descriptam ab, HM, ita vt, EF, HM, sint earum homologæ, & permutando, quadratum, EF, ad aliam figuram descriptam ab, EF, erit vt quadratum, HM, ad figuram prædictæ similem ab, HM, descriptam. Sic etiam esse ostendemus quadratum cuiuscumque in figura, DEF, ductæ ipsi, EF, æquidistantis, ergo, vt vnum ad vnũ, sic omnia ad omnia, ideſt vt quadratũ, EF, ad figuram aliam quamcumq; descriptã ab, EF, sic erũt omnia quadrata figuræ, DEF, regula, EF, ad omnes figuras similes eiusdem figuræ, DEF, regula eadẽ, EF, similes inquã descriptæ ab, EF. Vt autem quadratum, EF, ad figuram descriptam ab, EF, ita quadratum, BC, ad figuram, quæ describitur à, BC, similis ei, quæ descripta est ab EF, ita vt describentes sint earumdem homologæ, & vt quadratum, BC, ad figuram descriptam à, BC, sic esse ostendemus omnia quadrata figuræ, ABC, regula, BC, ad omnes figuras similes eiusdem figuræ, ABC, similes inquam descriptæ à, BC, vel ab, EF, eodem modo, quo id ostendimus in figura, DEF: ergo omnia quadrata figuræ, ABC, ad omnes figuras similes alias quascunq; eiusdem figuræ, ABC, erunt, vt omnia quadrata figuræ, DEF, ad omnes figuras similes prædictis eiusdem figuræ, DEF, regulis eisdem BC, EF, ergo permutando, vt omnia quadrata figuræ, ABC, ad omnia quadrata figuræ, DEF, ita erunt omnes figuræ similes quæcumque figuræ, ABC, ad omes figuras similes prædictis figuræ, DEF. Quia verò omnes figuræ similes

8. & 15. huius.

15. huius.

Coroll. 4. huius.



les alicuius figuræ planæ regula quadam sumptæ, sunt omnia plana solidi, quod dicitur similare, & genitum ex tali figura iuxta eandem regulam, ideò, vt omnes figuræ similes quæcunque ipsius figuræ, ABC, regula, BC, ad omnes figuras similes ipsius figuræ, DEF, regula, EF, similes inquam prædictis, idest vt omnia quadrata figuræ, ABC, regula, BC, ad omnia quadrata figuræ, DEF, regula EF, ita erunt omnia plana solidi similaris cuiuscumque geniti ex figura, A B C, iuxta regulam, BC, ad omnia plana solidi similaris geniti ex figura, DEF, iuxta regulam, EF. Vt autem omnia plana duorum solidorum sic & ipsa solida, ergo etiam solida similaria genita ex figuris. ABC, DEF, (quę sunt similaria ad inuicem, quia omnes figuræ similes figuræ, A B C, sunt etiam similes omnibus figuris similibus figuræ, DEF,) iuxta regulas, BC, EF, erunt ad inuicem, vt omnia quadrata earumdem figurarum eisdem regulis sumpta, quod erat ostendendum.

B. dift. 8. huius.

Postulatũ 2. huius.

3. huius.

## COROLLARIVM I.

Hinc patet, si in figura, A B C, vtcumque regula, BC, descripserit duas quascunque figuras, quod vt vna ad aliam, ita erunt omnes figuræ ipsius, A B C, similes vni descriptarum, ad omnes figuras eiusdem similes alteri descriptarum, idest ita omnia plana solidi similaris geniti ex, ABC, iuxta regulam, B C, (similibus existentibus eiusdem figuris vni descriptarum) ad omnia plana solidi similaris geniti ex eadem figura iuxta eandem regulam (huius similibus existentibus figuris alteri descriptarum) idest ita erunt solida similaria genita ex eadem figura, ABC, iuxta communem regulam, BC, non tamen similaria ad inuicem, sed quarum omnia plana sunt omnes figuræ similes eiusdem, ABC, similes inquam, quæ sunt vnius dictorum solidorum vni descriptarum à, BC, figurarum, & quæ sunt alterius, similes alteri descriptarum figurarum.

CO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIVM II.

VNde solida similaria, sed non ad inuicem, genita ex. g. à figuris, ABC, DEF, iuxta regulas, BC, EF, quæ duas figuras planas dissimiles descripserint, quibus sint similes figuræ, quæ dicuntur omnia plana dictorum similarium solidorum; erunt ad inuicem, vt ipsæ figuræ dissimiles descriptæ ab ipsis, BC, EF. Nam solidũ similare genitũ ex, DEF, iuxta regulam, EF, ad sibi similare genitum ex figura, ABC, iuxta regulam, BC, erit vt figura descripta ab, EF, ad sibi similem figuram descriptam à, BC, item solidum hoc similare genitum ex figura, ABC, iuxta regulam, BC, ad solidum similare, sed non sibi, genitum ex eadem figura iuxta eandem regulam, BC, erit vt figura descripta à, BC, similis descriptæ ab, E F, ad figuram sibi dissimilem descriptam ab eadem, B C, (quibus figuris dissimilibus sint similes figuræ, quæ dicuntur omnia plana solidorum similarium genitorum ex eadem figura, ABC, iuxta communem regulã, BC,) ergo ex æquali solidum similare genitum ex figura, D E F, ad solidum similare, sed non sibi, genitum ex figura, ABC, ( genita intellige iuxta regulas, EF, BC,) erit vt figura descripta ab, EF, cui sũt similes figurę huius solidi, ad figuram descriptam à, BC, prędictæ dissimilem, cui sunt similes figuræ solidi ex, BAC, geniti iuxta regulam, B C.

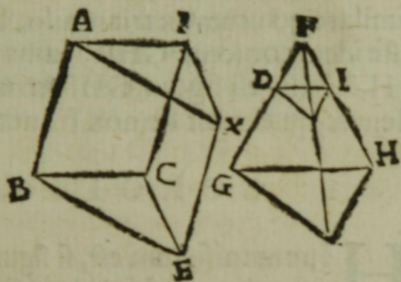
## PROPOS. XXXIV.

SOlida similaria genita ex parallelogrammis iuxta regulam vnum eorumdem laterum, sunt cylindrici. Et solida similaria genita ex triangulis iuxta regulam vnum eorundem laterum, sunt conici; quorum bases erunt figuræ à regulis descriptæ, & latera, eorundem parallelogrammorum, vel triangulorum latera regulis insistentia.

Sit ergo expositum quodcumque parallelogrammum, AC, & triangulum, FGH, in quibus pro regulis sumantur latera, BC, GH. Dico solidum quodcumque similare genitũ ex pa-

ex parallelogrammo, AC, (iuxta regulam, BC, ) esse cylindricum, cuius basis erit à, BC, descripta figura, & latus vtrũuis ipsorum, AB, LC, laterum regulæ, BC, insistentium; Et genitum ex triangulo, FGH, iuxta regulam, GH, esse conicum, cuius basis erit à, GH, descripta figura, & latus vtrumuis duorum, FG, FH, regulæ, GH, insistentium. Describantur à regulis, BC, GH, figuræ vtcunque planæ, BCE, GHP, æqualiter inclinatæ planis, AC, FGH, deinde per circuitum figurę, BCE, feratur latus, AB, cui sit æquale latus, EX, quodque puncto, A, describat circuitum figuræ, AXL, & per circuitum figuræ, GHP, feratur vtrumuis laterum, FG, FH, indefinitè productum versus figuram, GHP, cuius portio inter, F, & pũctum, P, sit, FP, erit ergo solidũ, quod clauditur superficie cylindrica, descripta latere, AB, & duabus figuris, ALX, B C E, cylindricus; & quod clauditur superficie conica descripta altero laterum, FG, FH, indefinitè producto, & figura, GHP, erit conicus. Dico autem solidum similare genitum ex, AC, iuxta regulam, BC, cuius omnia plana sint omnes figuræ ipsius, A C, similes figuræ, B C E, esse hunc cylindricum, ACE, nam quælibet earum, quæ dicuntur omnes figuræ similes parallelogrammi, AC, regula, B C, similes inquam figuræ, BCE, est etiam similiter posita, ac, BCE, descripta latere homologo ipsi, BC, igitur eius perimeter erit in superficie cylindrica descripta latere, AB, si enim aliquid eius esset intra, vel extra illam superficiem, aliquid eius esset intra, vel extra communem sectionem talis assumptæ figuræ, & superficiei cylindricæ: talis autem communis sectio est perimeter figuræ similis, & similiter positæ, ac, BCE, (quia si cylindricus plano secetur basi æquidistante concepta figura erit similis, & similiter posita, ac basis) ergo haberemus duas figuras ab eodem latere homologo descriptas, similes æquales, & similiter positas, & non congruentes, quod est absurdum,

Ex def. 3. & 4. l. 1.




A. def. 8. huius.

Corol. 12. l. 1.

Corol. 25. l. 1.

K con-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

congruent igitur, erit ergo assumpta figura, quæ est vna earum, quæ dicuntur omnes figuræ parallelogrammi, AC, similes ipsi, BCE, regula, BC, & est vnum eorum, quæ dicuntur omnia plana solidi similaris geniti ex, AC, iuxta regulam, BC, erit, inquam, assumpta figura etiam vnum eorum, quæ dicuntur omnia plana cylindrici, A C E, regula, BCE, quod etiam de cæteris simili modo ostendetur. Ergo solidum similare genitum ex, AC, iuxta regulã, BC, & cylindricus, ACE, habebunt omnia plana (regula, BCE, assumpta) communia, ergo solidum similare genitum ex, AC, iuxta regulam, BC, erit idem cylindrico, ACE, cuius basis est figura, BCE, & latus alterum laterum, AB, LC. Similiter ostendemus solidum similare genitum ex triangulo, F G H, iuxta regulam, GH, esse idem conico, FGHP, cuius latus alterum laterum, FG, FH, & basis est figura, GHP, consimili via supradictæ procedentes, quæ erant demonstranda.

## COROLLARIVM I.

HInc manifestum est, si figuræ descriptæ à, BC, GH, sint circuli, quod solidum similare genitum ex, AC, erit cylindrus, & genitum ex triangulo, FGH, conus, siue recti, siue scaleni; si verò descriptæ figuræ sint rectilineæ, genitum ex, AC, erit prisma ex, FGH, autem pyramis, siue recta, siue scalena cætera autem nomine communi vocantur solida similaria genita ex eisdẽ fig. iuxta regulas, intellige, BC, GH.

## COROLLARIVM II.

SI intra triangulum, F G H, ducamus ipsi, GH, parallelã vtcunque, quæ sit, DI, abscindens à triangulo, FGH, trapezium, DH, ostendemus eodẽ modo, quo supra, solidum similare genitum ex trapezio, DH, iuxta regulam, GH, esse frustum solidi similaris geniti ex triangulo, FGH, iuxta eandem regulam, idest frustum conici, FGHP, idest coni, cum figura descripta à, GH, est circulus, vel frustum pyramidis rectæ, siue scalenæ, cum illa est figura rectilinea, quæ facilè ostendentur.

E. defin. 4. l. 1.

CO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

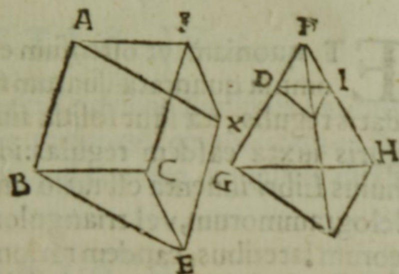
## COROLLARIVM III.

TAndem patet vice versa, si quiuis cylindricus, vel conicus, vel eius frustum, intelligatur secari per latera, de illo plano secante conceptam in secto solido figuram esse genitricem earumdem per descriptionem similium figurarũ, & ipsa esse solida similaria genita ex eisdem figuris genitricibus iuxta regulas communes sectiones planorum secantium, & basium, quæ figuræ genitrices in cylindricis erunt parallelogramma, in conicis triangula, & in frustis conicis trapezia. Igitur verum est quodlibet solidum similare genitum ex parallelogrammo iuxta regulam vnum laterum esse cylindricum, & genitum ex triangulo iuxta regulam vnum laterum esse conicum, & ex trapezio esse frustũ conicum; & vice versa, quemlibet cylindrum esse solidum similare genitum ex parallelogrammo in ipso producto per planum per latera ductum, genitum inquam iuxta communem sectionem eius, & basis cylindrici; & quemlibet conicum esse solidum similare genitum ex triangulo in eodem producto per traiectionem plani per latera, genitum, inquam iuxta communem sectionem eius, & basis dicti conici; & quodlibet frustum conicum esse solidum similare genitum ex trapezio in ipso producto per traiectionem plani per latera eiusdem frusti, genitũ inquam iuxta regulam communem sectionem eius, & vnius basium eiusdem. Siue ergo, exposito parallelogrammo, & triangulo intellexeris iuxta diff. 8. huius, describi omnes figuras similes eis quæ describuntur à basibus dicti parallelogrammi, & trianguli, & sic conceperis effici solidum, cuius illa sunt omnia plana; siue intellexeris latus dicti parallelogrammi, vel trianguli indefinitè productum reuolui per circuitum figurarum à basibus descriptarum, vt habeas solidum dicta superficie

13. l. 1. 2. & Cor. l. 1.

Cor. 6. l. 1. 16. l. 1.

Diff. 3. & 4. l. 1.



perficie deſcripta, & baſi, vel baſibus comprehenſum, idem vtroq; modo tibi obuenit ſolidum, Poteſt autem prior vocari generatio ſolidorum per deſcriptionem figurarum; poſterior autem, generatio ſolidorum per reuolutionem facta, quę maioris dilucidationis gratia hic appoſui, vt ex hac declaratione aliqualiter pateat, in plurimis etiam alijs vtramq; generationem ritè nos imaginari poſſe, vt in ſphæra, ſphæroide, conoidibus, eiuſdem fruſtis, & alijs quamplurimis, vt ſuo loco animaduertetur.

## A. COROLLARII IV. GENERALIS SECTIO I.

ET quoniam, vt oſtenſum eſt Prop. 33. huius Libri, vt omnia quadrata duarum figurarũ inter ſe ſumpta cum datis regulis, ita ſunt ſolida ſimilaria genita ex eiuſdem figuris iuxta eaſdem regulas: ideò cum in Propoſitionibus huius Libri inuenta eſt ratio omnium quadratorum parallelogrammorum, vel triangulorum, vel trapeziorum, regulis eorum lateribus, eandem rationem comperiemus habere ſolida ſimilaria genita ex parallelogrammis, ideſt cylindricos, vel ex triangulis, ideſt conicos, vel ex trapezijs, ideſt fruſta conica, genita inquam iuxta eaſdem regulas, quæ amplius dilucidabimus ſingula, quæ opportuna fuerint, Theoremata denuò aſſumentes.

## B. SECTIO II.

IN Prop. 9. igitur expoſita denuò eius figura, intelligantur baſes, GM, MH, deſcribere ſimiles figuras planas, quæ ſint, GIMR, MTHS, vt eorum lineę, vel latera homologa, æquè erectas planis, AM, MC, & in ijs, tanquam in baſibus conſiſtere cylindricos, AM, BH, quorũ latera ſint, AG, CH. Erũt igitur hi




Corol. 3. ant. cylindrici ſolida ſimilaria genita ex parallelogrammis, AM, MC, iuxta regulas, GM, MH, igitur erũt, vt omnia quadrata corun-

eorundem regulis eisdem, GM, MH: sunt autem omnia eorum quadrata, vt quadrata basium, GM, MH, ergo cylindrici, AM, MC, erunt vt quadrata basium, GM, MH, idest vt figuræ similes, GIMR, MSHT, igitur cylindrici in eadem altitudine, & similibus basibus insistentes sunt, vt ipsæ bases. 9. huius.

C. SECTIO III.

IN Prop. 10. consimiliter procedentes colligemus, cylindricos in eadem, vel æqualibus, ac similibus basibus consistentes esse, vt altitudines, vel vt latera æqualiter eorundem basibus inclinata.

D. SECTIO IV.

IN Propos. 11. deducemus cylindricos similibus basibus insistentes habere inter se rationem compositam ex ratione basium, & altitudinum, vel laterum æqualiter dictis basibus inclinatorum.

E. SECTIO V.

IN Prop. 12. colligemus cylindricos, quorum similes bases altitudinibus, vel lateribus æqualiter basibus inclinatis reciprocè respondent, esse æquales; & cylindricos æquales, similibus basibus insistentes, bases habere altitudinibus, vel lateribus ęqualiter basibus inclinatis, reciprocas.

F. SECTIO VI.

IN Prop. 13. habebimus similes cylindricos esse in tripla ratione laterum homologorum.

G. SECTIO VII.

EX Prop. 14. colligimus si prædicti cylindrici insistant basibus dissimilibus, adhuc prædictas passiones de ipsis verificari; in quibus tamen non numerantur similes cylindrici, cum oporteat eosdem similes bases habere.

H. SE-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

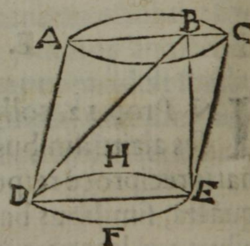
## H. SECTIO VIII.

IN Prop. 22. habemus in eius figura, solida similaria genita ex parallelogrammis, AS, Tβ, iuxta regulas, ES, Zβ, eandem rationem habere ad solida similaria genita ex triangulis, OES, & Zβ, idest cylindricos genitos ex, AS, Tβ, ad conicos genitos ex triangulis, OES, & Zβ, eandem rationem habere, vnde, cum conici sint partes proportionales cylindricorum in eadem altitudine cum ipsis existentium, quæcunq; de cylindricis in huius Coroll. Sectionibus 2. 3. 4. 5. 6. & 7. collecta sunt, eadem & pro conicis tamquam collecta recipiemus.

Ex hac Propos.

## I. SECTIO IX.

IN Prop. 24. habemus quemcumq; cylindricum esse triplum conici in eadem basi, & altitudine cum ipso. Sit expositus quicunq; cylindricus, AE, in basi, DHEF, in eadem autem basi, & altitudine sit conicus, DBE, sic tamen basi insistens, vt ducto plano per latera conici, idem transeat per latera cylindrici, AE, sit autem ductum tale planum, quod faciat in conico, DBE, triangulum, DBE, & in cylindrico, AE, parallelogrammum, AE, erũt igitur, AE, & triangulum, DBE, genitrices figuræ eorumdem solidorum, quæ similaria ad inuicem vocantur, genita iuxta communem regulam, DE, quod ergo gignitur ex, AE, ad genitum ex triangulo, DBE, erit vt omnia quadrata, A E, ad omnia quadrata trianguli, DBE, regula, DE, idest triplum. Solidum verò similare genitum ex, A E, iuxta regulam, DE, cuius figuræ sint similes figuræ, DFEH, est cylindricus, AE, & solidum similare genitum ex triangulo, DBE, iuxta regulam, D E, cuius figuræ sint similes pariter figuræ, DFEH, est conicus, DBE, ergo cylindricus, AE, triplus erit conici, DBE, & consequenter triplus erit cuiusuis alij in eadem basi, DFEH, & altitudine, cum conico, D B E, existen-




Coroll. 6. & 16. l. 1.

Coroll. 3. 34. huius.

24. huius.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

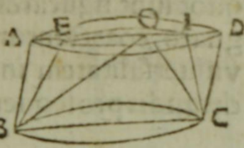
existentis, quoniam, vt ostensum est, conici in eadem altitudine stantes sunt, vt bases, vnde cum bases sunt æquales, & conici sunt æquales, verum ergo est, quod proponebatur. 34. huius Per B. Corol. 27. huius.

## K. SECTIO X.

IN Prop. 27. habemus solida ad inuicem similaria genita ex trapezijs in eadem basi (quæ sit vnum laterum æquidistantium) & altitudine constitutis, quorum oppositæ bases sint æquales, genita, inquam, iuxta communem regulam ipsam basim, idest frusta conicorum quorum oppositæ bases sunt figuræ descriptæ à lateribus dictorum trapeziorum æquidistantibus, esse æqualia.

## L. SECTIO XI.

IN Prop. 28. habetur cylindricum in eadem basi, & altitudine cum frusto conici constitutũ, ad idem, esse (sumptis duabus homologis in oppositis frusti conici basibus) vt quadratum maioris dictarum homologarum ad rectangulũ sub dictis homologis vna cum $\frac{1}{3}$. quadrati differentiæ earumdem homologarum. Sit cylindricus, AC, in basi figura quacumque plana, BC, in eadem autem basi, & altitudine sit frustum conici, EBCI, sic tamẽ se habens, vt ducto plano per latera cylindrici, AC, idem trãseat per latera frusti conici, BEIC, sit autem ductum tale planum, quod faciat in cylindrico, AC, parallelogrammum, AC, & in frusto, BEIC, trapezium, BEIC, erunt igitur rectæ, BC, EI, lineæ oppositarum basium frusti inter se homologæ, & quia cylindricus, AC, est solidum similare genitum ex, AC, iuxta regulam, BC, & frustum, EBCI, est solidum prædicto similare genitum ex trapezio, EBCI, sunt autem hæc solida similaria, vt omnia eorumdem quadrata, & omnia quadrata, A C, regula, BC, ad omnia quadrata trapezij, EBCI, regula eadem sunt, vt quadratum, BC, ad rectangulum sub, BC, EI, vna cũ $\frac{1}{3}$. quadrati differẽtiæ earumdem. Ergo cylindricus, AC, ad frustum




Corol. 21. l. 1. Coroll. 3. 34. huius. 33. huius. 27. huius.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

frustum conicum, EBCI, & ad quoduis aliud in eadem basi,
K. huius. Cor. gen. & altitudine cum hoc constitutum, (quoniam existet huic æquale) erit vt quadratum, BC, ad rectangulum sub, BC, EI, vna cum $\frac{1}{3}$. quadrati differentiæ earumdem, BC, EI, quæ sũt duarum oppositarum basium, EI, BC, homologæ vtcumq; sumptæ, nam planum eadem solida secans ductum est vtcumque, dummodo per eorumdem latera transeat. Cor. 21. l. 1.

## M. SECTIO XII.

HInc patet si in eadem basi, BC, figura, fuerit conicus, & eadem altitudine cum frusto, idest cum cylindrico, AC, qui sit conicus, BOC, quod hic erit $\frac{1}{3}$. cylindrici, AC, & ideò ad frustum, EBCI, erit vt $\frac{1}{3}$. quadrati, BC, ad rectangulum sub, BC, EI, vna cum $\frac{1}{3}$. quadrati differentiæ, BC, EI, idest vt totum quadratum, BC, ad rectangulum sub, BC, & tripla, EI, vna cum toto quadrato differentiæ earumdem, BC, EI. Vide igitur quam sit amplior hæc demonstratio ea, quã alij ostenderunt cylindrum esse triplum coni, & prisma pyramidis in eadem basi, & altitudine cum ipso constitutæ, nam ad tot varia solida hæc se extendit, quot sunt figurarum planarum variationes, quæ nullo assignato coarctantur numero, cuiusmodi demonstrationis vniuersalitatem in alijs figuris quoque in posterum considerandis prosequemur, vt amplius infra patebit. I. huius. Cor. gen.

## N. SECTIO XIII.

IN Prop. 29. & eius Corollario tandem edocemur solida similaria genita ex parallelogrammo, vel triangulo eodem, iuxta duas regulas latera angulum continentia, idest cylindricos ab eodem parallelogrammo, & conicos ab eodem triangulo genitos, iuxta dictas regulas, esse inter se, vt easdem regulas.

## XXXIV.

*Per suprapositа Corollaria fructum huius doctrinæ Indiuisibilium amplius percipere potest Studiosus, etsi eorum maior pars fuerit*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

fuerit & superius declarata. Sequentes verò Propositiones à 35. vsque ad finem dicti Libri secundi, cum sint lemmaticæ ad alios Libros, propterea relinquuntur. Per ea ergo, quæ hic allata sunt potuit Lector vim prioris methodi Indiuisibilium experiri, primò in parallelogrammis secundò in triangulis, tertiò in eorum trapezijs, quartò in cylindricis, quintò in conicis, sextò, & vltimò in eorundem conicorum frustis. Hæc, puto, sufficere potuissent, vt huius prioris methodi fieret capax, sed ad maiorẽ eiusdem intelligentiam, de eadem quoque periculum faciemus in area inuestiganda alicuius insignis figuræ planæ, & soliditate corporis illustris: Vt ad eorum normam percipiat & reliquarum figurarum tam planarum, quam solidarum mensuram obtineri posse. Inter omnes ergo à me delecta est Parabola, & Conoides parabolicum ab eadem genitum, præcipuè cum mihi facilioris captus visa fuerint. Hæc metitur quoque Liber 4. dictæ Geometriæ, sed vt pateat quoque exemplum operandi sine abscissis, residuis &c. vt ibi fit, propterea iuxta sequentem rationem earum mensura patefiet.

## XXXV.

Sit enim quæcunque Parabola, OAC, cuius vertex, A, basis, OC, & diameter, AB, ita vt sit semiparabola, ABC. Cum enim, AB, diuidat bifariã omnes ipsi, AC, æquidistantes, sit vt omnes lineæ ipsius, AOB, sint æquales omnibus lineis ipsius, ACB, regula, OC, quare per Prop. 3. AOB, æquatur ipsi, ACB, estque, ACB semiparabola. Compleantur nunc parallelogramma, ABC, ABO, vt fiant parallelogrammum, TC, ipsi parabolæ, OAC, & BD, BT, semiparabolis, ACB, AOB, circumscripta. His sup-



L positis

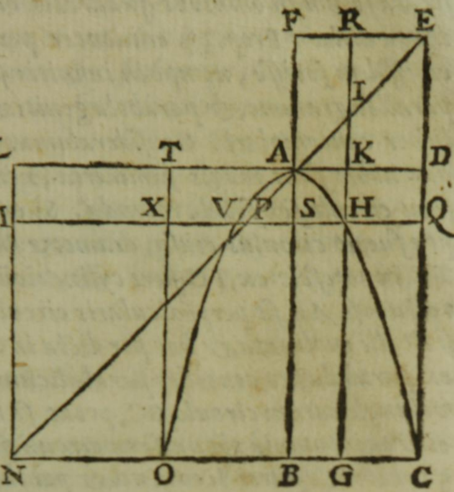
positis dico parallelogrammũ, TC, esse ipsius parabolæ, OAC sexquialterũ. Producatur, BA, in, F, ita vt, AF, sit æqualis, AD, & cõpleatur parallelogrãmum, FADE, ducaturq; in eo diameter, AE, & intra, CE, BF, agatur earũ alteri, vt ipsi CE, tamquã regulæ quæcumq; parallela, GR, secans, BC, in, G, curuã, AC, in, H, AD, in, K, AE, in, I, &, FE, in, R; sitque per, H, ducta, QS, ipsi, BC, æquidistans. Est ergo quadratum, CB, ad quadratũ, HS, vt, BA, ad, AS, per Prop. 20. Primi Conicorum. siue ex Prop. 38. & Scholio Prop. 40. Libri Primi Geometriæ Ind. Cum verò, BC, æquetur ipsi, AD, seu, AF, hoc est, RK, &, SH, ipsi, AK, idest, KI, (vt enim, AD, est ipsi, DE, æqualis, ita, AK, æquatur ipsi, KI,) & GK, ipsi, AB sicuti, KH, ipsi, AS; ideo vt quadratum, Rk, ad quadratum, KI, ita erit, Gk, ad, kH. Inuenimus ergo quatuor has magnitudines, vtcumq; sumptas, proportionales, ergo per Cor. 3. Propositionis 26. adhibitum sine abscissis &c. iuxta præmonita num. 30. quatuor magnitudinum ordines, iuxta quatuor dictas magnitudines, assumptarum in quatuor figuris, quarum prima est parallelogrammum, FD secunda triangulum, ADE, tertia parallelogrammum, DB, & quarta trilineum, ADC, erunt proportionales. Hoc est vt omnia quadrata parallelogrãmi, FD, ad omnia quadrata trianguli, ADE, regula, CE, ita erunt omnes lineæ parallelogrammi, BD, ad omnes lineas trilinei, ADC, regula eadem, CE. Sed omnia quadrata, FD, omnium quadratorum trianguli, ADE, ostensa sunt tripla esse in Prop. 24. & demonstratione directa, num. 26. superiori. Ergo omnes lineæ parallelogrammi, DB, triplæ erunt omniũ linearum trilinei, ADC. Verum vt omnes lineæ ad omnes lineas duarum figurarum, ita sunt ipsæ figuræ per Prop. 3. Ergo parallelogrãmum, BD, triplum erit ipsius trilinei, ADC & subinde sexquialterum semiparabolæ, ABC; vnde parallelogrammum, TC, sexquialterum erit parabolæ; OAC, sunt enim hæc prædictorum dupla. Quod &c.

## XXXVI.

Producatur nunc, DT, in, L, ita vt, AL, sit æqualis ipsi, AB, & compleatur parallelogrammum, ALNB, in quo agatur diameter, AN. Dico omnia quadrata, TC, dupla esse omniũ quadratorum parabolæ, OAC, regula, NC. Esto enim, QS, producta in, M, tanquam vna ex æquidistantibus regulæ, NC, ad libitum

assum-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




*assūpta, quæ secet, AN, in, P, curuam, AO, in, V, TO, in, X, &, LN, in, M. Erit ergo rursus vt quadratum, CB, ad quadratum, HS, nempè vt quadratum, QS, ad quadratū, HS, ita BA, ad, AS, hoc est ita, MS, ad, SP, (est enim, MS, æqualis ipsi, NB, & subinde ipsi, BA, sicuti, PS, ipsi, SA,) unde hi quatuor ordines magnitudinū erunt proportionales. Nempè vt omnia quadrata parallelogrammi, DB, primi ordinis, ad omnia quadrata semiparabolæ, ABC, secundi ordinis, ita erunt omnes lineæ parallelogrāmi, LB, tertij ordinis, ad omnes lineas trianguli, ANB, quarti ordinis. Sed omnes lineæ parallelogrammi, LB, duplæ sunt omnium linearum trianguli, ABN, sunt enim vt parallelogrammum, LB, ad triangulum, ABN, per Prop. 3. cuius illud est duplum per Prop. 19. Ergo omnia quadrata parallelogrammi, DB, dupla sūt omnium quadratorum, semiparabolæ, ABC; vnde & eorum quadrupla, hoc est omnia quadrata parallelogrammi, TC, dupla erunt omnium quadratorum parabolæ, OAC: nam quemadmodum quadratum, XQ, quadruplum est quadrati, SQ, & quadratum, VH, quadruplum quadrati, SH, ita per Prop. 4. siue per Prop. 25. omnia quadrata, TC, quadrupla sunt omnium quadratorum, AC, & omnia quadrata parabolæ, OAC, quadrupla omnium quadratorum semiparabolæ, ABC. Quod &c.*

## XXXVII.

*Cum verò ex Prop. 33. vt omnia quadrata parallelogrammi, TC, ad omnia quadrata parabolæ, OAC, ita sint quæcunque solida ad inuicem similaria (quæ diffiniuntur in* Sectione, C, *def. 8.) genita ex parallelogrammo, TC, & ex parabola, OAC, iuxta regulam figuram à basi, OC, descriptam: ideò per demon-*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ſtrata ſolum in omnibus quadratis earundem figurarum, illicò iuxta dictam Prop. 33. euidenter perſpicimus infinitũ lucrum ex eiſdem feciſſe, nempè in infinitis ſolidis ſimilaribus à dicto parallelogrammo, & parabola genitis: quæ non inutile erit paulisper contemplari. Conſiderabimus autem primo duo ſolida, quæ nobis ſunt magis familaria, nempe quorum omnia plana ſunt circuli, ſeu ſolida rotonda. Si ergo figura à baſi, OC, deſcripta fuerit circulus, eiuſq; diameter, OC, quem rectè ſecet planũ, TC, innoteſcit ex, TC, fieri cylindricũ, immo cylindrum, illumq; rectum ſi, AB ſit perpẽdicularis circulo ipſius, OC, vel ſcalenum, ſi ſit illi inclinata, & hoc per dicta in Cor. pr. Prop. 34: Similiter ex parabola fiet conoides parabolicum circa axem, AB, rectum, vel inclinatum circulo, OC, prout ſe habebit pro dicto cylindro, eius enim omnia plana ſunt circuli per monita in Scholio Prop. 51. Libri Quarti Heo. Ind & per dicta in Prop. 46. 47, Libri primi, quæ à Lectore ſupponi poterunt. Hinc ergo fit manifeſtum cylindrum ex, T C, genitum, conoidis parabolici geniti ex parabola, O A C, iuxta regulam circulum, OC, duplum eſſe, ſiue, AB, ſit ipſi circulo, OC, perpendicularis, ſiue non. Hucuſque autem Veteres cum Archimede, & alÿ poſtea ad hæc vſque tempora progreſſi ſunt.

## XXXVIII.

Verum per hanc priorem methodum Ind. poterit Studioſus tam anguſtos limites in infinitum extendere, hoc eſt inuentam proportionem ad infinita ſolida transferendo. Namque ſi circulus, OC, mutetur in quadratum ab eodem, OC, tanquam à latere deſcriptum, cui planum, TC, ſupponatur erectum, vel quomodocunque inclinatum: nihilominus duo ſolida ad inuicem ſimilaria deſcripta à TC, & parabola, OAC, iuxta regulam quadratum ipſius, OC, habebunt eandem rationem duplam Horum primum erit priſma, ſeu paralleleppipedum rectum, aut ſcalenũ ex Coroll. priſmo Prop. 34. ſecundum verò erit ſolidum baſim habens quadratam deficiens verſus, A, iuxta parabolæ, OAC, deficientiam, terminanſq; ad idem, A, in quo parallelis baſi planis vtcumque ſecto, fiant ſemper quadrata deſcripta à lineis in parabola, OAC, ordinatim ductis. Videtur autem hoc ſolidũ

ſui

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

sui concauo assimilari semicōchæ, vel seminaui, aut potius T extorum semiradio. Sic mutato quadrato ipsius, OC, in triangulum, pentagonum, exagonum &c. seu in quamcunque figuram rectilineam, aut curuilineam, seu mixtilineam, ab eadem, OC, quomodocunque descriptam, per dictam Prop. 33. admonemur solidum similare ex, TC, genitum (quod erit in rectilineis figuris semper prisma, vel in alijs saltem cylindricus per Prop. 34.) duplum esse solidi prædicto similaris geniti ex parabola, OAC, iuxta regulam descriptam ab, OC, basim, quod idcirco infinitis modis variari potest.

## XXXIX.

Perpendat nunc Studiosus quam fertilis hinc euadat Geometria solidorum, & quam latè pateat hic demōstrandi modus, quem iugiter prosequimur in omnibus figuris planis in dicta Geom. Ind. tamquam solidorum genitricibus consideratis. Hoc est Libro 3. expendimus solida, quæ oriuntur à circulo, & ellipsi, eiusque portionibus. Libro 4. quæ gignuntur à Parabola, vt & ab eius portionibus: ac Lib. 5. genita ab Hyperbola, oppositis sectionibus, necnon similiter ab earundem portionibus, considerantur: & hoc siue diametri figurarum genitricium sint perpēdiculares basibus factorum solidorum siue eisdem inclinatæ. Denique Libro 6. agitur de spatijs helicis, aliaque ratione ab Archimedea Libro de Spiralibus, eorum mensura inuestigatur, prius nempè per Indiuisibilia, quæ sunt circulorum omnes peripheriæ eisdem concentricæ, deinde per circumscriptionem, & inscriptionem figurarum, etiam more Veterum: superadduntur que nonnulla Theoremata, ac Problemata ex vniuersa dictæ Geometriæ doctrina emanantia: Est autem in Problematibus hoc summè notandum, nempè. Dato quocunque ex solidis in dicta Geometria consideratis, inuenire ex quacunque specie solidorum nedum dato æquale, sed etiam quod ad illud datam rationem habeat. Excipe tamen, quæ supponunt circuli aut Hyperbolæ quadraturam, in quibus proximè tantum dicta ratio inuenitur. Ita vt ex his tandem Studiosus animaduertere possit quantum vltra Veterum limites per hanc priorem Indiuisibilium methodum prodierit Geometria.

Denique

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## XXXX.

*Denique ex modo, quo num. 35. & 36. ostendimus ibi proposita, innotescere potest, qualiter sine abscissis, residuis &c. operandum sit. Vbi enim dicendum fuisset in eorum Schemate iuxta stylum consuetum in dicta Geometria, omnes lineas, BD, ad omnes lineas trilinei, ADC, regula communi, EC, esse vt quadrata maximarum ipsius, AD, ad eiusdem quadrata omnium abscissarum; hic dictum est esse vt quadrata omniũ linearum, FD, ad quadrata omnium linearum trianguli, ADE, et enim istæ eisdem maximis, & abscissis adæquãtur. Sic pro omnibus lineis parallelogrammi, LB, & triãguli, ANB, regula communi, NC, adhibendæ fuissent maximæ abscissarum, AB, eiusque omnes abscissæ. Liberum tamen cuique erit si voluerit, etiam ipsas abscissas, residuas &c. iuxta priorem stylum retinere, nullus enim hinc error, nisi illæ perperam accipiantur, emerget. Hæc ad intelligentiam prioris methodi Indiuisibilium sufficere puto, in sequenti Exercitatione posterior quoq; explicabitur, necnon & confirmabitur, quapropter nonnulla è Libro Septimo dictæ Geometriæ Ind. desumpta, eidem inserenda erunt.*





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135



# EXERCITATIO SECVNDA.

## In qua agitur de Posteriori Methodo Indiuisibilium.



*ACTENVS innotescere potuit Studioso quæ sit ratio procedendi iuxta priorem methodum Indiuisibilium: nunc verò posteriorem aggredimur in hac Exerc. 2. in qua, ni fallor, habebit, quo sibi amplius satisfaciat, si ab infinitate Indiuisibiliũ abhorreat, collectiuè sumptorũ. Is .n. in Exerc. ant. nu. 6. addiscere potuit hic tantũ distributiuè eadem Indiuisibilia comparari. Porrò de hac posteriori methodo tractat ex professo Geometriæ Ind. Liber 7. quapropter ex eo præcipua illius desumentur fundamenta, veluti in antecedenti Exerc. nobis opportuna suffecit eiusdem Liber 2. Denuò igitur hic exponetur dicti Libri 7. Prop. prima cum subsequentibus Lemmatibus, necnon Propos. 2. & 3. reliquo eiusdem doctrinæ postmodum summariè tantum explicato. Denique his adiungentur ea, quę precipuè ad confirmationem dictarum Proposit. pr. tertię, ac totius Libri 7. à me nuper ostensa sunt. Et vt hæc quoque clariora fiant, vbi congruet interijcientur pariter Notæ, vt in Exerc. ant. consuetum fuit.*

Sub-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

I.

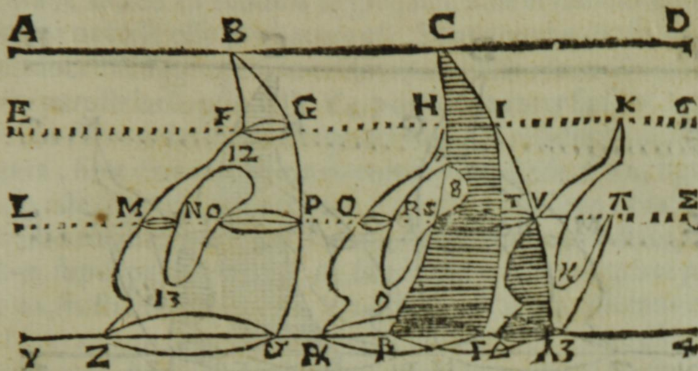
*Subſequens Propoſitio eſt præcipuum huius poſterioris methodi Ind. fundamentum: quapropter haud Lectori mirandum erit ſi per tot, quot adijcientur Lemmata, videbit eandem confirmari. Non ergo perfunctoriè, ſed attentè erit examinanda. Eſt autem huiuſmodi.*

## PROPOSITIO I.

*Libri Septimi Geometriæ Indiuiſibilium.*

Figuræ planæ quæcunque in eiſdem parallelis conſtitutæ, in quibus, ductis quibuſcunque eiſdem parallelis æquidiſtantibus rectis lineis, conceptæ cuiuſcumq; rectæ lineæ portiones ſunt æquales, etiam inter ſe æquales erunt. Et figuræ ſolidæ quæcumq; in eiſdem planis parallelis cōſtitutæ, in quibus, ductis quibuſcunque planis eiſdem planis parallelis æquidiſtantibus, conceptæ cuiuſcunque ſic ducti plani in ipſis ſolidis figuræ planæ ſunt æquales, pariter inter ſe æquales erunt. Dicantur autem figuræ æqualiter analogæ, tum planæ, tum ipſæ ſolidæ inter ſe comparatæ, ac etiam iuxta regulas lineas, ſeu plana parallela, in quibus eſſe ſupponuntur, cum hoc fuerit opus explicare.

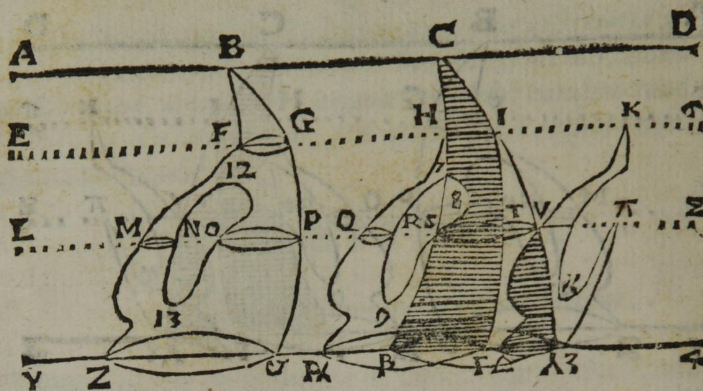
Sint quæcunque planæ figuræ, BZ&, CβΛ, in eiſdem parallelis, AD, Y4, conſtitutæ, ductis autem ipſis, AD, Y4, quibuſcunque parallelis, E6, LΣ, portiones ex. g. ipſius, E6, in figuris conceptæ, nempè, FG, HI, inter ſe ſint æquales, necnon ipſius, LΣ, portiones, MN, OP, ſimul ſumptæ (ſit enim figura, BZ&, ex. g. intus caua ſecundum ambitum, 12, N, 13, O,) ipſi, SV, ſint pariter æquales, & hoc contingat in quibuſcunque alijs ipſi, AD, æquidiſtantibus. Dico figuras, BZ&, CβΛ, inter ſe æquales eſſe. Aſſumpta ergo alterutra figurarum, BZ&, CβΛ, vt ipſa, BZ&, cum parallelarum, AD, Y4, portionibus ipſi conterminantibus, nempè cum, AB, Y&, ſuperponatur reliquæ figuræ, CβΛ, ita tamen vt ipſæ, AB, Y&, cadant ſuper, BD, & 4: vel ergo tota, BZ&, congruit




gruit toti, CβΛ,& ita cum ſibi congruant æquales erunt,vel non; aliqua tamen pars eſto quod congruerit alicui parti, vt, CIΓβ587,pars figuræ,BZ&,ipſi,CIΓβ587, parti figuræ, CβΛ. Manifeſtum eſt autem ſuperpoſitione figurarum taliter effecta, vt portiones parallelarum, AD,Y4, ipſis figuris conterminantes ſint inuicem ſuperpoſitæ, quod quæcumq; rectæ lineæ in figuris conceptæ erant ſibi in directum,manēt etiam ſibi in directum. Vt ex. g. cum,MN,OP,eſſent in directum ipſi, SV, dicta ſuperpoſitione facta, manent etiam ſibi in directum,nempè, QR, ST, in directum ipſi, SV, eſt enim diſtantia ipſarum,MN,OP,ab,AD,æqualis diſtantiæ, S V, ab eadem, AD;vnde quotieſcunque,AB, extendatur ſuper, BD,vbicunque hoc fiat, ſemper, MN,OP, manebunt in directum ipſi,SV,quod & de cæteris quibuſcunque ipſi, AD, parallelis in vtraque figura liquidò apparet. Quod verò pars vnius figuræ, vt, BZ&, congruat neceſſariò parti figuræ,CβΛ, & non toti, dum fit ſuperpoſitio tali lege, quali dictũ eſt, ſic demonſtrabitur. Cum enim ductis quibuſcunq; ipſi, AD, parallelis,conceptæ in figuris ipſarum portiones, quæ erant ſibi in directum,adhuc poſt ſuperpoſitionem maneant ſibi in directum,illę verò ante ſuperpoſitionem eſſent ex hypoteſi æquales, ergo poſt ſuperpoſitionem portiones parallelarum ipſi, AD, in figuris ſuperpoſitis cōceptæ,erunt pariter æquales,vt ex. g. QR, ST, ſimul ſumptæ,æquabun-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




tur ipſi,SV,ergo niſi vtræque,QR, ST,congruant toti, SV, congruente parte alicui parti,vt,ST,ipſi,ST,erit,QR,ęqualis ipſi,TV,&, QR, quidem erit in reſiduo figuræ, BZ&, ſuperpoſitæ:TV,verò in reſiduo figuræ,Cβλ,cui ſit ſuperpoſitio. Eodem modo oſtendemus cuicunq; parallelæ ipſi, AD, conceptæ in reſiduo figuræ,BZ&,ſuperpoſitæ,quod ſit,H℞. 597, reſpondere in directum æqualem rectam lineam, quæ erit in reſiduo figuræ,Cβλ,cui ſit ſuperpoſitio.Ergo ſuperpoſitione hac lege facta, cum ſupereſt aliquid de figura ſuperpoſita, quod non cadat ſuper figuram, cui ſit ſuperpoſitio, neceſſe eſt reliquæ figuræ aliquid etiã ſupereſſe, ſuper quod nihil ſit ſuperpoſitum. Cum autem vnicuiq; rectæ lineæ parallelæ, AD, conceptæ in reſiduo, vel reſiduis (quia poſſunt eſſe plures figuræ reſiduæ)figuræ, BZ&, ſiue,C℞Γ, ſuperpoſitæ, reſpondeat in directum in reſiduo, vel reſiduis figuræ,Cβλ,alia recta linea, manifeſtum eſt has reſiduas figuras,ſiue reſiduarũ aggregata, eſſe in eiſdem parallelis. Cum ergo reſidua figura,H℞597, ſit in parallelis, E 6, Y 4, etiam reſidua figura, vel reſiduarum aggregatũ,ipſius, Cβλ, (quod ſit ipſa fruſta,IΓλ, 785, ) erit in eiſdem parallelis; E6, Y4: ſi enim non pertingeret hinc inde ad parallelas, E6,Y4,vt ex. g. ſi pertingeret quidem vſque ad, E6, non tamen vſque ad, Y4,ſed tãtum vſque ad,LΣ, conceptis rectis lineis in fruſto,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

QR859R, ipsi, AD, parallelis non responderent in residuo figuræ, Cβλ, seu ex residuis aggregato, aliæ rectæ lineæ, vt superius necesse esse probatum est. Sunt ergo hæc residua, vel residuorum aggregata in eisdem parallelis, & in illis conceptæ parallelarũ ipsis, AD, Y4, portiones inter se sunt æquales, vt supra ostendimus; ergo residua, seu residuorum aggregata, sunt eius conditionis, cuius ipsas, BZ&, Cβλ, figuras iam esse suppositum fuit, idest æqualiter analoga. Fiat ergo denuo residuorum superpositio, ita tamen vt parallelę, GH, & β, super parallelas, Hk, β4, sint cõstitutę, & congruat pars, VΔλ, frusti, HR597, parti, VΔλ, frusti, IΓλ, ostendemus ergo vt supra, dum vnius habetur residuum, haberi etiam alterius; & hæc residua, siue residuorum aggregata, esse in eisdem parallelis. Sit autem ad figuram, BZ&, spectans residuum, kVλ3πX; ad figuram autem, Cβλ, sint pertinentia residua, IΓΔV, 785, quorum aggregatum est in eisdem parallelis cum residuo, kVλ3πX, nempè in parallelis, E6, Y4. Si ergo horum residuorum fiat denuò superpositio, ita tamen vt parallelæ, in quibus existunt, sint semper ad inuicem superpositæ, & hoc semper fieri intelligatur, donec tota figura, BZ&, fuerit superposita, dico totam debere ipsi, Cβλ, congruere: alioquin si esset aliquod residuum vt figuræ, Cβλ, cui nihil esset superpositum, esset etiam aliquod residuum figuræ, BZ&, quod non esset superpositum, vt supra ostendimus necesse esse: ponitur autem totam, BZ&, esse superpositam ipsi, Cβλ, ergo ita sunt ad inuicem superpositæ, vt neutrius residua habeantur, ergo ita sunt superpositæ, vt sibi congruant. Ergo figurę, BZ&, Cβλ, inter se sunt æquales.

Sint nunc in eodem schemate duæ figuræ solidæ quæcũque, BZ&, Cβλ, in eisdem planis parallelis, AD, Y4, constitutæ, ductis autem quibuscunque planis, E6, IΣ, præfatis æquidistantibus, sint conceptæ in solidis figuræ, quæ iacent in eodem plano, semper inter se æquales, vt, FG, æqualis, HI, &, MN, OP, simul sumptæ (sit enim solida figura ex.g. BZ&, intus vtcunque caua secundum superficiem, 12, N, 13, O,) ęquales ipsi, SV. Dico easdem solidas figuras ęquales esse. Si enim solidum, BZ&, cum portionibus, AB, Y&, planorum, AD, Y4, ipsi conterminantibus, solido, Cβλ, ita su-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

perpofuerimus, vt planum, AB, fit in plano, AD, &, Y&, in plano, Y4, oftendemus (vt fecimus fuperius circa parallelarum ipfi, AD, conceptas in figuris planis, BZ&, Cβλ, portiones) figuras in folidis, BZ&, Cβλ, conceptas, quę erant in eodem plano, etiam poft fuperpofitionem manere in eodem plano, & ideò adhuc æquales effe figuras in fuperpofitis folidis conceptas, & ipfis, AD, Y4, parallelas. Nifi ergo totum folidum toti congruat in prima fuperpofitione, relinquētur refidua folida, vel ex refiduis compofita in vtroq; folido, quæ non erunt ad inuicem fuperpofita, cum enim ex.g. figurę, QR, ST, ęquentur figuræ, SV, dempta communi figura, ST, reliqua, QR, ęquabitur reliquę, TV, hocque continget in quouis alio plano ipfi, A D, parallelo occurrente folidis, C℞Γ, Cβλ. Ergo femper habentes refiduum vnius folidi, habebimus etiam refiduum alterius, & patebit; iuxta methodum adhibitam in priori parte huius Propofitionis circa figuras planas, refidua folida, vel refiduorum aggregata femper effe in eifdem parallelis planis, vt refidua, H℞597, IΓΛ, 785, effe in planis parellelis, E6, Y4, ac æqualiter analoga. Si ergo hęc refidua adhuc fuperponantur, ita vt planum, EH, locetur in plano, H6, & Yβ, in, β4, & hoc femper fieri intelligatur, donec quod fuperponitur, vt, BZ&, totum fuerit affumptum, tandem ipfum totum, BZ&, congruet toti, CΛA, nisi enim toto folido, BZ&, ipsi, CβΛ, fuperposito, ipfa fibi congruerent, effet aliquod refiduum vnius, vt folidi, CβΛ, ergo etiam effet aliquod refiduum folidi, C℞Γ, feu, BZ&, illudque non effet fuperpositum, quod eft abfurdum, ponitur enim iam totum folidum, BZ&, effe ipfi, CβΛ, fuperpositum. Non ergo erit aliquod refiduum in ipfis folidis, ergo fibi congruent, ergo dictę figuræ folidæ, BZ&, Cβλ, inter fe ęquales erunt, quæ fuerunt demonftranda. Prefatę autem figurę, vt fupra innuimus, dicātur æqualiter analogę, & fi opus erit, iuxta regulas lineas parallelas, feu plana parallela, AD, Y4.

SCHO-

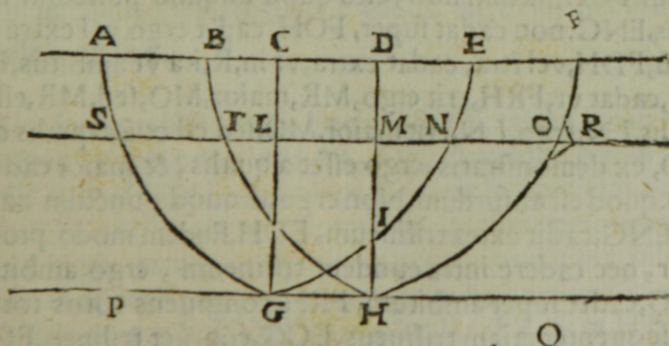
## SCHOLIVM.

CVm antecedens Propos. maximi sit momenti, vt in sequentibus apparebit, aliusque modus priorem partem demonstrandi, stylo Archimedeo haud absimilis, menti succurrerit, idipsum ne pereat in Lemmata distributum hic subiungere placuit.

## LEMMA PRIMVM.

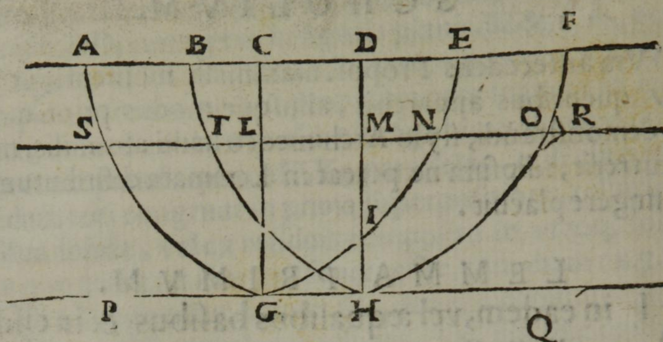
**SI in eadem, vel æqualibus basibus, & in eisdem parallelis figuræ planæ æqualiter analogę iuxta easdem bases fuerint constitutę, ita tamen vt quæcunque æquidistantium basibus linearum portiones in eisdem conceptæ figuris integræ sint, ac eidem basi, vel basibus æquales, ipsæ pariter figuræ inter se æquales erunt.**

Sint eadem basi, GH, seu in ęqualibus basibus, & in eisdem parallelis, A F, P Q, figurę planæ, A G H B, E G H F, ęqualiter analogæ iuxta eandem basem, GH, seu bases æquales iā dictas: extensa verò quacunq; ipsis, PQ, AF, pa-




rallela, SR, eiusdē portiones captę in pręfatis figuris, vt, ST, NO, integræ sint, ac æquales basi, GH, seu dictis ęqualibus basibus. Dico etiam præfatas figuras inter se æquales esse.

In ea-




In eadem enim basi, G H, seu in altera dictarum ęqualium basium, sit constitutum, & in eisdẽ parallelis, AF, PQ quodcunque parallelogrammum, C H, in quo portio concepta ipsius, SR, sit, LM, quæ erit ęqualis ipsi, GH, & consequenter ipsi, NO, vnde addita communi, MN, fiet, LN, ęqualis, MO. Eodem modo autem ostendemus, CE, esse æqualem, DF, & reliquas huiusmodi similiter adęquari. Nunc assumpto trilineo, ECG, & posito, C, in, D, & CG, in, DH, cadet, G, in, H, quia, CG, DH, sunt æquales, cadente verò trilineo, ECG, super, FDH, extendetur, CE, super, DF, cum angulus, FDH, exterior sit æqualis interiori, ECG, parallelarum, DH, CG, & punctum, E, erit in, F, ambitusque, ENG, cadet super ambitum, FOH, si enim non, esto quod aliquod punctum ambitus, ENG: non cadat super, FOH, cadet ergo vel extra trilineũ, FDH, vel ĩtra, cadat extra, vt in, R, ita vt ambitus, EN GH, cadat vt, FRH, erit ergo, MR, maior, MO, sed, MR, est æqualis, LN, ergo, LN, erit maior, MO, sed est etiã æqualis eidẽ M O, ex demonstratis, ergo esset æqualis, & maior eadem, MO, quod est absurdum. Non ergo aliquod punctum ambitus, ENG, cadit extra trilineum, FDH. Eodem modo probabitur, nec cadere intra eundem trilineum, ergo ambitus, ENG, cadet super ambitum, FRH, congruens totus toti, & consequenter etiam trilineus, ECG, cõgruet trilineo, FDH, & illi æqualis erit, vnde ablato communi trilineo, DIE, &, addito communi trilineo, GIH, fiet, EGHF, figura æqualis parallelogrammo, CH. Eodem modo ostendemus figuram,

AGHB,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

AGFB, æquari eidem, CH, ergo figuræ, AGHB, FCHF, inter se æquales erunt. Cum autem dictæ figuræ fuerint in æqualibus basibus, tunc constituentes super vnamquamq; parallelogrãmum in eisdem parallelis cum ijsdem positum, concludemus etiam dictas figuras æquales esse, probantes eodẽ modo descriptis parallelogrãmis adęquari, quę quidẽ inter se erunt æqualia, quod demõstrare opus erat. Hęc autẽ vocẽtur parallelogrãma curuilinea, cũ, AG, BH, EG, FH, fuerint curuę lineę, cum verò fuerint rectæ line, pę arallelogrãma rectilinea ad illorũ differẽtiã eadẽ appellabimus, sed vtraq; in genere, si libuerit, nomine parallelogrãmi tantum etiam nuncupabimus.

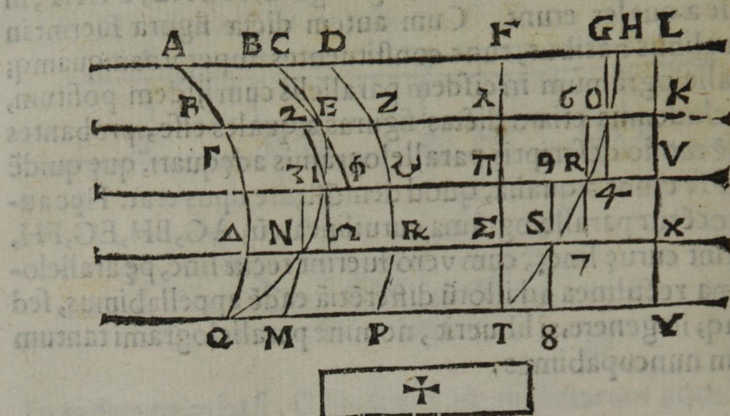
## LEMMA II.

SI in æqualibus rectis lineis, tamquam in basibus, & in eisdem parallelis, fuerint quæcunque planæ figuræ, æqualiter analogæ iuxta dictas bases; portiones autem æquidistantium quotcunque ipsis basibus linearum in figuris conceptæ integræ fuerint, ac in altera dictarum figurarum sic se habentes, vt quęlibet propinquior basi sit maior remotiori: dictæ figuræ inter se æquales erunt.

Sint in æqualibus rectis lineis, QP, TY, tamquam in basibus, & in eisdem parallalis, AL, QY, quæcunq; planæ figuræ, CQPD, HTYL, ęqualiter analogæ iuxta dictas bases, QP, TY, ductis autem quotcunque basibus parallelis, vt, ΔX, ΓV, Θk, earum in figuris conceptæ portiones integrę sint, ac in altera figurarum propinquior basi maior remotiori. Vt si concceptę in, CQPD, sint, NR, I&, EZ, & in, HTYL, psę, SX, RV, Ok, istę quidem integrę sint, necnon ex. g. in figura, CQPD, NR, maior, I&; I&, maior, EZ, & sic in cęteris (erit enim etiam, SX, maior, RV, & RV, maior, Ok, & sic in



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




cæteris, cum ſint æqualiter analogæ iuxta baſes, QP, TY,) dico figuras, CQPD, HTYL, inter ſe æquales eſſe. Si enim non ſint æquales, altera earum maior erit, ſit maior, HTYL, ipſa, CQPD, ſpatio, ✠, tunc minoris figuræ baſis, QP, moueatur verſus, AD, ſemper ipſi, AD, æquidiſtanter, ac manente iugiter puncto, P, in linea, PD, donec congruat ipſi, AD, igitur punctum, Q, deſcribet lineam, QΓΑ, &, QP, deſcribet parallelogrammum, AP, rectilineum, ſeu curuilineum, prout, AQ, DP, fuerint rectæ, vel curuæ: erit autem, QΓΑ, tota extra figuram, CQPD, cum parallelæ, QP, in figura, CQPD, ipſi, QP, propinquiores remotioribus ſint ſemper maiores (quo pacto data basi, & curua linea, tota in eodem plano cum ipſa basi, ac vni extremorum eiuſdem cõterminante, parallelogrammum curuilineum, ab eiſdem apprehenſum, deſcribere docemur) ſimiliter compleatur parallelogrammum, FY, ducaturque, ΓV, parallela, QY, bifariam diuidẽs altitudinẽ figurarũ, CQPD, HTYL, reſpectu, QY, ſumptã, ſecanſq;, AQ, in, Γ, CQ, in, Ι, DP, in, &, FT, in, π, HT, in, R, &, LY, in V. Per, ΓV, igitur diuidetur parallelogrãmũ, AP, in æqualia parallelogrãma, A&, & Q: Rurſus autem per alias ipſi, QY, parallelas diuidantur dictæ altitudines portiones bifariam, & ſic ſemper fiat (ſectis inſimul conſtitutis parallelogrammis, quæ idcircò etiam bifariam diui-

Elicit. ex ant. Lem.

diuidentur) donec ad parallelogrammum, vt ad, ℞Q, deueniatur minus spatio, ✠, sit igitur sectum, AP, in parallelogramma æquè alta, AZ, β&, Γ℞, ΔP, per æquidistãtes lineas, βK, ΓV, ΔX, quæ secent lineas, AQ in punctis, β, Γ, Δ, CQ, in, E, I, N, DP, in, Z, &, ℞, FT, in, ΛΠΣ, HT, in, O, R, S, & tãdem, LY, in, k, V, X, compleanturq; parallelogramma, BZ, 2 &, 3 ℞, ΔP, iuxta descriptionem superius traditam, erunt enim lineæ, BE, 2 I, 3 N, ΔQ, extra figuram, CQPD, quod patebit, veluti, AQ, extra, CQPD, similiter cadere ostensa est, & cõsequenter figura ex parallelogrammis, BZ, 2 &, 3 ℞, ΔP, composita comprehendet spatium, CQPD. Sint autem etiam completa parallelogramma, E&, I ℞ NP, quorum descriptæ lineæ, EΦ, IΩ, NM, intra figuram, CQPD, quidem cadere ostendemus ex eadem ratione, quod dictæ parallelæ ipsi, PQ, propinquiores remotioribus sint semper maiores, & subindepatebit figuram ex parallelogrammis, E&, I℞, NP, compositam comprehendi à figura, CQPD. Tandem compleantur parallelogramma quoque, Gk, 6V, 9X, ΣY, ex quibus compositam figuram spatium, HTYL, eadem methodo comprehendere demonstrabimus. Cum ergo figura comprehendens spatium, CQPD, superet ab eo comprehensam parallelogrammis, BZ, 2Φ, 3Ω, ΔM, hoc est parallelogrammo, ΔP, quod est minus spatio, ✠, dicta comprehendens figura superabit, CQPD, multò minori spatio, quam sit, ✠, sed, HTYL, superat, CQPD, ex hypotesi spatio, ✠, ergo figura comprehendens, CQPD, minor est, HTYL, & multò minor figura ipsum, HTYL, comprehendente, quæ iam, descripta fuit. Hoc autem est absurdum, cum enim parallelogrãmum, BZ, æquetur ipsi, Gk, 2&, ipsi, 6V, 3℞, ipsi, 9X, &, ΔP, ipsi, ΣY, tota toti adæquatur contra prædemonstrata, non ergo figura, HTYL, maior est, CQP.

1. Decimi Elem.

Ex antec. Lem.

Sit nunc eadem minor, si possibile est, eodem spatio, ✠, igitur descriptis circa, CQPD, eisdem figuris, ita vt comprehendens, CQPD, superet ab eo comprehensam minori spatio, quam sit, ✠, compleantur parallelogramma, OV, RX, SY, ex quibus compositam figuram, vt supra à spatio, HTYL, comprehendi ostendemus. Igitur si comprehendens, CQPD, superat figuram comprehensam minori spatio,

 tio,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

tio, quam ſit, ✠, ipſum ſpatinm, CQPD, ſuperabit ab eo comprehenſam figuram multò minori ſpatio, quam ſit, ✠, idem autem ſuperat, HTYL, ſpatio, ✠, ergo figura comprehenſa à ſpatio, CQPD, maior erit ſpatio, HTYL, & multò maior erit figura iam deſcripta, ab eodem ſpatio, HTYL, comprehēſa, quod eſt abſurdum. Cum enim parallelogrammum, E&, æquetur, OV, I℞, ipſi, RX, necnon, NP, ipſi, SY, tota toti adequatur contra prædemonſtrata, nec ergo figura, HTYL, minor eſſe poteſt figura, CQPD, ſed neque eadem maior, vt oſtenſum eſt, ergo eidem æqualis erit, quod demonſtrare oportebat. Vnamquamque autem dictarum figurarum, CQPD, HTYL, præfatas conditiones habentium, figuram in alteram partem deficientem appellabimus, regula baſi, ſeu quacunque illi æquidiſtante.

Ex antec. Lem.

## LEMMA III.

SI curua linea quæcunque tota ſit in eodem plano, cui occurrat recta in duobus punctis, aut rectis lineis, vel in recta, & puncto, poterimus aliam rectam lineam præfatæ æquidiſtantem ducere, quæ tangat portionem curuæ lineæ inter duos prædictos occurſus continuatam.

## DEFINITIO. ✠

TAngere autem dico rectam lineam aliam quamcunq; curuam totam in eodem plano cum ea exiſtentem, cum ipſa recta linea ſiue in puncto, ſiue in recta linea, curuæ occurrente, eadem curua vel tota eſt ad eandem partem, vel illius nihil eſt ad alteram partem illi occurrētis rectæ lineę.

Sit curua linea, BAC, tota in eodem exiſtens plano, cui recta, BC, occurrat in duobus punctis, ſeu rectis lineis, vel in recta, & puncto, B, C. Dico nos aliam rectam ipſi, BC, æquidiſtan-

distantem ducere posse, quę tangat portionem curuæ lineæ inter duos occursus, B, C, cõtinuatam. Quoniam ergo recta est, BC, & curua, BAC, ideò inter se spatium comprehendent, figuramque, vt, BAC, constituent, ergo possibile erit figuræ, BAC, respectu rectæ, B C, verticem inuenire, sit is punctum, A, per quod ducatur, DF, parallela, BC, igitur, BF, tanget figuram, BAC, ergo totus ambitus, BAC, est ad eandem partem rectę, DF, vel nihil est saltẽad alterã partem, si enim aliqua illius portio esset ad alteram partem rectæ, DF, iam recta, DF, secaret figuram, BAC, quod est absurdum, ergo recta, DF, tangit curuam, BAC, igitur possibile est, &c.




ù.lib.1.

## COROLLARIVM.

Hinc manifestum est quomodo ducenda sit recta linea datam curuam totam in eodem plano cum ea existentem contingens, quæ quidem datæ rectæ lineę sit æquidistans.

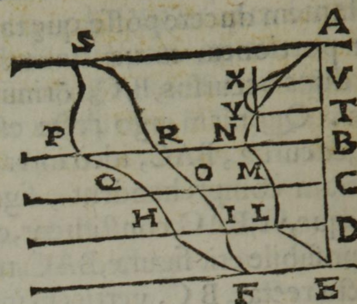
## LEMMA IV.

Si proposita quæcumque figura plana vni regulæ parallelis quotcumque lineis ita secari possit, vt conceptæ in figura rectæ lineæ integrę semper existant: Ipsa ex parallelogrammis rectilineis, aut curuilineis, seu ex figuris in alteram partem deficiẽtibus, regula eadem, componetur.

Sit quæcumque figura plana, SPFR, talis tamen, vt secta quotcumque vni regulæ, vt, FE, parallelis, conceptæ in ipsa rectæ lineæ integræ sint. Dico ipsam vel ex parallelogrãmis rectilineis, aut curuilineis, vel ex figuris in alteram par-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




tem deficientibus, reg. eadem, FE, componi. Sint.n. ductæ, SA, FE, oppositæ tãgentes figuræ, SPFR, regula eadem, FE, quibus incidat quomodocumque recta linea, AE, moueatur autem, FE, versus, SA, semper æquidistanter eidem, SA, donec illi congruat, interim verò punctum, E, ita in ipsa feratur, vt describat lineam, ENA, cum, AE, figuram, A N E, comprehendentem, quæ eidem, SPFR, sit æqualiter analoga iuxta regulam, F E; in eadem integris existentibus parallelis ipsi, FE, ad ambitum, ANE, terminantibus: rursus feratur recta linea, A E, versus ambitum, A N E, semper ipsi, A E, æquidistanter, donec totam pertransierit figuram, ANE, adnotentur autem contactus lineæ sic decurrentis in ambitu, ANE, vel enim tanget in linea, aut lineis, vel in punctis, & lineis, vel tantum in punctis, esto quod fiat contactus in recta, LM, & in puncto, N, transeantq; per puncta, L, M, N, rectæ lineæ regulæ, FE, parallelæ, HD, QC, PB, secantes ambitum figuræ, SPFR, in punctis, P, Q, H, I, O, R, & rectam, AE, in punctis, B, C, D, nullusq; alius factus fuerit contactus in ambitu, ANMLE. Quoniam ergo à puncto, N, ad, A, nullus datur contactus, erit, ANB, figura in alteram partem, nempè versus, A, deficiens, hoc est quælibet in figura, A N B, parallela, N B, erit maior remotiori, si enim non, esto quod aliqua, vt, YT, non sit maior remotiori, XV, ad ambitum terminata, vel ergo erit illi æqualis, vel eadem maior, sit illi æqualis, & iũgatur, YX, hæc ergo erit parallela, A E, & occurrit ambitui in duobus punctis, Y, X, ergo possibile erit ducere rectam lineam ipsi, YX, seu, AE, parallelam, tangentem portionem curuæ lineę, hoc est ambitus, AN, inter duos occursus, Y, X, cõtinuatam, quod est contra suppositum. Quod si dicatur, YT, esse minorem, XV, multò magis conuincetur præfatum absurdum, ergo, YT, erit maior, XV, & quælibet, NB, propinquior remotiore maior, ergo figura, A N B, erit in alteram partem deficiens:

3. lib. 2.

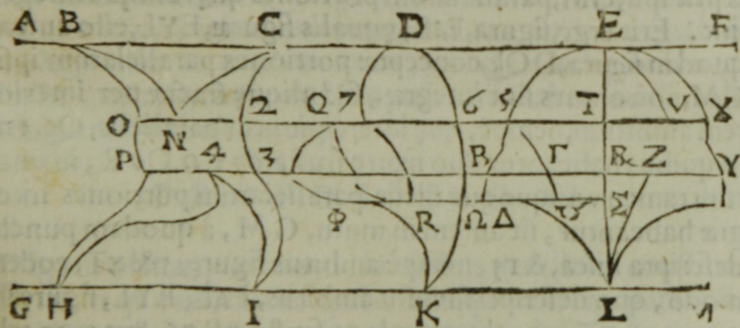
Ex antec. Lem.

ciens. Eodem modo autem ostẽdemus etiam, NMCB, LED, esse figuras in alteram partem deficientes, L M C D, autem manifestum est esse parallelogrammum rectilineum, ergo in figura, S P F R, ipsa, SPR, quæ est æqualiter analoga ipsi, ANB, erit figura in alteram partem deficiens, sic etiã, PQOR, HFI, QHIO, verò erit parallelogrammum rectilineum, seu curuilineum, prout, QH, OI, rectæ, vel curuæ, esse possunt ergo figura, SPFR, componitur ex figuris in alteram partem deficientibus, ac ex parallelogrammo rectilineo, seu curuilineo, regula, FE, quod ostendere opus erat.

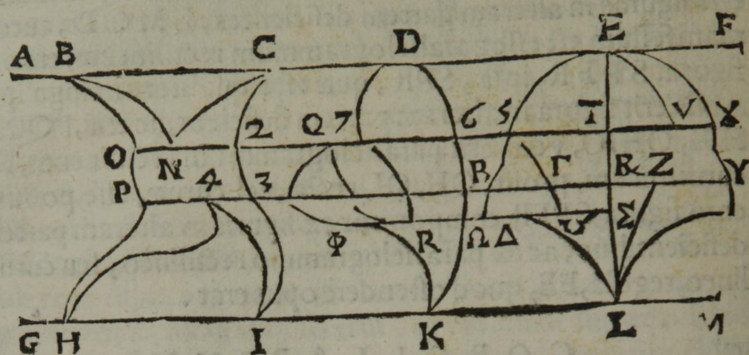
## COROLLARIVM.

Hinc habetur figuram, SPFR, ipsi, ANE, æqualem esse, & vniuersaliter figuras planas æqualiter analogas, in quibus earum regulæ æquidistantium quotcunq; linearũ conceptæ portiones integræ sunt, inter se æquales esse.

Propositio antecedens, aliter, quoad priorem partem, ostensa.




Sint quæcumq; figuræ planę ęqualiter analogæ iuxta regulam, GM, ipsæ, BHIC, I Qk, quarum oppositæ tangentes, AF, GM, regula pariter, GM, parallelarum autem ipsi, G M, quotcumque portiones in vnaquaque dictarum figurarum integræ sint, siue non. Dico easdem æquales esse. Incidat ergo parallelis, A F, G M, quomodocumque recta linea,




linea, EL, in eiſdem terminata, moueatur autem, GM, verſus, AF, ſemper eidem, AF, æquidiſtanter donec illi congruerit, interim autem vnum punctum moueatur in eadem, GM, ſic mota, deſcribens ambitum, LβE, figuræ æqualiter analogæ ipſi, DQk, & aliud punctum in eadem motum ad aliam partem, EL, deſcribat ambitum figuræ, EYL, æqualiter analogæ ipſi, BHIC, in quibus quidem ſic deſcriptis figuris conceptæ ipſi, GM, parallelarum portiones quęcumque integrę ſint. Erit ergo figura, EβL, ęqualis figuræ, EYL, eſto autem quod in figura, DQk, conceptæ portiones parallelarum ipſi, GM, non omnes ſint integræ, ſed aliquę fractæ per interiorem ambitum, nempè, quę intercipiuntur parallelis, Q6, ΦΩ, in quibus habeantur duo figurę fruſta, 67 RΩ, QΦ R, in quorum tamen vnoquoque dictæ parallelarum portiones integiæ habeantur, ſit autem in motu, G M, à quodam puncto deſcripta linea, &Γ5, nempè ambitus figurę, 5& ΣT, eodem modo, quo deſcripti fuerunt ambitus, EβL, EYL, figurę inquam, 5&ΣT, æqualiter analogę fruſto, 7RΩ6; erit ergo reliqua figura, 5Δ&, æqualiter analoga fruſto, QΦR, cum tota, TSΔΣ, ſit toti compoſito ex fruſtis, QΦR, 7RΩ6, æqualiter analoga, & ſunt portiones ipſi, G M, parallelarum in vnaquaque figura, 5Δ&, 5&ΣT, integræ omnes, ſicut cõtingere ſuppoſuimus in fruſtis, QΦR, 7RΩ6, ergo cum, QΦR, 5 Δ &, ſint figurę etiam æqualiter analogę, inter ſe æquales erunt: Ex antec. Lem. Eadem ratione patebit fruſtũ, 7RΩ6, æquari figurę, S& ΣT,

gero

ergo frusta, QΦR, 7RΩ6, simul sumpta æquabuntur figuræ T5βΔΣ, sed & figuram, 76D, ipsi, EST, ædequari, necnon, ΦkΩ, ipsi, ΔLΣ, pariter adæquari manifestum est, cum sint figuræ æqualiter analogæ, & portiones parallelarũ ipsi, GM, in eisdem conceptarum integræ sint, ergo tota figura DQk, toti, EβL, æqualis erit. Consimili modo in figura, BHIC, ducentes rectas lineas ipsi, GM, parallelas, nempè O2, P3, quibus ipsa distinguatur in frusta, capientia dictas parallelarum portiones integras, scilicet in frusta, BON, CN2, PH4, 4I3, OP32, PH4, 4I3, easdem, O2, P3, producentes vt secent ambitum figuræ, EYL, velut in, T, X, ℞, Y, descriptisq; lineis, EV, ZL, vt fuit descripta, 5T&, vt constituatur figura, ETV, æqualiter analoga frusto, CN2, (ex quo remanet, EVX, æqualiter analoga ipsi, BON,) & figura, Z℞L, æqualiter analoga ipsi, 4I3, (ex quo, ZLY, remanet etiam æqualiter analoga ipsi, PH4,) cum in his captæ parallelarum dictæ portiones integræ sint, manifestum erit fig. ETV, æquari ipsi, CN2, EVX, ipsi, BON, Z℞L, ipsi, 4I3, ZLY, ipsi, PH4, & tandem, XT℞Y, ipsi, OP32, ex quo concludemus figurã, BHIC, æquari ipsi, EYL, hoc est ipsi, EβL, sed eidem, EβL, ostensa est æqualis etiam, DQk, ergo figuræ, BHIC, DQk, inter se æquales erunt, igitur quæcumque planæ figuræ æqualiter analogæ inter se æquales erunt, quod ostendendum erat. Per hæc autem priori parti Propos. 1. huius iam satisfactum esse manifestum est.

Ex antec. Lem.

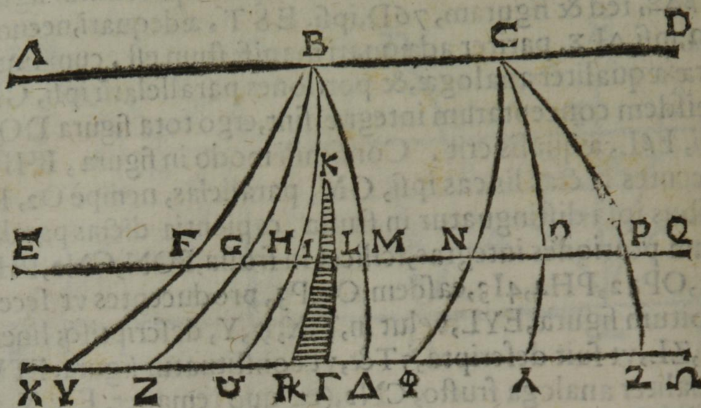
Ex antec. Lem.

## PROPOSITIO II.

Figuræ planæ quæcumque in eisdem parallelis constitutæ, in quibus, ductis quibuscumque eisdem parallelis æquidistantibus rectis lineis, conceptæ cuiuscumque rectæ lineæ portiones sunt inter se, vt cuiuslibet alterius in eisdem figuris conceptæ portiones (homologis tamen in eadem figura semper existentibus) eandem inter se proportionem habebunt, quam dictæ portiones. Dicantur autem proportionaliter analogæ, ac etiam, si libuerit, iuxta regulas ipsas parallelas, in quibus existunt.

Sint

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




Sint duæ quælibet figuræ planæ,B&℞kΓΔ, CΦΛ,inter parallelas,AD,XΩ,conſtitutæ,ducta verò vtcumque,EQ,prædictis parallela,eiuſdem portiones in figura,B&Δ, conceptæ, quæ ſint,HI, LM,ſimul ſumptæ ſint ad eam,ſeu ad eas, quæ concipiuntur in figura, CΦΛ, vt aliæ quælibet ſimiliter ſumptæ,nempè ex.g.vt,& ℞ΓΔ,ad,ΦΛ. Dico figuram,B&℞kΓΔ ad figuram,CΦΛ,eſſe vt, HI, LM,ad,NO, vel vt,&℞, ΓΔ,ad ΦΛ, vel vt quęlibet aliæ ſimiliter ſumptæ. Accipiantur in, ΦΛ,producta verſus, Λ, quotcumque eidem, ΦΛ, æquales, vt, Λ2,ſimiliter quælibet linearum figuræ,CΦΛ,producatur,& in ipſa intelligantur tot aſſumptæ æquales vnicuique productarum,quot aſſumptæ ſunt æquales ipſi,ΦΛ,ex.g.vnica tantum,& per omnium terminos ex parte,2,trãſeat linea, CP2, ſimiliter in alia figura,B&Δ, ſumantur quotcumque in ipſa, Δ&,producta verſus,&, æquales ipſis, & ℞, ΓΔ,ſimul ſumptis, & productis reliquis in fig. B & Δ, ipſi, &Δ, parallelis, aliæ tot æquales ſuis productis in directum capiantur, per quorum omnium terminos tranſeant lineæ, BGZ, BFY. Quoniam ergo figuræ,BFYZG,BGZ&H, B&℞KΓΔ, ſunt in eiſdem parallelis, AD, XΩ; & ductis in eiſdem quomodocumq; ipſis,AD, XΩ,parallelis, interceptæ in figuris portiones ſunt æquales, ideò ipſę figurę, BYZ, BZ&, B&℞KΓΔ, ęqualiter analogæ, & ſubinde ęquales, erunt: Quo pacto etiam oſtendemus figuras, ΦCΛ, ΛC2, ęquales eſſe: Quotu-

Per ant.

plex

plex ergo est aggregatum ex, Y℞, ΓΔ, aggregati ex, & ℞ ΓΔ, totuplex erit aggregatum ex figuris, BYZ, BZ&, B&℞KΓΔ, seu figura, BY℞KΓΔ, figurę, B& ℞KΓΔ: similiter quotuplex erit, Φ2, ipsius, Φλ, totuplex erit, aggregatum ex figuris, CΦλ, Cλ2, hoc est figura, CΦ2, ipsius figuræ, CΦλ. Habemus ergo ęquè multiplices primæ, & tertię vtcumque assumptas, similiter, & ęquè multiplices secundæ, & quartæ. Quoniam verò ex.g. Y℞, ΓΔ; FI, LM, sunt ęquè multiplices ipsarum, & ℞, ΓΔ; HI, LM; similiter, 2Φ, PN, sunt æquè multiplices ipsarũ, Φλ, NO, ipsæ verò, & ℞, ΓΔ, HI, LM; Φλ, NO, sunt proportionales, ideò si aggregatum ex, Y℞, ΓΔ, adæquabitur ipsi, Φ2, etiam aggregatum ex, FI, LM, adæquabitur ipsi, NP, vt & reliquę omnes similiter sumptæ, & consequenter etiam figura, BY℞KΓΔ, adæquabitur figuræ, C Φ: si verò aggregatum ex, Y℞, ΓΔ, superet, Φ2, eodem modo patebit figuram, BI℞KΓΔ, superare figuram, CΦ2; vel superari ab eadem, si, Y℞, ΓΔ; superetur à, Φ2. Ergo prima ad secundam erit, vt tertia ad quartam, scilicet figura, B&℞KΓΔ, ad figuram, CΦλ, erit, vt aggregatum ex, & ℞, ΓΔ; ad, Φλ, vel vt aggregatum ex, HI, LM, ad, NO, seu vt quælibet alię duæ similiter sumptæ, quod erat ostendendum. Dicantur autem dictæ figuræ proportionaliter analogæ iuxta regulam, AD, vel, XΩ. Ex ant.

## PROPOSITIO III.

Figuræ solidæ quæcumque in eisdem planis parallelis constitutæ, in quibus ductis quibuscumque planis dictis parallelis æquidistantibus, conceptę cuiuscumque sic ducti plani in ipsis solidis figuræ planæ sunt inter se, vt eiusmodi cuiuslibet alterius plani in eisdem solis conceptæ figuræ (homologis tamen in eodem solido semper existentibus) eandem inter se, quam dictæ iam conceptæ cuiuscumq; plani figuræ, rationem habebunt. Dicantur autem figuræ proportionaliter analogæ, iuxta regulas ipsa plana parallela, in quibus existunt.

Sint duæ quælibet fig. solidæ, AMEGF, PQRY, in eisdem planis parallelis constitutæ; ductis verò quibuscumq; pla-



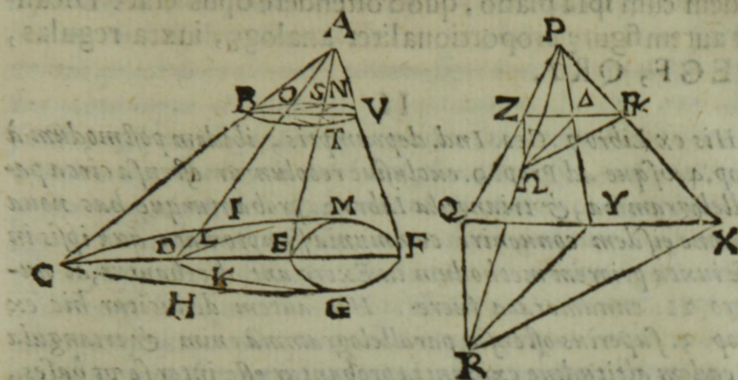
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

nis præfatis parallelis ęquidistantibus, eorum conceptæ in solidis figuræ sint vnius plani ex.g.figuræ, NSTV, ZΩΔ, alterius autem, MEGF, QRY, vel contingat has esse solidorum bases, ac in altero planorum parallelorum, solida, AMEGF, PQRY, contingentium, sit verò figura, MEGF, ad figuram, QRY, vt figura, NSTV, ad figuram, ZΩΔ, homologis nempè in eodem solido existentibus. Dico solidum, AMEGF, ad solidum, PQRY, esse vt, NSTV, figura, ad figuram, ZΩΔ, vel vt figura, MEGF, ad figuram, QRY. Ducatur enim in figura, MEGF, vtcumque recta, EF, ad illius ambitũ terminata, cui ducta parallela, SV, in figura, NSTV, producãtur ambæ indefinitè versus pũcta, S, E, in quibus sumantur vtcumq; æquè earũ multiplices, BS, CE. Similiter in eisdem figuris ductis alijs eisdem, SV, EF, æquidistantibus, sumantur earum pariter æquè multiplices iuxta prædictarum multiplicitatem, & omnium termini sint in lineis, NBT, MICHG, sicut ipsarum partium termini sint in lineis, NST, NOT, NBT, MEG, MDG, MCG: traductis verò alijs quotcumq; planis præfatis parallelis, ac ipsa solida secantibus, hoc idem fiat circa ipsorum figuras in ipsis solidis conceptas, omniũ verò ita resultantiũ figurarũ termini sint in superficiebus, AMCG, AMDG, AMEG. Similiter in alio solido esto quod plana, quæ produxerunt in solido, AMEGF, figuras, MEGF, NSTV, genuerint figuras, QRY, ZΔΩ, ad quas illæ habeãt eandem rationem: ductis autẽ, vel assumptis rectis, QY, ZΔ, inter se parallelis, illæ producantur versus eandem partem, ΔY, in ijsq; productis accipiantur quæcumque æquè multiplices, vel æquales, YX, Δ℞, & idẽ fiat in cęteris ipsis parallelis in figuris, QRY, ZΩΔ, sic productis, & omnium termini sint in lineis, YXR, Δ℞Ω, hę verò lineæ, sicut & reliquarum figurarum eodem modo producibilium, sint in superficiebus, PYR, PYXR. Manifestum est autem figuras, MEGF, MDGE, MCGD, esse æqualiter analogas, & ideò inter se æquales; sicut etiam figurę, NSTV, NOTS, NBTO, pariter inter se sunt æquales, & quæcunque alię sunt in eodem plano: ex quo habemus etiã solida, AMEGF, AMDGE, AMCGD, esse ęqualiter analoga, & ideò inter se ęqualia. Eodẽ modo ostendemus solida, PQRY, PRXY,

Ex antec.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




pariter inter se ęqualia esse. Quotuplex est ergo solidũ AM CGF, ex tribus, AMCGD, AMDGE, AMEGF, cõpositũ solidi, AMEGF, totuplex est figura, MCGF, ex tribus, MC GD, MDGE, MEGF, cõposita, figurę, MEGF. Similiter quotuplex est solidum, PQRX, ex duobus, PQRY, PYRX, compositum ipsius, PQRY, totuplex est basis, QRX, ex duabus, QRY, YRX, composita, fig. QRϒ; ita vt habeamus ęquè multiplices primæ, & tertię, necnon secundæ, & quartæ magnitudinis. Cum autem figuræ, FMG, VNBT, sint æquè multiplices figurarum, MEGF, NSTV, & pariter figuræ, QRX, ZΩR, sint æquè multiplices figuraram, QRϒ, ZΩΔ, ipsæ verò figuræ, MEGF, QRϒ, NSTV, ZΩΔ, sint proportionales, & homologæ, MEGF, NSTV: ideò si figura, MCGF, fuerit æqualis figurę, QRX, etiam fignra, NBTV, erit ęqualis figurę, ZΩR, & quęlibet alia in solido, AMCGF, sibi respondenti in alio solido, PQRX, vnde & solidum, AMCGF, æquabitur solido, PQRX. Et si figura, MCGF, superauerit figuram, QRX, eodem modo ostendemus, quod solidum, AMCGF, superabit solidum, PQRX, & si illa superabitur, etiam hoc superabitur. Ergo prima ad secundam erit, vt tertia ad quartam, hoc est solidum, AMEGF, ad solidum, PQRY, erit vt figura, MEGF, ad figuram, QRϒ, vel vt figura, NSTV, ad figuram, ZΩΔ, vel vt alia quælibet eiusmodi in solido, AMEGF, ad sibi respon-

Conuers. Defin. 5. Qui Elem.

Ex 1. huius.

Defin. 5. Qui Elem

dentem in alio ſolido, PQR Y, hoc eſt ad exiſtentem in eodem cum ipſa plano, quod oſtendere opus erat. Dicantur autem figurę proportionaliter analogę, iuxta regulas, MEGF, QRY.

II.

*His ex Libro 7. Geo. Ind. deprumptis, ibidem poſtmodum à Prop. 4. vſque ad Prop. 9. excluſiuè recoluntur oſtenſa circa parallelogramma, & triangula Libro 2. probanturque hac noua ratione eiſdem conuenire communia ſymptomata, quæ ipſis in eſſe iuxta priorem methodum in Exerc. ant. dicebantur, ac numero 21. ennumerata fuere. Hoc autem deducitur hic ex Prop. 3. ſuperius oſtenſa; parallelogramma enim, & triangula in eadem altitudine exiſtentia probantur eſſe inter ſe vt baſes, quia ſunt figuræ proportionaliter analogæ: & ex hoc reliqua ſymptomata inferuntur via geometrica conſueta, ac transferuntur ad triangula, quia hæc ſunt dimidia parallelogrammorum ſub duobus quibuſcunque eorum lateribus completorum. Non diſſimili ratione infertur ex eadem Prop. 3. cylindricos & conicos ĩ eadem altitudine exiſtentes eſſe inter ſe vt baſes (quod & hic aliter infra probabimus) quapropter oſtenſo priſma triãgulare eſſe triplum pyramidis in eadem altitudine, & baſi cum eo exiſtentis, (quod & aliter oſtenſum eſt in Exercit. ant. numero, 27.) concluditur vniuerſaliter omnem cylindricum triplum eſſe conici in eadem altitudine, & baſi cum eo ſtantis. Hinc ſubinfertur cõmunia ſymptomata cylindricorũ in Exerc. ant. num. 22. ennumerata, etiam ipſis conicis conuenire.*

III.

*A Propoſitione 9. vſque ad 11. excluſiuè agitur de fruſtis conicis, vt præcipuè demonſtretur Prop. 28. Libri 2. tranſlata ad cylindricos, & conicorum fruſta. Hæc autem deducitur ex præoſtenſis in eodem Libro 7.*

IV.

*Cum ante Propoſitionem 11. ſolidorum examen aggreſſi iuxta hanc poſteriorem methodum, cylindricos, conicos, & eorum fruſta ſolum attigerimus, orientia ex parallelogrammis, triangulis, & trapezijs, vt pararetur aditus iuxta eandem ad alia*

quoque

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*quoque solida, necesse fuit aliã ab adhibita in Lib. 2. rationem instituere. Manifestum est illi, qui attentè Libri secundi Geometriæ Ind. doctrinam perlustrarit, vt plurimum ibi considerari omnia quadrata talium, & talium figurarum iuxta datas regulas, eorumque ad inuicem proportionem. Id verò non ab re factum esse intelliget Philogeometra: cum enim, habita ratione omnium quadratorum datarum planarum figurarũ iuxta propositam regulam, illicò habeatur ratio quarumcumque similium figurarum à datis figuris iuxta eandem regulam descriptarum, & consequenter solidorum similarium ab eisdem figuris iuxta eãdem regulam genitorum, vt probatur in Exerc. ant. Prop. 33. ideò operæpretium fuit prius examinare proportionem omnium quadratorum datarum figurarum, iuxta earum assumptam regulam, vt inde lucraremur eandem pro alijs quibuscumque similibus figuris, & solidis similaribus ab eisdem genitis iuxta eãdem regulam. Similis ratio currit in hac posteriori methodo, habita enim ratione inter ea, quæ æquiualent dictis omnibus quadratis, illicò huiusmodi infiniti lucri nobis sit accessio. Equiualens verò omnibus quadratis tale adinuenimus, quod facilè intelliget, qui doctrinam numeri 17. Exercitationis ant. non fuerit oblitus. Assumatur in exemplum, maioris intelligentiæ gratia, quæcumque figura plana, vt ex. gr. parallelogrammum, sicuti fit in eodem numero 17. supponamusq; regulã basim, & ab ea describi quadratum, rectum, vel inclinatum plano eiusdem parallelogrammi, hocque quadratum sit ducendorum planorum quoque regula. Rursus ab omnibus lineis dicti parallelogrammi regula basi intelligãtur describi quadrata, basis quadrato parallela: scimus ergo iuxta priorem methodum hæc vocari omnia quadrata dicti parallelogrammi, regula basi. Concipiamus nunc solidum quoddam adiacens præfato parallelogrammo in basi eodem quadrato ab illius basi iam descripto, in quo, si secetur regulæ parallelis quotcumque planis, gignantur semper quadrata, descripta à lineis parallelogrammi eius basi parallelis. Nulli ergo dubium erit (si quotcumque plana duci possunt assumi supponantur) hæc coincidere cum dictis omnibus quadratis ipsius parallelogrammi, & eadem esse omnia plana dicti solidi quod erit paralleleppipedum. Quapropter illud voco, Quadratum solidum dicti parallelogrammi, regula quadrato*

drato

drato illius basis, vnde conceptui omnium quadratorum substituo conceptum soliditatis dicti paralleleppipedi, seu Quadrati solidi, quo hac ratione vtor. Hoc est si proponantur ex. gr. duo parallelogramma in eisdem parallelis, quorum bases describant quadrata ad eandem partem eisdem erecta, seu æquè inclinata, vbi iuxta priorem methodum quærenda esset proportio inter omnia quadrata eorundem; potius inuestigo rationem quadratorum solidorum eorũdem parallelogrammorum, regula eadem; & hoc traiectis quomodocumq; planis regulæ equidistantibus, & collato quolibet quadrato vnius solidi cum sibi respondente quadrato in alio solido: vbi enim inuenero inter ea singillatim comparata vnam, & eandem esse rationem, nempè quam habent quadrata basium, illicò pronũciabo iuxta Prop.3. superiorẽ hæc esse solida proportionaliter analoga, & ideò habere eandem rationem, quam earum bases.

## V.

Quando ergo proposita figura est parallelogrammum, eiusque regula tam basis, quam ab ea descriptum quadratum, iam intelligimus quale nam sit, quod vocamus quadratum solidum eiusdem parallelogrammi & consequẽter dictis in præfato num. 17. Exercit. ant. appellamus quoque genitum ex eodem parallelogrammo tamquam ex sua genitrice figura, estq; eiusdẽ solidum similare, vt patet ex B, Definitionis 8. traditæ in Exercit. ant. si modo pro omnibus figuris similibus substituantur quotcumque in eo conceptibiles. Quod si mutetur figura genitrix, quæ fuit parallelogrammum, in triangulum, trapezium & vniuersaliter in aliam quãcumque figuram planam, in qua sit assumpta quælibet regula, & ab ea sit descriptum quadratum rectum, vel inclinatum plano dictæ genitricis figuræ, nunc puto, facile intelligi poterit quale nam sit illius quadratum solidum, & quomodo inter quarumcumque genitricium figurarum quadrata solida sit ratio quærenda, illaque inuenta ad alia quæcumque similaria solida ab eisdem genita figuris, transferatur. Sciendum tamen est à lineis, quæ pro regulis assumuntur, vice quadratorum posse describi rectangula altera parte longiora, & consequenter his parallela plana tunc nõ esse quadrata, sed rectan-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

gula præfatis æqualia, & similia, ac similiter descripta, in eoque casu pro quadrato solido nos ipsum appellare rectangulum solidum. Vtraque autem possumus hac generali deffinitione comprehendere.

## DEFINITIO RECTANGVLORVM SOLIDORVM.

SI propositum quodcumque solidum parallelis quotcumque planis ita secari possit, vt conceptæ ex secantibus planis in eo figuræ sint semper parallelegramma rectangula; latera verò eadem describantia sint omnia vni cuidam lateri, vt regulæ æquidistantia: dicantur ea communi nomine Rectangula solida. Verum si dicta rectāgula fuerint quadrata, dicantur speciali nomine Quadrata solida; & Rectangula solida, cum illa non fuerint Quadrata.

### VI.

Porrò istorum solidorum quædam proprietates in eodem Libro 7. demonstratur. Vt in Prop. 11. ostenditur eadem semper superficiebus cylindraceis (hoc est quæ sunt portiones superficierum cylindricorum) comprehendi. Ex quo supposito illicò intelligimus ad minus 4. & ad summum 6. superficiebus illa circumdari posse. Quatuor inquam erunt, desinentibus rectangulis ad duo opposita puncta; quinque, si ex vna parte terminentur ad pūctum & ex alia ad rectangulum; sex tādem, quādo vtrinque limites erunt ambo rectangula. Sicuti verò quodcumque rectāgulum etsi habeat in suo ambitu quatuor latera, dicitur nihilominus contineri tantum sub duobus angulum rectum in eo constituentibus, iuxta Def. pr. Lib. 2. Elementorum, quia opposita eisdem duo latera sunt semper ipsis æqualia: ita quodcumque ex dictis solidis etsi quatuor superficiebus adminus contineatur, in quibus iacent semper latera descriptorum rectangulorum, congruenter tamen dictæ Definitioni Euclidianæ ipsum dicimus quoque comprehendi sub duabus tantum superficiebus, capientibus duo latera rectangulorum inuicem perpendicularia, quia aliæ duæ prædictis opposita exhibent & ipsæ præfatis æqualia latera. Aliqua tamen hic interest cum Euclidiana Def. differentia, etsi enim infinita latera reperiri

possint

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

possint illis duobus æqualia, sub quibus rectangulum dicitur contineri, quæ ad angulum rectum componi possunt, & ipsum rectangulum continere, illa tamen sunt semper rectæ lineæ. At pro istis solidis infinitæ quidem superficies reperiri possunt exhibentes æqualia latera ijs, quæ iacent in illis duabus, sub quibus rectangulum solidum continetur (vt ostenditur in eodem Lib. 7. Prop. 11, 12.) quas omnes propterea inuicem homologas voco: verum non omnes poterunt in ambitu dicti solidi reperiri, ita vt quodammodo potentia, non actu ipsa solida continere æquius dicerentur. Hocque oritur ex varietate homologarum superficierum, quæ non omnes sunt planæ, sed & curuæ, & illæ infinitis modis variabiles. Quæ cum ita sint, fit vt illæ tamen in ambitu aliorum solidorum reperiri possint, illaque actu continere, vnde & infinita solida sub superficiebus homologis contenta, dari possint, quoad ambientem quidem superficiem diuersa, sed quoad soliditatem omnia inuicem æqualia: quod ostendit Propositio 12. dicti Lib. 7. media Prop. prima; hoc tamen & infra aliter demonstrabitur.

## VII.

In Prop. 13. eiusdem probatur quoque quadratum, vel rectãgulum solidum sub parallelogrammo, & alia quacunque figura eiusdem cum eo altitudinis, contentum; regulis duabus rectis, quarum vna sit basis parallelogrammi, fore cylindricum, eiusq; basim dictam figuram. Quod si præfata figura fuerit & ipsa parallelogrammum, regulaque eius basis, tale solidum erit parallelepipedum. Hinc infertur in Corollario primo eiusdẽ, si fuerint duo rectãgula solida communiter sub dato parallelogrãmo, & singillatim sub duabus figuris contenta, regulis &c. ea, cum sint æquè alti cylindrici, in basibus dictis figuris, ideò fore vt dictæ bases. Similiter in Prop. 14. ostenditur, si figuræ continentes fuerint triangula in eisdem parallelis, & verticibus ad eandem partem constitutis, contenta sub eisdem solida rectangula, regulis basibus eorundem, fore pyramides, rectangulas bases habentes; & contenta sub trapezijs, pyramidum frusta.

## VIII.

Sequitur ibidem Propositio 15. similis Propositioni 23. Lib. 2. eiusdem Geometriæ Ind. quapropter in ea primò probatur, si

*fuerint duæ quælibet planæ figuræ in eisdem parallelis, quarum altera sit regula, supponaturq; altera dictarū figurarū īdiuisa, & reliqua diuisa, prout dicitur in præcitata Prop. 23: rectāgulū solidū sub indiuisa, & diuisa tāquā integra, æqua ri rectangulis solidis sub indiuisa, & sub partibus diuisæ. Hoc verò demōstrato facilè inferiuntur ijs similia, quæ in Coroll. præfatæ Prop. 23. colliguntur, hoc est si ea iuxta hanc methodum adaptam supponantur. De his tamen in sequentibus pariter agemus.*

## IX.

*His demonstratis probantur denuò per hæc noua fundamēta Prop. 30, 31, 32, quæ cum sint in gratiam doctrinæ reliquorum Librorum dictæ Geometriæ, quam hic totā prosequi neutiquam intendimus, propterea & in Exerc. ant. prætermissæ sunt, & hic quoque relinquuntur; vt & reliquæ ex Libro 3, 4, 5, eiusdē Geometriæ, restauratæ iuxta hanc posteriorem methodum.*

## X.

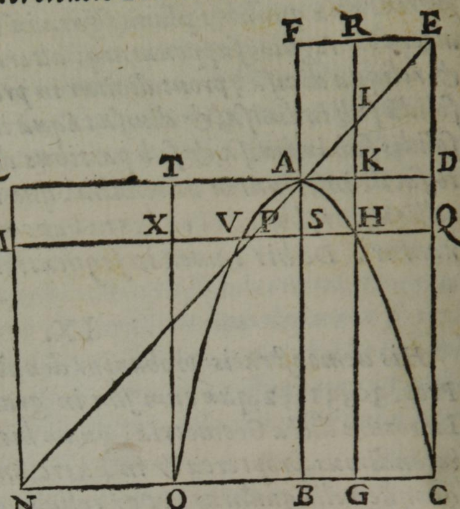
*Vt verò colligi posset fructus, quem ex consideratione solidorum rectangulorum sub datis figuris pendere superius diximus, necesse fuit adhuc ostendere vt Quadrata, vel rectāgula solida sub duabus quibuscumque figuris iuxta datas regulas, ita esse quæcunq; solida similaria genita ab eisdem figuris iuxta easdem regulas. Hoc autem probat Prop. 22. dicti Libri 7. simili demōstratione ei, quæ allata est ad ostendendam Propos. 33. Libri 2. quam attulimus in Exercit. ant.*

## XI.

*Denique vt modus procedendi iuxta hanc posteriorem methodum in omnibus alijs figuris aliqualiter appareat, eadem exempla afferemus, quæ in fine Exerc. ant. num. 35, 36, circa Parabolam, & ab ea genita solida iam allata sunt. Assumpta igitur denuò figura eiusdem num. 35, prius & hic ostendemus parallelogrammum, TC, sexquialterum esse parabolæ, OAC, tali ratione. Suppositis ijsdem ibi constructis, manifestum est, vt ibi probabatur, GK, ad, KH, esse vt quadratum, Rk, ad quadratum, KI: sed vt GK, ad kH, ita, sumpta communi altitudine, GK, est quadratum, GK, ad rectāgulum, GKH; ergo quadratum,*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




*GK, ad rectangulum, GKH, erit vt quadratum, Rk, ad quadratum, KI; & permutãdo quadratum, GK, ad quadratum, kR, hoc est quadratum, CD, ad quadratũ, DE, erit vt rectangulũ, GKH, ad quadratum, KI. Erunt ergo tam quadrata solida, BD, DF, regula, CE, inter se, quam rectãgulum solidũ sub, BD, & trilineo, ADC, ac quadratum solidum trianguli, ADE, regula eadem, inter se proportionaliter analoga: quapropter per Prop. 3. erunt vtraque vt quadrata, CD, DE, & consequenter in eadem ratione inter se. Sic ergo quadratum solidum, BD, ad rectangulum solidum, sub, BD, & trilineo, ADC; erit vt quadratum solidum, FD, ad quadratum solidum trianguli, ADE. Sed quadratum solidum, FD, triplum est quadrati solidi trianguli, ADE, per dicta num. 2. superiori (etenim quadratum solidum, FD, est cylindricus, & quadratum solidum, ADE, est conicus, iuxta admonita num. 7. superiori) ergo & quadratum solidum, BD, triplum erit rectanguli solidi sub, BD, & trilineo, ADC. Verum vt quadratum solidum, BD, ad rectangulum solidum sub, BD, & trilineo, ADC, ita est, BD, ad trillineum, ADC, per tradita eodem num. 7. superiori: ergo parallelogrammum, BD, ipsius trilinei, ADC, triplum erit, & consequenter semiparabolæ, ABC, sexquialterum. Igitur & parallelogrammum, TC, parabolæ, OAC, sexquialterum erit, vt loco supracitato per priorem methodum pariter ostendebatur.*

## XII.

*Sit nunc in eadem figura probandum quadratum solidum, TC, duplum esse quadrati solidi parabolæ, OAC, regula, QC. Suppositis ergo ijsdem constructis num. 36. Exerc. ant. constat, BA, ad, AS,*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ad AS, seu, MS, ad, SP, esse vt quadratum, BC, vel, QS, ad quadratum, SH: vnde, sumpta communi altitudine, MS, erit quadratum, MS, ad rectangulum, MSP, vt quadratum, QS, ad quadratum, SH. Quapropter vt supra, tam quadratum solidum, LB, concludetur esse proportionaliter analogum quadrato solido, DB, quam rectangulum solidum sub, LB, & triangulo, ABN, quadrato solido semiparabolæ, CAB, & subinde hæc quatuor solida esse proportionalia. Sic igitur quadratum solidum, LB, ad rectangulum solidum sub, LB, & triangulo, ABN, erit vt quadratum solidum, DB, ad quadratũ solidum semiparabolæ, ACB. Sed quadratum solidum, LB, ad rectangulum solidum sub, LB, & triangulo, ABN, est vt, LB, ad triangulũ, ABN, per numerum 7. superiorem, hoc est duplum. Ergo quadratum solidum, DB, quadrati solidi semiparabolæ, ACB, duplum erit; & consequenter etiam quadratum solidum, TC, duplum erit quadrati solidi parabolæ, OAC: sunt enim illa horum quadrupla. Nam per D. Sectionis 4. Propos. 23. Exerc. ant. huic stylo adaptatæ, iuxta superius dicta nu. 8. quadratum solidum TC, æquatur quadratis solidis, TB, BD, & duobus rectangulis solidis sub, TB, BD, hoc est quatuor quadratis solidis ipsius, TB. Qua ratione pariter constat quadratum solidum parabolæ, OAC, quadruplum esse quadrati solidi semiparabolæ, ACB. Porrò ex dictis num. 10. superiori manifestum est hanc eandem rationem reperiri inter quæcumque alia solida genita ex parallelogrammo, TC, & parabola, OAC, iuxta eandem regulam, OC, quod probat dicti Lib. 7. Prop. 22. ad normam Propos. 33. Lib. 2. allatæ in Exerc. ant. & examinatæ num. 37. 38.

## XIII.

Ex iam dictis ergo satis credo percipi posse omnibus quadratis datarum figuram iuxta quandam regulam, rectè substitui earumdem quadrata solida iuxta eandem regulam: vt & omnibus rectangulis sub duabus figuris iuxta datas regulas, rectangula solida sub eisdem iuxta easdem regulas. Hæc enim, collatis inuicem distributiuè eorundem Indiuisibilibus, facilè enucleatur quã rationem habeant. Etenim habentur semper & hic quatuor solida proportionaliter, analoga quorũ duo sunt genita ex parallelogrãmis æquealtis, reliqua uerò ex figuris eisdẽ in

 scriptis,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

scriptis, regulis basibus: & hæc sunt æquiualentia quatuor magnitudinum ordinibus in Exerc. ant. num. 29. consideratis. Patet ergo ratio procedendi per hanc quoque posteriorem methodum.

## XIV.

Quoniam verò Prop. 1. 2. & 3. superius traditæ totius huiusce methodi sunt fundamenta, ideò ad earum veritatem confirmandam in solidis, non dissimili ratione ei, quam post eandem Prop. pr. immediatè adhibuimus superius in planis, hæc quæ subsequuntur nuper ostensa, duxi superaddenda. Ea tamen is præterire poterit, qui iã demostratis aquiescat: quæ cum sint in gratiam præcipuè dictarum Propositionum, inseruiant tamen & toti doctrinæ Libri 7. dictæ Geo. Ind. propterea sub titulo Lemmatum exhibentur.

## XV.

Antequam verò ad hæc Lemmata accedamus, quoniam passim nomen cylindrici, eiusque nonnullæ proprietates in ijs vsurpantur, vt multoties fit & pro ipsis, & pro conicis in superioribus, etsi putem non obscurè hucusque hæc intelligi potuisse, dum dictum est cylindricos esse corpora columnaria, & conicos pyramidalia, attamen vt eorum singulas conditiones exactè percipiat studiosus, omnisq; circa hæc ab eo tollatur ambiguitas, eorum definitiones Libro primo Geo. Ind. traditas hic consultò repetere volui.

## XVI.

### Definitio Cylindrici, quæ est tertia Libri Primi Geo. Ind.

Exposita quacunq; figura plana, & in eiusdem ambitu sumpto vtcunque puncto, ab eoque ad alteram eiusdem partium ducta quadam recta linea terminata, & super planum propositæ figuræ eleuata, si hæc per ambitum talis figuræ semper æquidistanter cuidam rectæ lineæ moueri intelligatur, donec omnem percurrerit ambitum: alterum eiusdem extremum punctum, quod non fertur per ambitum propositæ figuræ, describet circuitum planæ figuræ ipsi propositæ æquidistãtis, vt probabitur. Solidum ergo, quod comprehenditur vtrisque figuris iam dictis, & su-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*& superficie linea, quæ reuoluitur, descripta dicetur, Cylindricus. Superficies in reuolutione descripta, necnon quodlibet illius frustum, superficies cylindracea. Cylindrici oppositæ bases, dictæ figuræ planæ inter se æquidistantes. Latus autem cylindrici, quæuis recta in superficie cylindracea oppositas bases pertingens, cui congruit in reuolutione ipsa linea reuoluta. Et tandem regula lateris cylindrici dicetur illa, cui reuoluta semper manet æquidistans.*

## XVII.

### Definitio Conici, quæ est quarta Libri Primi Geo. Ind.

*EXposita plana quacunq; figura, extra cuius planum ad vtramuis eiusdem partium quodcumque sit assumptum punctum: si ab eo ad quoduis punctum illius ambitus recta linea ducatur, quæ indefinitè quoque sit producta; & hæc per eiusdem ambitum moueatur donec ipsum totum percurrerit ambitum; sumptum punctum erit vertex solidi, quod comprehenditur superficie descripta à linea, quæ reuoluitur, inter ambitum propositæ figuræ, & sumptum punctum clausa, vertex, inquam, sumptus respectu propositæ figuræ, vt probabitur. Tale solidum autem dicatur, Conicus, cuius basis proposita figura, & vertex dictum punctum. Superficies descripta à linea, quæ reuoluitur, & iacet inter ambitum propositæ figuræ, ac dictum punctum, & quodlibet illius fructum, dicatur, Superficies Conicularis. Illæ verò rectæ lineæ, quæ in eadē reperiuntur, & quibus congruit reuoluta inter verticem, & ambitum basis conclusa, vocentur; Latera eiusdem Conici.*

## XVIII.

### Proprietates quædam Cylindricorum demonstratæ eodem Libro Primo Geo. Ind.

*SI à quocunque puncto basis cylindrici, per quam sit reuolutio, versus cylindricum ducta fuerit recta linea, parallela regulæ lateris cylindrici: hæc erit latus cylindrici in tali basi constituti. Prop. 5. eiusdem.*

*In cy-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*In cylindrico, traiecto per eiusdem latera quomodocunque plano creatur in ipso parallelogrammum, vel parallelogramma. Corollarium Prop. 6.*

*Concursus planorum per latera cylindrici transeuntium fit in recta parallela eiusdem cylindrici lateri. Prop. 7.*

*Traiectis per latera cylindrici quotcunque parallelis planis ipsum secantibus, fiunt in eo parallelogramma æquiangula. Propos. 8.*

*Et si plano per latera ducto æquidistet planum, cylindricum tangens: fiet contactus in recta, vel rectis, quæ erunt latera cylindrici; vel in parallelogrammis, æquiangulis per latera ducto. Prop. 9.*

*Secto cylindrico quomodocunque plano per latera ducto, diuiditur in cylindricos. At si secetur parallelis planis, omnibus eiusdem lateribus coincidentibus, comprehensa ab illis, & inclusa superficie cylindracea, solida erunt pariter cylindrici. Propos. 10.*

*Cuiusuis cylindrici oppositæ bases sunt similes, æquales, & similiter positæ. Prop. 11.*

*Secto cylindrico quomodocunque plano per latera ducto eiusdem oppositæ bases secantur quoque in figuras similes, æquales, & similiter positas. At si secetur parallelis planis, omnibus eiusdem lateribus coincidentibus, conceptæ in eo figuræ erunt pariter similes, æquales, & similiter positæ. Prop. 12.*

*Secto cylindrico quomodocunque plano per latera ducto, necnon planis oppositis eiusdem basibus parallelis: eorum communes sectiones erunt lineæ homologæ similium figurarum ex tali parallelor. oppositis basibus planorũ sectione orientiũ. Prop. 13.*

*Si duæ figuræ planæ, non existentes in eodem plano, fuerint similes æquales, & similiter positæ: illæ erunt cuiusdam cylindrici oppositæ bases.*

## XIX.

## Proprietates quædam Conicorum ibidem ostensæ.

*PVnctum manens, cui in reuolutione inititur latus conici, est illius vertex respectu eiusdem basis. Prop. 15.*

*Si conicus secetur vtcunq; per verticẽ ducto plano, fiet in eo triãgulus, vel triangula. Prop. 16.*

Secto

*Secto conico per verticẽ ducto plano, diuiditur is in conicos. At eo secto plano omnibus eiusdem lateribus coincidente, abscissum ab eo versus verticem solidum erit conicus, eiusque basis abscindens figura. Prop.17.*

*Si per verticem conici, & rectam tangentem eius basim extẽdatur planum; hoc tanget ipsum conicum in recta, vel rectis lineis, quæ erunt latera eiusdem conici; vel in plano, aut planis, quæ erunt triangula. Prop. 18.*

*Si conicus secetur quomodocunq; plano basi æquidistante, fiet in eo figura similis eidem basi, & similiter posita. Prop 19.*

*Si conicus secetur quomodocunque parallelis planis, omnibus eiusdem lateribus coincidentibus: conceptæ in ipso figuræ erunt similes & similiter positæ. Prop.20.*

*Secto conico per verticem ducto plano, vel aliquo ipsum tangente in plano, vel planis; si deinde secetur alijs planis vtcunq; parallelis: communes dictorum planorum sectiones erunt lineæ homologæ figurarum, quæ ab ipsis æquidistantibus planis in eo producuntur. Prop. 21.*

*Si duæ figuræ similes & similiter positæ, inæquales tamen, non extiterint in eodem plano: illæ erunt cuiusdam frusti conici oppositæ bases. Prop. 22.*

*Quoniam verò hic, vt & in superioribus sæpè fit mentio similium planarum figurarum, vt Lector nedum has intelligat iuxta particulares definitiones de similibus figuris ab alijs traditas, sed ẽt iuxta meã definitionẽ generalẽ, cui particulares cõcordare in eodẽ Lib.1. ostẽdi, ideò hanc quoq; hic subiungendam duxi.*

## XX.
## Definitio generalis similium planarum figurarum, quæ est decima eiusdem Libri primi.

*Similes figuræ planæ in vniuersũ vocẽtur, in quarũ singulis oppositæ tãgẽtes ita duci põt & in easdẽ tãgẽtes ita incidere ad eundẽ angulũ, ex eadẽ parte rectæ lineæ in illis terminatæ, vt si intra dictas oppositas tãgẽtes, eisdẽ æquidistãte, vtcumq; ductæ fuerint rectæ lineæ, eas, quæ incidunt dictis tangentibus (quæ uocantur earum Incidentes) similiter ad eandem partem secantes; reperiamus harum parallelarum, necnon &*

*opposi-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*oppositarum tangentium eas portiones, quæ inter dictas incidentes, & circuitus figurarum ad eandem partem sitæ sunt, eodem ordine sumptas, eandem inter se rationem habere, quam rectæ lineæ, quæ dictis tangentibus inciderunt. & in easdem terminantur. Istæ autem dicuntur lineæ homologæ dictarum figurarum.*

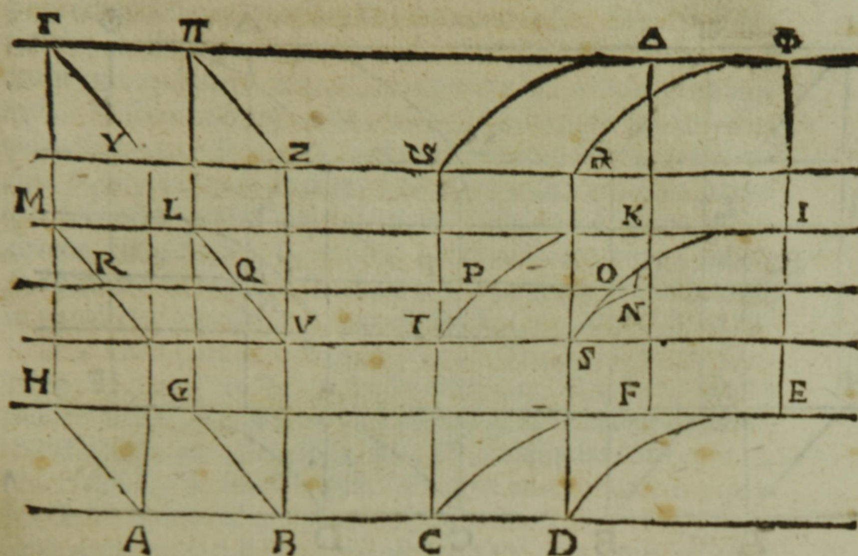
*Cum verò duæ similes figuræ planæ in eodem plano, vel in æquidistantibus planis ita positæ fuerint, vt earum incidentes vel sint inuicem superpositæ, vel æquidistantes homologis lineis dictarum figurarũ, & homologis partibus ipsarum incidentium ad eandem partem constitutis: ipsæ dicentur similiter positæ, vel à suis lineis, aut lateribus similiter descriptæ.*

*His verò præmissis nunc ad ipsa Lemmata accedamus.*

## LEMMA I.

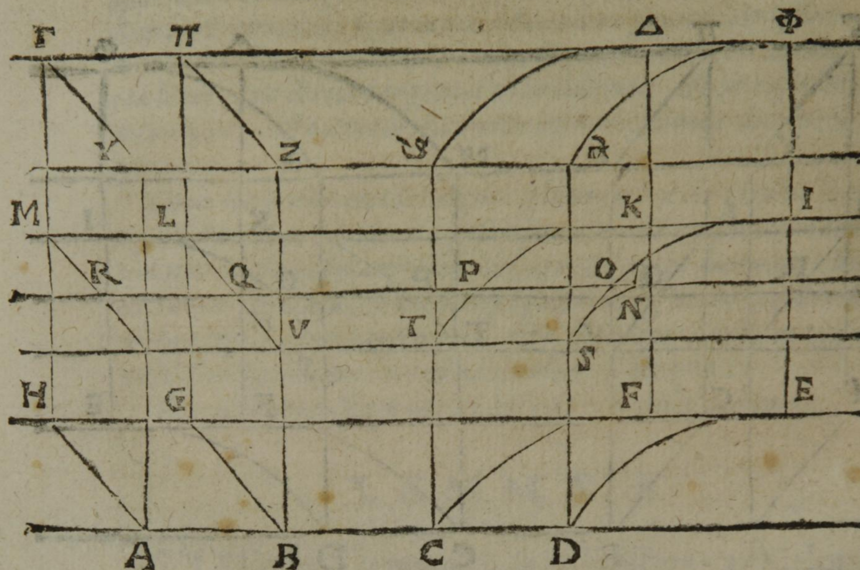
CYlindrici æquealti, & in basibus parallelogrãmis æqualiter analogis iuxtà regulas bases (quorum vnum saltem sit rectilineum) in ijsdemq; parallelis planis per parallelogrammorum bases transeuntibus conclusi, inter se sunt æquales.

Sint duæ quęcumque inter se parallelę rectę lineę, vt, HE, AD; & in ijs duo quęlibet parallelogramma ęqualiter analoga, HABG, FCDE, iuxtà regulam, AD, quorum alterum saltem, vt, HABG, sit rectilineum; extendantur autem per, HE, AD, duo indefinita plana parallela ambo recta, vel inclinata ad planum per, HE, AD, transiens; quę tangant duos cylindricos, rB, & E, ęquealtos, & in basibus ipsis, HB, CE, constitutos, existente cõtactu in planis, YB, ℞C, vnius, & alterius in planis, rG, DE, ipsis, AB, CD, HG, FE, insistentibus. Dico prędictos cylindricos inter se ęquales esse. Quoniam ergò oppositę bases, rZ, Δ℞, sunt in eodem plano (cum cylindrici supponantur ęquealti) ideò dictũ planum extendatur indefinitè, & concurrat cum planis parallelis tangentibus, in rectis, ΓΠΔΦ, YZ & ℞. Manifestum est ergò paral-




parallelogrammorum, HB, CE, bases, AB, CD, vt & oppositas, H G, FE, inter se, necnon prędictis ęquales esse, per definitionem figurarum ęqualiter analogarum traditam in Prop. pr. Lib. 7. Geometrię Indiuisibilium. Et per eam quę tradita est ad finem demonstrationis Lẽmatis primi, ibidem subsequentis pro parallelogrammis, tam rectilineis, quam curuilineis. Erunt insuper contactuũ plana, YB, &D, ΓG, ΔE, parallelogramma, per Prop. 9. Lib. Primi eiusdem, & reliqua plana, ΓA, ΓZ, ZG, pariter parallelográma, ΓZ, quidem per Prop. 11. eiusdem primi, & reliqua ex reuolutione lateris cylindrici, vno extremo per rectam, HA, seu, GB, properãte, quod idcircò cogitur describere parallelogrãmum. Ex quo patet, ΓB, esse parallelepippedum. Sicuti etiam erit, ΔD, si, FCDE, supponatur pariter esse parallelogrammum rectilineum. Quoniam ergò, AB, æquatur ipsi, CD, apposita cõmuni, BC, erit, AC, æqualis ipsi, BD; eadem ratione ostendemus, HF, æquari ipsi, GE. Si ergò mente intellexerimus solidum, quod cõprehenditur superficiebus, FHAC, ΔΓY&, &YAC, ΔΓHF, ΓHAY, Δ&CF, superponi solido comprehenso superficiebus, EGBD, ΦΠZ℞ ℞ZBD, ΦΠGE ΠGBZ,

Q Φ℞DE,




Φ℞DE, ità vt punctum, H, ponatur in, G, recta verò, HF, extendatur ſuper, GE, punctum, F, erit in, E, quia, HF, GE, ſunt æquales. Quod ſi figura, FHAC, cadat ſuper figuram, EGBD, linea, HA, erit in GB, propter æqualitatem angulorum, AHF, BGE, & punctum, A, in, B, quia, HA, GB, ſunt æquales. Similiter ex æqualitate angulorum, HAC, GBD, & linearũ, AC, BD, concludemus, AC, cadere ſuper, BD, & punctum, C, in, D. Vlterius cum ſint æquales anguli, AHΓ, BCΠ, inter ſe, vt &, ΓHF, ΠGE, in ſuperpoſitione ſolidorum, extendetur, FΓ, in, CΠ, & punctum, Γ, erit in, Π, vt &, ΓΔ, in, ΠΦ, &, Δ, in, Φ; & ſimili ratione, ΓY, congruet ipſi, ΠZ, AY, ipſi, BZ, & planum, ΓA, ipſi, ΠB. Ijſdem modis oſtendemus planum, ΔΓY&, congruere plano, ΦΠZ℞&, ΓHFΔ, ipſi, ΠGFΦ; ſicut & Y&CA, ipſi, Z℞DB. Remanet ſolum probandum ſuperficiem, Δ&CF, congruere ſuperficiei, Φ℞DE. Si ergò, CE, ponitur eſſe parallelogrammum rectilineum, erunt rectæ, CF, DE, & Δ, ℞Φ, & quia probatum eſt punctum, Δ, eſſe in, Φ, &, in, ℞, C, in, D, &, F, in, E, ideò & rectæ rectis, & planum plano congruent. Ex quibus concludetur ſolidum, ΓACF, ſolido, ΠBDE, congruere, & ſubindè illi æquale eſſe, vndè

ſublato

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

sublato communi solido, ПGBCF, remanebit parallelepippedum, ΓB, æquale parallelepippedo, ΔD. Si verò, FD, fuerit parallelogrammum curuilineum, & dictæ lineæ curuę erunt, tuncq; superficiem, ΔC, congruere ipsi, ΦD, sic probabimus. Nisi enim congruant, aliquod saltem punctum in superpositione cadet extrà, vel intrà solidum: cadat prius extrà, & sit, ex. gr. punctum, N, per quod traiecto plano ipsi subiecto plano æquidistante, illud secet plana cylindricos tangentia, & erecta, vel inclinata eidem subiecto plano, in rectis, MLkI, XVTS, per quod creabuntur in parallelepippedo, ΓB, parallelogrammum, MV, & in cylindrico, ΔD, parallelogrammum curuilineum, KS, per Cor. Prop. 12. Lib. Primi Geo. Indiuisibilium. Rursus in plano parallelarum, MI, XS, per punctum, N, extendatur indefinitè, NOPQR, parallela ipsis, MI, XS, cuius pars concepta in, MV, sit, RQ, & in, KS, ipsa, PO, quæ erunt inuicem æquales, & subindè, addita communi, QP, erunt ipsæ, RP, QO, pariter æquales, sed, RP, eadem est ipsi, QN, quæ venit in superpositione ex hypotesi, ergò, QO, QN, hoc est pars toti æqualis erit, quod est absurdum. Non ergò, N, seu vllum punctum superficiei, Δ&CF, cadet extrà superficiem, ΦKDE. Eodem modo ostendemus nullum cadere intrà, ergò multò magis nihil superficiei, ΔC, cadet extrà, vel intra superficiem, ΦD, quapropter tota, ΔC, toti, ΦD, congruet, & totum solidum, ΓACF, toti, ПBDE, pariter cōgruet, ac ideò illi æquale erit. Sublato ergò communi solido, П&GBCF, remanebit parallelepippedum, ΓB, æquale cylindrico, ΔD. Quod ostendere opus erat.

## COROLLARIVM I.

EX hoc patet si parallelogramma, HB, FD, fuissent in eadem basi; vel si pro duobus vnum tantum esset parallelogrammum, in quo tanquam in communi basi existere suppositi fuissent prædicti cylindrici, quod nihilominus eadem ratione æquales ostensi fuissent. Vndè siuè sint in eadem, siuè in æqualibus basibus, habentes reliquas condi-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

tiones superius dictas, semper æquales erunt. Casum autem assumpsi æqualium basium, vt minus Schema confunderetur.

## COROLLARIVM II.

VLterius si in basi, FCDE, & in eadem altitudine cum parallelepippedo, ΓB, concipiamus esse parallelepippedum, seu cylindricum, qui quomodocunque protendatur extrà plana, YD, ΓE, habebit ipse duas facies, veluti sũt, & D, ΔE, quæ erunt parallelogramma insistentia ipsis, C D, FE, vt de eisdem, & D, ΔE, probabatur. Si ergò eorum plana, velut & plana, AΓ, BΠ, cum plano per, ΓR, ΓΦ, transeũte ad partem suppositi cylindrici indefinitè extendantur, orietur figura similis proposito schemati. Nempè habebimus alia duo plana parallela per, AD, HE, transeuntia, & inclinata subiecto plano, HEDA, sed inclinatione diuersa ab ea, quæ in planis, YD, ΓE, supposita fuit, tangentia nouum cylindricum, basi, F D, pariter insistentem. Inter eadem verò erit, & parallelepippedum (si compleatur) basi, HB, insistens, quod tangetur ab eisdem duobus parallelis planis. Vndè nouus ille cylindricus erit æqualis nouo huic parallelepippedo per ipsum Lemma. Sed per idem Lemma, nouum illud parallelepippedum, cum sit in eadem basi, HB, parallelepippedi, ΓB, eademque altitudine, tangaturque à duobus parallelis planis, nempè planis, AΓ, BΠ, indefinitè extensis, erit æquale ipsi, ΓB. Ergò nouus cylindricus basi, FD, insistens sub diuersa tamen inclinatione erit æqualis primo proposito, ΔD, & consequenter ipsi, ΓB. Quicunque ergò cylindricus in basi, FD, & in eadem altitudine cum, ΓB, qualitercunque sit inclinatus, erit eidem, ΓB, æqualis. Hoc verò de quouis alio sic dispofito eodem modo probabitur.

Ergò vniuersaliter colligemus, omnes cylindricos æquealtos, & in eisdem, vel æqualibus basibus constitutos (quæ sint parallelogramma, siuè rectilinea, siue curuilinea ijsdem inclusa parallelis) inter se æquales esse.

LEM-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## LEMMA II.

**CYlindrici æquealti, & in basibus constituti, quæ sint parallelogramma, siuè rectilinea, siuè curuilinea, proportionaliter analoga iuxtà eorũ bases; erunt inter se, vt ipsæ bases.**

Quæ sint figuræ planæ proportionaliter analogæ explicatur in Prop. Secunda Lib. Septimi Geometriæ Indiuisibilium. Ex definitione verò ibidem allata colligitur, si dictæ figuræ sint parallelogramma, & regulæ eorum bases; ipsa necessariò in eisdem parallelis esse constituta, vt considerãti facilè innotescet. Quapropter bases prædictorum cylindricorum erunt in eisdem parallelis. Supponamus ergò in Schemate Lemmatis antecedentis talia esse parallelogramma, HB, FD, nempè esse non æqualiter, sed proportionaliter analoga iuxtà bases, AB, CD, in quibus parallelogrammis insistant cylindrici æquealti, Γ B, ΔD, seu alius quomodocunque inclinatus. Dico hos esse inter se, vt bases, HB, FD. Hoc verò eadem ratione demonstrabitur, qua fit Prop. 25. Vndecimi Elementorum, hoc est per æque multiplicia basium, H B, F D, & cylindricorum eisdem insistentium, quæ habebuntur sumptis in, AD, hinc indè indefinitè producta, quotcunque æqualibus ipsi, AB, & alijs quotcunque æqualibus ipsi, CD, completisque parallelogrammis, siuè rectilineis, siuè curuilineis, iuxtà modum describendi parallelogramma curuilinea traditum in Lemmate 2. Propos. Primæ eiusdem Lib. Septimi. Complebuntur verò vlterius & cylindrici, iuxtà ipsorum definitionem positam Lib. Primo dictæ Geometriæ. Tandem enim ostendetur, si multiplex primæ ęqualis erit multiplici secundæ (nempè si duo cylindrici compositi ex descriptis cylindricis fuerint æquales) etiam multiplicem tertiæ fore æqualem multiplici quartæ: hoc est eorum bases fore æquales per Lemma ant. etsi minor minorem, & maior maiorem, &c. ex quibus, vt in dicta Proposi-



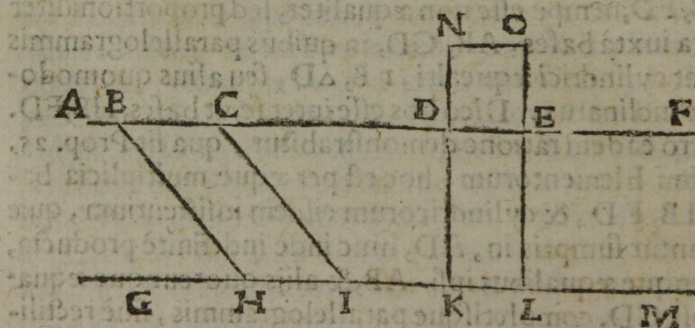
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

tione fit, tandem concludemus, Γ B, Δ D, seu quemcunque alium diuersimodè inclinatum, sed in eadem basi, FD, & altitudine cum, Γ B, esse vt bases, H B, F D. Vndè patet propositum. Similis modus habetur quoque inferius in Lemmate 8.

## LEMMA III.

**Solida parallelepippeda, quæ in æqualibus sunt basibus, & eadem altitudine, inter se sunt æqualia.**

Hoc ostenditur ab Euclide Lib. Vndecimo Elem. Prop. 31. sed & nos ex prædemonstratis illud sic colligemus. Sint parallelogramma æqualia, BHIC, NKLO, quæ si essent in




eisdem parallelis, per Corollarium 2. Lemmatis primi; cylindrici, seu parallelepippeda æquealta eisdē quomodocunq; insistentia, essent æqualia. Non sint ergò ambo in eisdem parallelis, sed, BI, in parallelis, AF, GM, &, NL, protendatur extrà ipsas, existente tamen basi, KL, in recta, GM, & secante, AF, parallelogrammum, NL, in recta, DE, vt fiat, DL, aliud parallelogrammum. Si ergò in tribus parallelogrammis, B I, D L, N L, tria parallelepippeda recta, vel inclinata insistere intelligantur, erit quod stat in, BI, ad illud, quod stat in, DL, vt, BI, ad, DL. ex Lemmate antecedenti, quia,

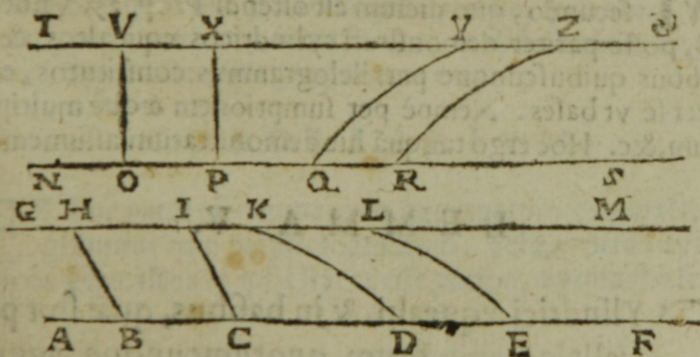
BI, DL,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

BI, DL, sunt parallelogramma proportionaliter analoga iuxtà bases, HI, kL, vt facilè ostendi potest, cum sint in eisdem parallelis, AF, GM. Eadem ratione quod fiat in basi, NL, ad illud, quod est in, DL, erit vt, NL, ad, DL, per idem Lemma, quia, NL, DL, sunt in eisdem parallelis, NK, OL. Sed, BI, ad, DL, est vt, NL, ad, DL, quia, BI, NL, ponuntur spatia æqualia; ergò parallelepippeda basium, BI, NL, eandem habebunt rationem ad illud, quod est in basi, DL. Ergò erunt inter se æqualia. Quod si, KL, non esset in recta, GM, nihilominus propositum eodem modo concluderetur, quia ab eo per duas parallelas æqualis distantiæ cum ea, quæ est inter, AF, GM, parallelogrammum, quale est, DL, abscindi posset. Vndè patet propositum.

## LEMMA IV.

**CYlindrici æquealti, & in basibus parallelogrammis, siuè rectilineis, siuè curuilineis æqualibus, inter se sunt æquales.**




Intelligantur cylindrici æquealti in basibus, kE, YR, parallelogrammis quibuscunque æqualibus. Dico eosdem æquales esse. Si ergò bases fuerint in eisdem parallelis, vel si non in eisdem, saltem in parallelis æqualis distantiæ; id manife-

manifestum erit ex Corollario 2. Lẽmatis primi. At si non in ijsdem, seu æqualis distantiæ parallelis fuerint, vt ex. gr. KE, YR, quæ sint in parallelis, GM, AF, T&, NS, quarum distantiæ inter se sint inæquales: itidem illud tali ratione ostendetur. Sumptis enim, OP, æquali ipsi, QR, &, BC, æquali ipsi, DE, constituemus in parallelis, T&, NS, parallelogrammum rectilineum, VP, quod erit æquale, YR, vt elici potest ex Lemm. 1. Lib. 7. Geo. Ind. & in parallelis, G M, A F, ipsum, H C, quod erit æquale ipsi, KE. Intelligemus autẽ in basibus, VP, H C, constituta parallelepippeda eiusdem altitudinis cum ijs cylindricis, qui in basibus, YR, KE, esse supponuntur. Erit ergo per dictum Cor. 2. Lemmatis primi cylindricus, YR, æqualis parallelepippedo, VP: vt & cylindricus, KE, parallelepippedo, HC. Sunt verò parallelepippeda, V P, H C, inter se æqualia per Lemma ant. igitur & cylindrici, YR, kE, inter se æquales erunt. Cylindrici ergò æquealti, &c. inter se sunt æquales. Quod, &c.

## COROLLARIVM.

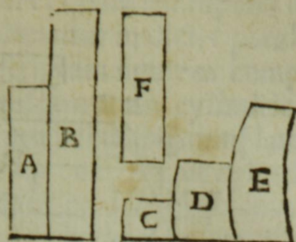
MAnifestum est iuxtà modum adhibitum in Lemmate secundo, quo dictum est ostendi Prop. 25. Vndecimi, posse pariter demonstrari cylindricos æquealtos, & in basibus quibuscunque parallelogrammis constitutos, esse inter se vt bases. Nempè per sumptionem æquè multiplicium, &c. Hoc ergo tanquã hic demonstratum assumemus.

## LEMMA V.

CYlindrici æquealti, & in basibus, quæ sint parallelogrammorum quorumcunque aggregata, constituti, inter se sunt, vt dicta basium aggregata.

Sint in basibus parallelogrammorum, A, B, & aliorum C, D, E aggregatis constituti æquè alti cylindrici. Dico eos

eos esse, vt dicta aggregata, &c. Exponatur .n. parallelogrammum quodcunque, F, in quo intelligatur cylindricus eiusdẽ cum prædictis altitudinis constitutus. Et quoniam cylindricus, AB, componitur ex cylindricis, A, B, (sicut cylindricus, CDE, ex cylindricis, C, D, E,) est autem vt cylindricus, A, ad cylindricum, F, ità basis, A, ad basim, F, per Cor. Lemmatis antecedentis; & eadem ratione cylindricus, B, ad cylindricum, F, est vt basis, B, ad basim, F, ideò per Prop. 24. Quinti Elem. erit cylindricus, AB, ad cylindricum, F, vt, AB, basis ad basim, F. Rursus cylindricus, F, ad cylindricus, C, erit vt basis, F, ad basim, C; & sic cylindricus, F, ad, D, vt basis, F, ad basim, D; vt & cylindricus, F, ad, E, erit vt basis, F, ad basim, E. Ideoque per definitionem 13. Primi Geo. Ind. colligendo, cylindricus, F, ad cylindricum, CDE, erit vt basis, F, ad basim, CDE. Ergò ex æquali cylindricus, A B, ad cylindricum, CDE, erit vt basis, A B, ad, basim, CDE. Igitur cylindrici æquealti, & in basibus, quæ sint parallelogrammorum quorumcunque aggregata, constituta, inter se sunt, vt dicta basium aggregata. Quod ostendere propositum erat.




## COROLLARIVM.

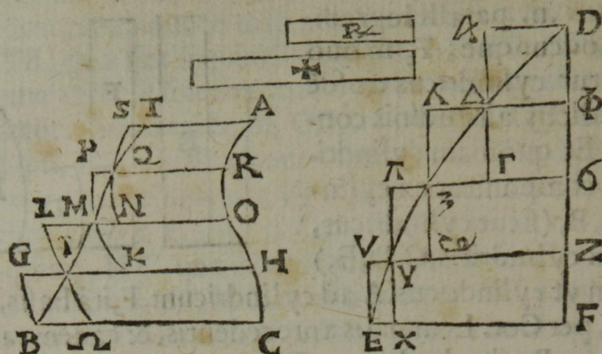
EX hoc patet, si comparetur aggregatum ex parallelogrammis cum parallelogrammo, vel è contrà: cylindricos æquealtos in ipsis stãtes esse pariter, vt ipsas bases.

## LEMMA VI.

CYlindrici æquealti, & in basibus figuris planis æqualibus, & in alteram partem absolutè deficientibus constituti; inter se sunt æquales.

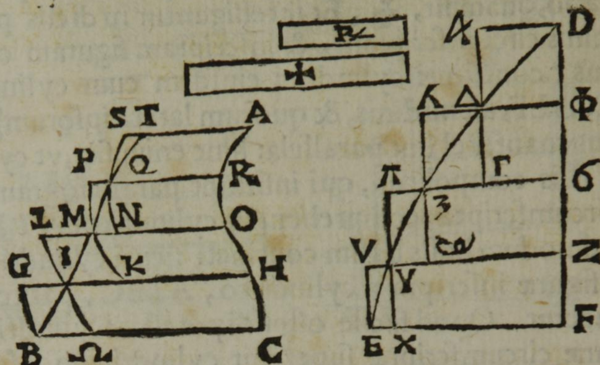


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




Sint duæ planæ figuræ æquales, ATBC, DEF, in basibus rectis, BC, EF, quibus tanquam communibus regulis parallelæ quotcunque ducibiles in eisdem figuris ità se habeant, vt integræ sint, & earum quælibet basi propinquior sit maior remotiore. Has hic voco figuras in alteram partem absolutè deficientes, etsi in Lemmate 2. Lib. Septimi Geo. Ind. ibi consideratas figuras (habentes vlterius hanc conditionem, quod sint iuxtà suas bases, tanquam regulas, æqualiter analogæ) pariter appellauerim in alteram partem deficientes. Vndè istæ hic nunc vsurpatæ liberiores sunt, cum ab ea lege solutæ sint. Intelligantur verò in dictis figuris, ATBC, DEF, tanquam basibus æquealti cylindrici, quomodocunq; constituti. Dico hos æquales esse. Si enim non sunt æquales, eorum alter erit maior. Sit maior cylindricus, ATBC, (hoc est, qui est in basi, TBCA, vt breuius loquamur) & superet ipsum, DEF, cylindrico eiusdem cum illis altitudinis, cuius basis sit parallelogrammum, ✠, seorsim positum. Quemadmodum ergò in dicto Lẽmate 2. Lib. 7. Geo. Ind. figuræ, CQPD, in alteram partem deficiẽti (quæcumque essent lineæ, DP, CQ,) circumscripta, & inscripta est figura ex parallelogrammis composita, quarum differentia minor esset, oblato ibi spatio, ✠ ità circà figuram, ATBC, hic faciemus, hæc enim tota per parallelogrammorum æquealtorum descriptionem ibi traditã expedietur. Esto quod hoc sit factum, & quidem circumscripta sit composita ex parallelogrammis, SR, PO, LH, GC, & inscripta ex pa-

ex parallelogrammis, NR, KO, ΩH, quam illa ſuperet minori ſpatio, quam ſit, ✠, Et intelligantur in dictis parallelogrammis circumſcriptam, & inſcriptam figuram componentibus, conſtituti cylindrici eiuſdem cum cylindricis, ATBC, DEF, altitudinis, & quorum latera ipſorum lateribus congruant, vel ſint parallela: hinc enim fiet, vt cylindricus ex illis compoſitus, qui inſiſtunt parallelogrammis figuræ circumſcriptæ, comprehendat cylindricum, TBCA, quemadmodum baſis baſim continet: ſicuti cylindricus inſiſtens figuræ inſcriptæ à cylindrico, ATBC, pariter comprehendetur. Quod facilè oſtendi poteſt. Cylindricus ergò figuræ circumſcriptæ ſuperabit cylindricum inſcriptæ, cylindricis, qui inſiſtunt ſpatijs, SR, PN, Lk, GΩ, quæ cum ſint parallelogramma, eorumque aggregatum ſit minus expoſito parallelogrammo, ✠, ideò aggregatum ex cylindricis inſiſtentibus ſpatijs, SR, PN, Lk, GΩ, hoc eſt exceſſus cylindrici figuræ circumſcriptæ ſuper cylindricum inſcriptæ, minor erit cylindrico, ✠, per Lemma 5. antecedẽs, hoc eſt minor exceſſu cylindrici, ATBC, ſuper cylindricũ. DEF. Cum ergò cylindricus figuræ circumſcriptæ ſuperet cylindricum inſcriptæ minori exceſſu, quam cylindricus, ATBC, ſuperat cylindricum, DEF, ſequitur cylindricum, ATBC, (cum ſit minor cylindrico figuræ circumſcriptæ, quippè qui ab ea comprehenditur, vt ſuprà dicebatur) ſuperare cylindricum figuræ inſcriptæ multò minori exceſſu quam idem cylindricus, ATBC, ſuperat cylindricũ, DEF, Ergò cylindricus figuræ inſcriptæ ipſi, ATBC, maior erit cylindrico, DEF, quod tamẽ abſurdum eſſe ſic euincemus. Sit enim eo maior cylindrico in baſe parallelogrammo, ℞, æqualis cum prædictis cylindricis altitudinis. Et rurſus vt factum eſt in figura, ATBC, ſic fiat circà figuram, DEF, nempè circumſcribatur, & inſcribatur illi figura ex parallelogrammis æquealtis compoſita, ità vt circumſcripta ſuperet inſcriptam ſpatio minori, quam ſit, ℞. Sit autem circũſcripta, quæ componitur ex parallelogrammis, 4Φ, λ6 πZ, VF, & inſcripta quæ componitur ex parallelogrammis, Δ6, 3Z, YF; quibus inſiſtãt cylindrici eiuſdem cum cylindrico, DEF, altitudinis, & quorum latera eiuſdem lateribus, vel




congruant, vel ſint parallela: hinc enim fiet, vt cylindricus circumſcriptæ comprehendat cylindricum, DEF, & cylindricus inſcriptæ ab eo comprehendatur. Quoniam ergò cylindricus circumſcriptæ ſuperat cylindricum inſcriptæ, cylindricis inſiſtentibus parallelogrammis, 4Φ, ΛΓ, Π&, VX, quæ baſes ſunt minores baſi, ℞, ideò circumſcriptus cylindricus ſuperabit inſcriptum minori exceſſu, quam ſit cylindricus, ℞, ex Lemmate ant. hoc eſt quam cylindricus figuræ inſcriptæ ipſi, A T B C, ſuperat cylindricum, DEF. Ergò circumſcriptus ipſi, D E F, cylindricus ipſum cylindricum, DEF, minori exceſſu ſuperabit, quam cylindricus figuræ inſcriptæ ipſi, ATBC, ſuperat cylindricum eundem, DEF. Ex quo concludemus cylindricum figuræ inſcriptæ ipſi, ATBC, maiorem eſſe cylindrico figuræ ipſi, D E F, circumſcriptæ; ergò ex Lemmate ant. figura ipſi, ATBC, inſcripta maior erit circumſcripta ipſi, DEF, & multò maior erit ipſa figura, A T B C, circumſcripta ipſi, D E F. Sed talis circumſcripta hac quoque maior eſt, cum circumſcripta comprehendat ipſam, D E F. Igitur tandem euincemus figuram, A T B C, maiorem eſſe ipſa, DEF, quod eſt abſurdum, cum ponantur æquales. Non ergò cylindricus, A T B C, poteſt eſſe maior cylindrico, D E F. Sed neque minor, poneretur enim eſſe maior, D E F, vnde incipiendo circumſcriptionem, & inſcriptionem à figura, D E F, vt fecimus circà, ATBC, & poſtmodum aliam perficiendo circà, ATBC, quam fecimus

circà,

circà, DEF, eodem modo idem absurdum aduersario obtruderemus. Cum ergò neuter cylindricorum, ATBC, DEF, altero maior esse possit, superest vt sint æquales. Quod, &c.

## COROLLARIVM.

Ex præfata demonstratione innotescit, quod si altera datarum basium, vt, ATBC, supponeretur esse parallelogrammum quodcunque æquale figuræ, D E F, facilius ostenderetur cylindricos æquealtos, & in ipsis tanquam in basibus constitutos, fore inter se æquales. Si enim ponatur cylindricus, ATBC, maior cylindrico, DEF, sitque ex. gr. maior cylindrico, cuius basis parallelogrammum, ℞, eiusdem cum ipsis altitudinis, tunc cylindricum circumscribentes, & inscribentes cylindrico, DEF, vt supra factum est, ità vt circumscriptus superet inscriptum minori excessu, quam sit cylindricus, ℞, concludemus circumscriptum superare cylindricum, D E F, multò minori excessu, quam sit ipse cylindricus, ℞, idest, quam superet cylindricus, ATBC, cylindricum, DEF: & ideò cylindricum, ATBC, maiorem esse cylindrico circumscripto. Vndè & suppositum parallelogrammum, ATBC, maius esset figura ipsi, DEF, circumscripta per Cor. Lemmatis antecedentis, & consequenter, A T B C, figura maior esset figura, DEF, quod est absurdum, cum ponantur æquales. Quapropter non potest cylindricus, A T B C, maior esse cylindrico, DEF. Quod si dicatur esse minor, erit maior, DEF, vndè circumscripto, & inscripto cylindrico ipsi, DEF, ità vt ille hunc superet minori excessu, quam, D E F, superet, ATBC, ostendetur, cylindricum, DEF, multò minori excessu superare cylindricum inscriptũ, quam cylindricum ATBC, & ideò inscriptum cylindricum maiorem esse cylindrico, ATBC, ac subindè inscriptam ipsi, DEF, figurã maiorem esse figura, ATBC, per Cor. Lemmatis ant. (quia inscripta figura est ex parallelogrãmis composita, & , ATBC, ponitur esse parallelogrammum) & multò maiorem esse figuram, D E F, ipsa, ATBC, quod est absurdum, cum ponantur æquales. Neque ergò minor esse potest, sed nec maior; ergò

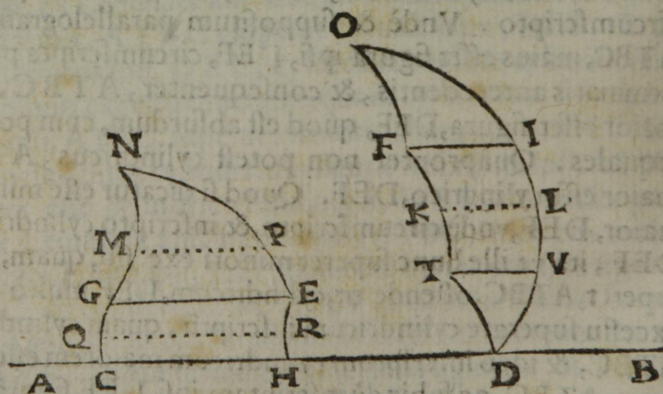
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ergò illi æqualis erit. Siue ergò ambæ sint figuræ in alteram partem absolutè deficiẽtes inter se æquales, siuè earum altera sit parallelogrammum, colligimus eorum æquealtos cylindricos æquales esse.

## LEMMA VII.

CYlindrici æquealti, & in basibus figuris planis æqualibus quibuscunque constituti, quarum vnaquæq; vni regulæ parallelis quotcunque lineis, ità secari posit, vt conceptæ in figura rectæ lineæ integræ semper existant: inter se sunt æquales.

Sint in duabus quibuscunque æqualibus planis figuris, NGCHE, OTDV, tanquam in basibus constituti cylindrici æquealti. Sumpta autem pro vnaquaque basium pro regula quadam recta linea (siuè duæ diuersæ regulæ illis seruiant, siuè vna) vt, AB, vtrisque communis: ductæ.




in eisdem figuris quotcunque parallelæ in ipsis conceptæ integræ sint. Dico præfatos cylindricos, NGCHE, OTDV, inter se æquales esse. Quoniam ergò hanc habent conditionem, qualem quoq; postulat Lemma 4. Lib. Septimi Geo.

Ind.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Ind. ideò per ipsummet Lēma poterit, tam figura, NGCHE, quam, OTDV, per æquidistantes ipsi, AB, scindi in frusta, quæ sint vel parallelogramma, vel figuræ in alteram partem absolutè deficientes (etsi non opus sit hic dicere absolutè, vel non absolutè deficientes, quia loquimur hic de figura solitaria, & non alteri comparata) vt ibi probatur. Esto quod figura, CNH, per GE, parallelā ipsi, AB, sit secta in figuras, GNE, GCHE, quarum, GNE, sit in alteram partem deficiens, &, GCHE, parallelogrammum curuilineum. Similiter, OTDV, per parallelas, FI, TV, ipsi, AB, sit diuisa in frusta, FOI, TDV, in alteram partem deficientia, &, FTVI, parallelogrammum curuilineum. Ponatur autem, NGE, esse maiorem, FOI, & ducatur, MP, parallela, AB, quam supponamus abscindere figuram, MNP, æqualem ipsi, FOI; similiter si, FTVI, non sit æqualis, sed maior, GMPE, ducatur, KL, æquidistans, AB, quæ pariter abscindere supponatur, KFIL, æqualem ipsi, GMPE; & tandem agatur, QR, parallela, AB, constituens spatium, GQRE, æquale spatio, KTVL, vnde QCHR, erit æquale spatio, TDV. Erunt ergò quinq; spatia, NMP, MGEP, GQRE, QCHR, æqualia quinque spatijs, OFI, FkLI, KTVL, TDV, singula singulis sibi respondentibus, & eorum spatiorum quodlibet est parallelogrammum, vel figura in alteram partem deficiens. Ergò si per rectas, QR, GE, MP; TV, KL, FI, intelligantur extensa plana per latera cylindricorum, NCH, OTDV, transeuntia, scindentur per ea dicti cylindrici in cylindricos prædictis decem figurarum frustis insistentes per Prop. 10. Lib. Primi Geo. Ind. & per Lemma ant. cum suo Corollario, erunt cylindrici, NMP, OFI, inter se æquales, cum & basis, NMP, pars figuræ, NGE, in alteram partem deficientis, sit & ipsa in alteram partem deficiens. Et eadem ratione cylindricus, MGEP, ipsi, FkLI; GQRE, ipsi, kTVL, &, QCHR, ipsi, TDV, ac tandem totus cylindricus, NCH, toti cylindrico, OTDV, æqualis erit. Ergò cylindrici æquealti, &c. quod ostendere opus erat.

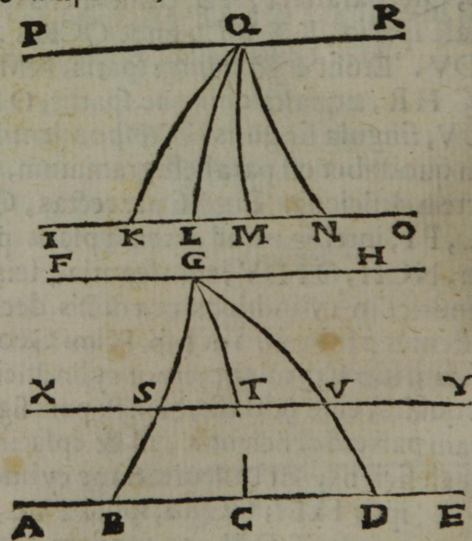
LEM-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## LEMMA VIII.

Cylindrici æquealti, & in basibus figuris planis quibuscunque constituti, quarum vnaquęq; vni regulæ parallelis quotcunque lineis, ità secari posſit, vt conceptæ in figura rectæ lineæ integræ semper existant: inter se sunt, vt bases.

Sint in quibuscunque figuris planis, GBC, QkL, tanquã in basibus æquealti cylindrici constituti, & bases sint eiusmodi, vt sumptis ex. gr. regulis, A E, I O, ijsdem parallelæ ductæ in ipsis basibus integræ sint. Dico prædictos cylindricos esse inter se, vt ipsæ bases, GBC, QkL. Extendantur autem, FH, P R, parallelæ ipsis, A E, I O, tangentes ipsas figuras. Deindè sumptis in, BE, quotcunque æqualibus ipsi, B C, (aduerte si figuræ desinerent ad, AE, IO, in pũcta, quod tũc pro ipsis, AE, IO, opus esset extẽdere inter oppositas tangẽtes, FH, AE; PR, IO, duas rectas ipsis parallelas, & in illis perficere, quod in his nunc præstabimus) vt, CD, æquali, BC; & in, kO, alijs quotcunque æqualibus




ipsi, kL, vt, LM, MN, intelligemus, CE, ferri versus, FH, semper æquidistanter ipsi, FH, ac, decurrente puncto, C, lineam, CG, interim aliud punctum discedere à, C, versus, E, per rectam, CE, & abscindere à quacumque in, BC, concipiatur

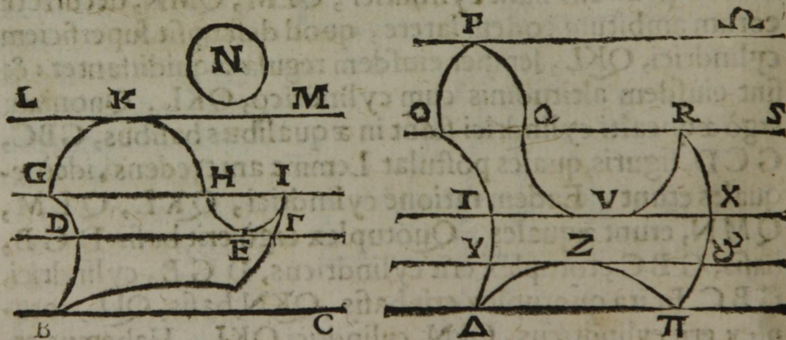
piatur ipsi, AE, parallela, rectam æqualem. Vt, ducta ipsi, AE, parallela, XY, cuius portio, ST, sit concepta in figura, GBC, punctum illud sit in situ, V, abscindēs, TV, æqualem ipsi, TS, & hoc vbique fieri intelligatur, sicuti in discussione Lemmatis 4. Prop. Primæ Lib. Septimi Geo. Ind. suprà dictum est pro descriptione figuræ, ANE, æqualiter analogæ ipsi, SPFR. Et hoc vt punctum sic fluens designet lineam, GVD, quæ cum, GTC, &, CD, terminet figuram, GCD, æqualiter analogam ipsi, GBC. Vel, vt super has descriptiones dubitanti omnis tollatur ambigendi locus, supponatur tanquam facta figura, GCD, æqualiter analoga ipsi, GBC, iuxtà regulam, AE, cum hoc nullam inuoluat repugnantiā. Eademque ratione vel fiant, vel factæ supponantur figuræ, LQM, MQN, æqualiter analogæ ipsi, QKL, iuxtà regulam, IO. Et per ambitum figuræ, G C D, decurrente latere cylindrici, quod descripsit superficiem cylindrici, G B C, semper æquidistanter regulæ lateris cylindrici, GBC, fiat cylindricus, G C D, eiusdem cum cylindrico, GBC, altitudinis. Eademq; ratione fiant cylindrici, QLM, QMN, decurrēte eorum ambitum eodem latere, quod descripsit superficiem cylindrici, QKL, semper eiusdem regulæ æquidistanter: & sint eiusdem altitudinis cum cylindrico, QKL. Quoniam ergò æquealti cylindrici stant in æqualibus basibus, GBC, G C D, figuris, quales postulat Lemma antecedens, ideò æquales erunt. Eadem ratione cylindrici, QKL, QLM, QMN, erunt æquales. Quotuplex ergò erit basis, D G B, basis, G B C, totuplex erit cylindricus, D G B, cylindrici, G B C. Et ità quotuplex erit basis, QKN, basis, QkL, totuplex erit cylindricus, QkN, cylindrici QKL. Habemus ergò, G B D, basim, & cylindricum, æquè multiplices primæ, & tertiæ nempè basis, & cylindrici, GBC. Similiter basis, & cylindricus, QkN, sunt æquè multiplices secūdæ, & quartæ, hoc est basis, & cylindrici, QKL. Et quia si basis, GBD, multiplex primæ, est æqualis basi, Q K N, multiplici secundæ, etiam multiplex tertiæ, cylindricus, GBD, est æqualis multiplici quartæ, cylindrico, QKN; quia sunt æquealti cylindrici in basibus, quales postulat Lemma antecedēs, per constructionem enim quæcumque ipsis, A E, I O, parallelæ, in

figuris, GBD, QkN, conceptæ integræ ſunt. Et ſi illa maior, vel minor eſt, &c. etiã cylindricus cylindrico maior, vel minor eſt, &c. ideò prima ad ſecundam erit, vt tertia ad quartam. Nempè vt baſes, GBC, QKL, ità erunt ipſi cylindrici, GBC, QKL, Cylindrici ergò æquealti, & in huiuſmodi baſibus conſtituti, inter ſe ſunt vt baſes. Quod demonſtrare opus erat.

## LEMMA IX.

CYlindrici æquealti, & in baſibus quibuſcunq; planis figuris conſtituti, inter ſe ſunt vt baſes.

Sint duę quæcunque planæ figuræ, KBI, PΔπR, in quibus tanquam in baſibus ęquealti cylindrici quomodocunq; intelligantur conſtituti. Dico eoſdem inter ſe eſſe, vt dictas baſes. Tangant eaſdem figuras planas rectæ, ABC, Δπ,




quæ tanquam regulæ ſumantur, quibus concipiantur ductæ parallelæ quæcunque partem ambitus earumdem tangere poſſunt, vt in figura, kBI, rectæ, DEΓ, GHI, LkM, & in figura, PΔπR, rectæ, YZ&, TVX, OQRS, PΩ, per quas ſcindentur in fruſta, in quibus ductæ quæcunq; ipſis regulis, AC, Δπ, parallelæ integræ erunt. Si enim aliqua non eſſet integra, bis ſaltem poſſet ambitui figuræ interius occurrere, vndè poſſet duci tangens portionem ambitus illis duobus occurſibus interceptam, per Lemma 3. Prop. Primæ Lib. Septimi

ptimi

ptimi Geo. Ind. ponuntur autem ductæ quæcunque sunt vt sic ducibiles, ergò non alia duci potest, & reliquæ in frustis ductæ integræ erunt. Estò igitur quod figura, KBI, in talia frusta quatuor secta fuerit, quæ sint, K G H, G D E H, IEΓ, DBΓ: & figura, PΔΠR, in frusta sex, nempè, POQ, OTVQ, RVX, TYZ&X, YΔZ, ZΠ&. Traiectis ergò planis per rectas, DΓ, GI, TZ&, TVX, O Q R S, & per latera cylindricorum, K BI, PΔΠR, secabuntur & ipsi cylindrici in cylindricos prædictis frustis, tanquam basibus, insistentes. Exponatur verò seorsim figura plana quæcumque, N, sed talis conditionis, qualem postulat Lemma antecedens: in qua cylindricus eiusdem altitudinis cum prædictis constitutus intelligatur. Ergò per lemma antecedens cylindricus, K GH, ad cylindricum, N, erit, vt basis, K GH, ad, N. Similiter cylindricus, G D E H, ad, N, erit, vt, GDEH, ad, N. Et eadem ratione ostendemus cylindricum, I E Γ, ad, N, esse, vt, IEΓ, ad, N; vt & cylindricum, DBΓ, ad, N, esse, vt, DBΓ, ad, N. Vndè per 24. Quinti Elem. concludemus hos quatuor cylindricos, hoc est cylindricum, k B I, ad cylindricum, N, esse vt basim, KBI, ad, N. Erit verò cylindricus, N, ad cylindricum, O P Q, vt basis, N, ad basim, O P Q; & idem ad cylindricum, O T V Q, vt eadem basis, N, ad basim, O T V Q, & sic conferendo cylindricum, & basim, N, cum reliquis cylindricis, ac eorum basibus, quæ sunt reliqua frusta figuræ, PΔΠR, nempè, R V X, T Y Z & X, YΔZ, ZΠ&, tandem concludemus cylindricum, N, ad hos omnes cylindricos, seu ad integrum cylindricum, PΔΠR, esse, vt, N, ad figuram, PΔΠR. Sed & cylindricus, KBI, ad cylindricum, N, ostensus est esse, vt figura, KBI, ad figuram, N. Ergò ex æquali cylindricus, KBI, ad cylindricum, PΔΠR, erit, vt basis, KBI, ad basim, PΔΠR. Cylindrici ergò æquealti, & in basibus quibuscumque planis figuris constituti, inter se sunt, vt bases. Quod ostendere opus erat.

 SCHO-

## SCHOLIVM.

HOc ostenso, nequaquam mihi prætereundum videtur, si quilibet cylindricus plano secetur oppositis basibus æquidistante, posse demonstrari sectas partes esse inter se, vt partes lateris cylindrici, quæ insimul per idem planum secantur. Hoc enim ad modum, quo ostenditur Prop. 13. Duodecimi Elem. de cylindricis, facilè obtinebitur per æque multiplicium sectarum partium sumptionem: & per hanc veritatem, quæ ex hoc ant. Lemmate pendet, nempè, quod æquealti cylindrici, & in eadem, vel æqualibus basibus constituti inter se sunt æquales. Hoc autem, cum facilè demonstratu sit, à me breuitatis causa hic prætermittitur, & tanquã demonstratum recipitur. Ex quo denique colligi posset quoscunque cylindricos in eadem, vel æqualibus basibus stantes, esse inter se, vt eorumdem altitudines.

## COROLLARIVM.

EX hoc ergò Lemmate patet posteriorem partem Propositionis Primæ Libri Septimi, vt & Propositionem tertiam eiusdem Libri, quoad cylindricos veram esse.

## XXI.

*Hucusque cylindricis iuxta hanc rationem satisfactum est. Vt verò innotescat posteriorem partem Propositionis Primæ Lib. Septimi, & Prop. 3. etiam iuxta hunc modum verificari circa alia solida, & præcipuè circa illa, quæ in dicta Geometria Ind. vt plurimum considerantur, subsequentia quoque Lemmata, & Annotationes hic super adduntur.*

## LEMMA X.

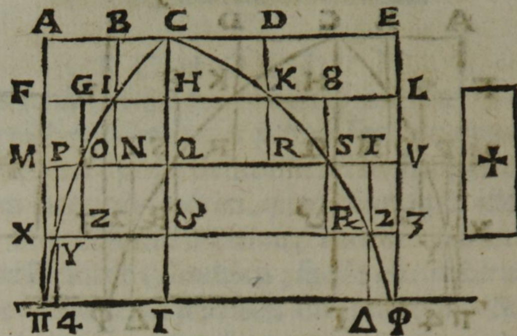
SOlida quæcumq; proportionaliter analoga iuxtà regulas bases, quibus figura ex cylindricis æquealtis cõposita circumscribi, & alia inscribi potest; ità vt circumscripta superet inscriptam oblato quocumque solido: inter se sunt vt bases.

Sint




Sint duo quæcunque ſolida proportionaliter analoga, ΠCΓ, ΓCΦ, iuxtà regulas baſes, ΠΓ, ΓΦ, ( etenim ad figuræ confuſionem euitandam per lineas plana intelligemus, & per has figuras planas ipſa corpora ) quæ ſint inter eadem oppoſita tangentia plana, AE, ΠΦ. Concipiantur autem conſtituti cylindrici in eiſdem baſibus, ΠΓ, ΓΦ, ac in eadem cum ſolidis altitudine, nempè, AΓ, ΓE, & ſit poſſibile ſolidis, CΠΓ, ΓCΦ, figuram circumſcribere, & inſcribere, &c. vt ſupra propoſitum eſt. Dico præfata ſolida eſſe inter ſe, vt baſes, ΠΓ, ΓΦ. Quod vt concludatur, probandum erit cylindricum, AΓ, ad ſolidum, CΠΓ, eſſe vt cylindricus, EΓ, ad ſolidum, CΓΦ. Niſi ergò ità ſit, erit vt EΓ, ad, CΓΦ, ità, AΓ, ad, CΠΓ, addito, vel dempto ab eodem aliquo ſolido: Sit primum addito ſolido, ✠. More ſolito autem circumſcribatur ſolido, CΠΓ, figura ex cylindricis æquealtis compoſita, quæ ſint, BH, GQ, P&, XΓ, & alia inſcribatur ex, IQ, O&, YΓ, pariter compoſita, ità vt circumſcripta ſuperet inſcriptam minori exceſſu, quam eſt ſolidum, ✠: igitur circumſcripta ſuperabit ſolidum, CΠΓ, minori ſolido, quam, ✠, ergò circumſcripta minor erit ſolido, CΠΓ, cum ſolido, ✠, vndè cylindricus, AΓ, habebit maiorē rationē ad figuram circumſcriptam, quam ad ſolidum, CΠΓ, cum ſolido, ✠, hoc eſt, quam cylindricus, EΓ, ad ſolidum, CΓΦ. Nunc ipſi ſolido, CΓΦ, circumſcribatur figura ex cylindricis eiuſdem altitudinis cum prædictis, totque numero, quot ijdem, compoſita, conſtans ex cylindricis, CK, HS, Q2, & Φ. Extenſis verò hinc indè horum cylindricorum baſibus, ſecentur cylindrici, AΓ, ΓE, in æquealtos cylindricos, AH, FQ, M&,

XΓ,




XΓ, CL, HV, Q3, &Φ. Quoniam ergò ſolida, CΠΓ, CΓΦ, ſupponuntur eſſe proportionaliter analoga iuxtà baſes, ΠΓ, ΓΦ, erit vt, ΠΓ, ad, ΠΦ, ità, IH, ad, HK, & ità etiam eſt, FH, ad, HL, ergò erit, FH, ad, HL, vt, IH, ad, HK, & per mutando, FH, ad, HI, erit, vt, LH, ad, HK. Sed vt, FH, ad, HI, ità eſt cylindricus, AH, ad, BH; & vt, LH, ad, HK, ità eſt cylindricus, EH, ad, HD, per Lemma 9. antecedens, nam ſunt cylindrici æquealti: ergò cylindricus, AH, ad, HB, erit, vt cylindricus, EH, ad, HD. Eadem ratione oſtendemus cylindricos, FQ, QL, ad, GQ, Q8, eandem rationem habere, & ſic de reliquis, &c. Et tandem concludemus cylindricos, AH, HM, M&, &Π, hoc eſt cylindricum, AΓ, ad figuram circumſcriptam eandem rationem habere, quam cylindricos, CL, LQ, Q3, 3Γ, hoc eſt cylindricus, EΓ, ad figuram ſolido, CΓΦ, circumſcriptam. Sed cylindricus, AΓ, ad figuram circumſcriptã maiorem rationem habere ſuperius oſtẽſum eſt, quam cylindricus, EΓ, ad ſolidum, CΓΦ, ergò cylindricus, EΓ, ad figuram circumſcriptam ſolido, CΓΦ, maiorem rationem habebit, quam ad ſolidum, CΓΦ, quare figura circumſcripta ſolido, CΓΦ, ipſomet, CΓΦ, minor erit, ſed eſt eodem maior, cum ipſum comprehendat, erit ergò eodem ſolido & minor, & maior, quod eſt abſurdum. Non ergò cylindricus, AΓ, habet eandem rationem ad ſolidum, CΠΓ, (addito illi aliquo ſolido) quam cylindricus, EΓ, ad ſolidũ, CΓΦ. Dico neque, dempto ab eo aliquo ſolido, habere eandem rationem, &c. Si enim fieri poteſt, ſit illud idem ſolidum, ✠, & denuò circũſcribatur, & inſcribatur ipſi, CΠΓ, figura, &c. deſeruiantq; eædem deſcriptæ. Tunc ergò cum circumſcri-

pta

pta superet inscriptam minori solido, quam est, ✠; ipsum solidum, CΠΓ, superabit inscriptam multò minori solido, quam sit, ✠, ergò inscripta erit maior solido, CΠΓ, ab eo dempto, ✠, vndè cylindricus, AΓ, ad figuram inscriptam minorem rationem habebit, quam ad solidum, CΠΓ, dempto, ✠, hoc est, quam cylindricus, EΓ, ad solidum, CΓΦ. Denique inscripta solido, CΓΦ, figura ex cylindricis, HR, QR, & Δ, composita, quæ sint eiusdem altitudinis, & alijs tot, quot componentes inscriptam solido, CΠΓ, ostendemus vt suprà fecimus circà circumscriptas, cylindricum, AΓ, ad figuram solido, CΠΓ, inscriptam esse, vt cylindricus, EΓ, ad inscriptam ipsi, CΓΦ. Sed cylindricus, AΓ, ad figuram solido CΠΓ, inscriptam minorem rationem habere ostensum est, quam cylindricus, EΓ, ad solidum, CΓΦ; ergò idem cylindricus, EΓ, minorem rationem habebit ad figuram solido, CΓΦ, inscriptam, quam ad ipsum solidum, CΓΦ, igitur figura illi inscripta eodem solido maior erit, sed etiam eo minor est, cũ sit inscripta, ergò eodem maior, & minor esset, quod est absurdum. Non ergò cylindricus, AΓ, ad solidum, CΠΓ, habet eandem rationem, quam cylindricus, EΓ, ad solidum, CΓΦ, addito, vel detracto à solido, CΠΓ, aliquo solido. Ergò cylindricus, AΓ, ad solidum, CΠΓ, erit, vt cylindricus, EΓ, ad solidum, CΓΦ, & permutando cylindricus, AΓ, ad cylindricum, ΓE, erit, vt solidum, CΠΓ, ad solidum, CΓΦ, sed cylindrici, AΓ, ΓE, inter se sunt vt bases, ΠΓ ΓΦ, per Lemma 9. antecedens. Igitur & ipsa solida, CΠΓ, CΓΦ, erunt inter se, vt dictæ bases, ΠΓ, ΓΦ. Ergò solida quæcunque proportionaliter analoga, &c. inter se sunt, vt bases. Quod ostendere propositum erat.

## DEFINITIO.

Figuram planam ordinatam voco, quæ sub ambitu eius rationis continetur, vt si in eo duo quælibet puncta sumantur, rectæ eadem iungentis nihil cadat extrà figuram.

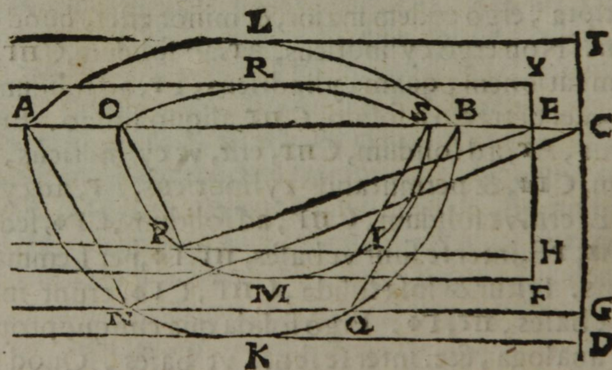
LEM-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# LEMMA XI.

SI expoſita quacunque figura plana ordinata, in eaque ducta qualibet recta linea, vſq; ad illius ambitum hinc indè terminata, ab eadem linea quæcumque portio abſcindatur, à qua tanquam à prædictæ homologa ſimilis, ſimiliterq; figura deſcripta ſupponatur: prior figura poſteriorem cõprehendet.

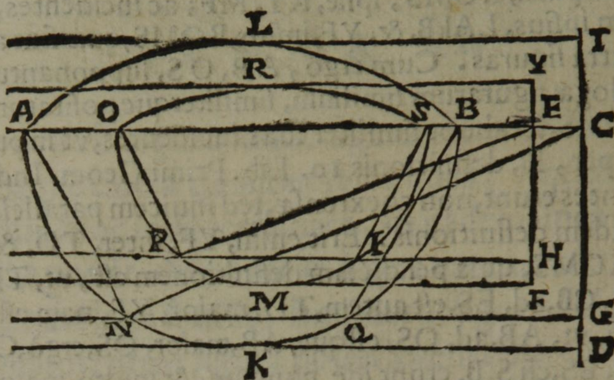
Sit expoſita quæcunque figura plana ordinata, A K B L, in qua ducatur recta, AB, & ab ea ſit abſciſſa quæcumque portio, OS, à qua tanquam ab homologa ſupponatur deſcripta ſimilis, ſimiliterq; poſita figura, ROMS. Dico figuram,




AkBL, figuram, OMSR, comprehendere. Vt hoc probetur, oſtendemus nihil figuræ, ROMS, eſſe extra figuram, LAkB, ad quod ſufficiet demonſtrare nullũ punctum ambitus eiuſdem, ROMS, eſſe extrà figuram, LAKB, patebit namq; ſubindè nihil figuræ, ROMS, poſſe extrà, LAkB, reperiri. Sumatur ergò in ambitu, ROMS: quodcunque punctum, vt, P, dico ipſum eſſe in figura, LAKB. Sint figuræ, LAkB, oppoſitæ tangentes, quæ ſunt regulæ homologarum, ipſæ, LT, KD;

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

KD; & ipsius, ROMS, ipsæ, RY, MF; ac incidentes, TD, quidem ipsius, LAkB, &, YF, ipsius, ROMS, quæ sint assumptæ extra figuras. Cum ergò, AB, OS, supponantur duæ homologæ figurarum similium, similiterque positarum, LAkB, ROMS, secabunt similiter suas incidentes, vt in punctis, E, C, per, D, definitionis 10. Lib. Primi Geom. Ind. quæ incidentes erunt, non coextensæ, sed inuicem parallelæ per, D, eiusdem definitionis. Erit enim, YF, inter, TD, & figuram, ROMS, quia per dictam definitionem est, vt, TD, ad, YF, ità, CB, ad, ES, est autem, TD, maior, YF, nam est, TD, ad, YF, vt, AB, ad, OS, estque, AB, maior, OS, ergò, CB, erit maior, ES, cũ S, B, erunt idẽ punctum, & multò maior erit, CS, ipsa, ES, cum punctum, S, vt figura ostendit, erit aliud à puncto, B; ergò, YF, cadet intrà figuram, ROMS, & ipsam, TD, cum incidentes extrà figuras assumptæ supponantur, & sint ad eandem partem figurarum, quia illæ sunt similiter positæ. Patet ergò ex dictis, YF, non extendi super, TD, sed illi esse parallelam, vt dixi. Per punctum autem, P, rursus producatur, PH, vsque ad incidentem, YF, quam secet in, H, ambitum verò in, I. Sit etiam ducta, NQ, in figura, LAKB, parallela ipsis, LT, kD, regulis homologarum, & subindè ipsis, RY, MF, (quia figuræ sunt similiter positæ) hoc est ipsi, PI, cui sit homologa, quæ & producatur vsque ad incidentem, TD, in, G. Per dictam ergò definitionem 10. ipsæ, TD, YF, secabuntur in punctis, G, H, similiter ad eandem partem, vndè erit vt, TG, ad, GD, ità, YH, ad, HF, & componendo, ac permutando, TD, ad, YF, vt, GD, ad, HF. Eodem modo ostendemus, TD, ad, YF, esse vt, TC, ad, YE, nam, TD, YF, similiter ad eandem partem secantur in punctis, E, C, vt dictum est. Ergò vt, TD, ad, YF, ità erit compositum ex, TC, GD, ad compositum ex, YE, HF, ergò vt, TD, ad, YF, ità erit residuum, CG, ad residuum, EH. Est autem, TD, maior, YF, ergò &, CG, ipsa, EH, maior erit, ergò punctum, P, cadet intrà parallelas, AC, NG. Iungantur nunc puncta, A, N, O, P, rectis, AN, OP, quas dico esse inter se parallelas. Ducantur verò, PE, NC. Erit ergò vt, TD, ad, YF, ità, NG, ad, PH, per dictam definitionem decimam, sed vt, TD, ad, YF, ità probatum est esse, CG, ad, EH, ergò vt, CG, ad, EH,

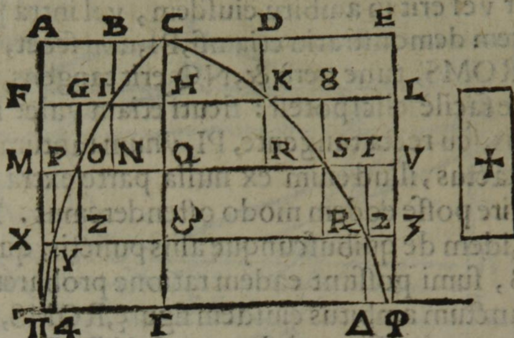



ità erit, NG, ad, PH, & permutando. CG, ad, GN, erit vt EH, ad, HP, & sunt circà æquales angulos, CGN, EHP, (quia ex definitione incidentium ipsæ incidentes cum homologis, seu cum regulis homologarum, faciunt æquales angulos ex eadem parte) latera proportionalia, ergò per 6. Sexti Elem. æquiangula erunt triangula, CGN, EHP, ac similia, & ęquales erunt anguli, GCN, HEP; vndè, ACN, OEP, æqualium, ACG, OEH, residua æquales erunt. Sed & circà hos esse latera proportionalia sic ostendemus. Est enim, AC, ad, OE, vt, TD, ad, YF, seu, vt, CG, ad, EH, & permutando, AC, ad CG, vt, OE, ad, EH, estque, GC, ad, CN, vt, HE, ad, EP, propter similitudinem triangulorum, CGN, EHP, iam ostensam. Ergò ex æquali, AC, ad, CN, erit vt, OE, ad, EP, & sunt anguli, ACN, OEP, æquales, ergò triangula, ACN, OEP, erunt æquiangula, & æquales erunt anguli, CAN, EOP, vndè rectæ, AN, OP, parallelæ erunt. Sicuti si punctum, O, identificaretur ipsi, A, maneret probatum, OP, extendi super, AN. Ità vt quicunque sit casus, vel, OP, erit parallela ipsi, AN, vel illi coextensa. Est autem, AN, non extrà figuram, LAKB, est enim figura ordinata, ergò linea, OP, & subindè punctum, P, non erit extrà figuram ex parte, AN. Eodem modo iunctis, SI, BQ, ostendemus punctum, I, nō exire extrà figuram, LAKB, versus, BQ, ergò multò minus punctum, P, exibit extrà figuram, LAkB, versus, BQ, & est intrà parallelas, AB, NQ, ergò, P, nusquam è figura, LAkB, egredi potest,

test, igitur vel erit in ambitu eiusdem, vel intrà ambitum. Currit autem demonstratio etiamsi, PI, non secèt, sed tangat figuram, ROMS, tunc verò &, NQ, erit tangens, vt ex dicta definitione facilè elici potest: sicuti etiam valet si pro duobus punctis, seu recta tangente, PI, vnum tantum esset punctum contactus, illud enim ex nulla parte extrà figuram, LAkB, exire posse eodem modo ostenderemus. Et quod de puncto, P, idem de quibuscunque alijs punctis, quæ in ambitu, LAkB, sumi possunt eadem ratione probaretur. Ergò nullum punctum ambitus eiusdem figuræ, ROMS, & subindè nihil illius poterit esse extrà figuram, LAkB. Est autem maior, LAkB, ipsa, ROMS, quia, AB, est maior, OS, & per Prop. 15. Lib. Secundi Geo. Ind. restauratam in Annot. Prop. 5. Lib. Septimi, sunt ipsæ figuræ, LAkB, ROMS, in duplicata ratione ipsarum, AB, OS. Ergò, LAkB, necessariò ipsam, ROMS, comprehendet.

## LEMMA XII.

SI exposita quacunque plana figura in basi recta linea, in ea sit quoque parallelogrammum eidem circumscriptum: Rectæ verò in figura ducibiles parallelæ basi integræ sint, & parallelæ lateribus parallelogrammi basi insistentibus, indefinitè productæ nonnisi semel ambitui figuræ occurrant: Et à basi descripta supponatur quæcunque figura ordinata, & erecta, vel inclinata plano expositæ figuræ. Solida ad inuicem similaria genita ex parallelogrammo, & proposita figura iuxtà regulam descriptam à basi figuram ordinatam, erunt inter se, vt alia duo quæcunq; solida, ad inuicem similaria genita ex eisdem iuxtà regulam quamcunq; aliam figuram ordinatam ab eadem basi descriptam.




Videatur Schema Lemmatis 10. in quo sit figura, CΠΓ, in basi recta, ΠΓ, in qua sit & parallelogrammum, AΓ, ipsi, CΠΓ, circumscriptum. Rectæ verò in, CΠΓ, ducibiles parallelæ basi integræ sint, & quæ à quocunque puncto basis, ΠΓ, indefinitè in eadem producentur æquidistantes ipsis, AΠ, CΓ, nonnisi semel ambitui occurrāt. Supponatur autem à basi, ΠΓ, descripta figura plana quæcunque ordinata, erecta, vel inclinata plano, CΠΓ, in qua tanquam in basi insistant duo solida ad inuicem similaria genita ex parallelogrammo, AΓ, & figura, CΠΓ, (quæ sint solida similaria, vt declaratur Lib. 2 Geom. Ind. ad, B, definitionis octauæ, quæ definitio explicatur quoque per plana numero finita Lib. Septimo in Annot. Prop. 22. iuxtà quam explicationem & hic solida similaria intelligentur) hoc est talia, vt si ducatur quodcunque planum eadem secans, & figuræ, ΠΓ, æquidistans, vt ex gr. planum secans parallelogrammum, AΓ, in recta, MQ, & figuram, CΠΓ, in recta, QO, productæ in solidis figuræ sint similes figuræ descriptæ à, ΠΓ, similiterq; positæ, & earum lineæ, vel latera homologa ipsæ, MQ, QO. Dico solidū similare genitum ex parallelogrammo, AΓ, ad sibi similare genitum ex figura, CΠΓ, regula figura descripta à, ΠΓ, esse vt solidum quodcunque aliud genitum ex eodem parallelogrammo, AΓ, ad solidum sibi similare genitum ex eadem, CΠΓ, iuxtà regulam aliam quamcunque figuram ordinatam à basi, ΠΓ, descriptam. Supponamus ex. gr. descriptum à, ΠΓ, triangulum æquilaterum erectum ipsi, AΓ, & pentagonum æquilaterum, & æquiangulum pariter ipsi erectum. Erunt ergò

duo

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

duo solida similaria genita ex parallelogrammo, AΓ, cylindrici, quod probabitur eodem modo, quo hoc demonstratur in Prop.34. Lib.Geo. Ind. vice omnium figurarum substitutis quotcunque figuris, &c. Dico solido similari genito ex, CπΓ, tam iuxtà regulam triangulam æquilaterum, quam quod fit iuxtà regulam pentagonum descriptum à, πΓ; figuram ex cylindricis æquealtis circumscribi, & aliam inscribi posse, ità, vt circumscripta superet inscriptam excessu quouis oblato solido minore. Ductis enim planis parallelis altitudinem ipsorum solidorum, vt CΓ, & ipsius residua, vt moris, est bissecantibus, quemadmodum in dicto Lemmate 10. effectum est, & vt in schemate conspicitur, manifestum est deueniri posse ad cylindricum, vt, XΓ, minorem proposito solido, vt ipso, ✠. Pariter ex dictorum planorum sectione fiunt duæ figuræ planæ, vna quidem circumscripta spatio, CπΓ, & alia eidem inscripta, vt apparet in figura; namque æquidistantes ipsi basi, πΓ, in ipsa figura, CπΓ, integræ sunt, & æquidistantes ipsis, CΓ, πA, nonnisi semel occurrunt ambitui, πC, ità vt lineæ, 4Y, ZO, NI, non sint extrà, &, PY, GO, BI, non sint intrà figuram, CπΓ; vndè figura ex parallelogrammis, BH, GQ, P&, XΓ, composita est circumscripta; & ex parallelogrammis, YΓ, O&, IQ, est inscripta spatio, CπΓ. Si ergò regula triangulo æquilatero descripto à, πΓ, intelligantur solida similaria genita ex parallelogrammis, BH, GQ, P&, XΓ, figuræ circumscriptæ; & his similia solida genita iuxtà eandem regulam, ex parallelogrammis inscriptæ; ista similaria solida erunt cylindrici, vt superius ex Prop.34. Lib.Secundi Geom. Ind. indicatum est. Cylindrici ergò figuræ circumscriptæ superabunt cylindricos inscriptæ, cylindrico, XΓ, namq; cylindricus, BH, æquatur ipsi, IQ, & GQ, ipsi, O&, &, P&, ipsi, YΓ, qui tandem cum residuo ipsius cylindrici, XΓ, componit ipsum cylindricum, XΓ. Superabit ergò solidum circumscriptum ipsum inscriptum cylindrico, XΓ, hoc est minori excessu, quam sit solidum, ✠. Quod verò compositum ex cylindricis figuræ circumscriptæ spatio, CπΓ, sit circumscriptum, ac comprehendat solidum similare genitum ex, CπΓ, compositum verò ex cylindricis figuræ inscriptæ sit inscriptum, ac comprehendatur ab eodem solido,

lido, deducetur ſic ex Lemmate antecedenti. Sicuti enim ex.gr.triangulum æquilaterum deſcriptum ab,X&, comprehendit triangulum æquilaterum deſcriptum ab, &Y, per Lemma ant.cum illud ſit figura ordinata, &, Y&, portio ipſius, X&, ſicuti quod fit ab,Y&, eadem ratione comprehendet,quod fit ab,&Z; hoc verò, traiecto vbicunque plano figuræ à,ΠΓ,deſcriptæ æquidiſtante, ſemper verificatur. Ergò compoſitum ex cylindricis figuræ ſpatio, CΠΓ, circumſcriptæ comprehendit ſolidum ſimilare genitum ex, CΠΓ; compoſitum verò ex cylindricis inſcriptæ ab eo comprehēditur. Solidum ergò ſimilare genitum ex figura,CΠΓ, iuxtà regulam triangulum æquilaterum, tale eſt, quale poſtulat Lemma 10. Huiuſmodi verò eſſe ſolidum ſimilare genitum ex eadem figura iuxtà regulam pentagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcriptum à,ΠΓ,oſtēdemus eodem modo; iuxtà quas regulas ſunt proportionaliter analoga, quia ex. gr.vt triangulum,ΠΓ, ad ipſius pentagonum, ità eſt triangulum,Y&,ad ipſius pentagonum,& ſic in cæteris. Erunt ergò inter ſe dicta ſolida, vt dictæ baſes, triangulum nempè, & pentagonum. Sed in ratione earumdem baſium ſunt quoq; duo cylindrici geniti ex,AΓ,iuxtà eaſdē regulas,hoc eſt priſma triāgulare,& pētagonale per Lēma 9.Ergò erit vt ſolidū ſimilare genitū ex,AΓ,ad ſibi ſimilare genitū ex,CΠΓ, iuxtà regulā triangulū æquilaterū deſcriptū à,ΠΓ;ità ſolidum ſimilare genitum ex eodē, AΓ, ad ſibi ſimilare genitum ex eadem figura,CΠΓ,iuxtà regulam pentagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcriptum à, . ΠΓ Patet ergò propoſitū, &c.

COROL-

## COROLLARIVM I.

EX hoc manifestum est posteriorem partem Propositionis Primæ Libri Septimi, vt & Prop. Tertiam eiusdem Libri, etiam quoad huiusmodi solida similaria verificari, quæ gignuntur ex figura habente conditiones ipsius, CΠΓ. Has verò habent ferè omnes figuræ in Lib. Secundo consideratæ, cum sint triangula, vel trapezia, quæ sunt parallelogrammis (quos patet gignere cylindricos, & de quibus iam dictū est) inscriptibilia. Similiter huiusmodi sunt figuræ assumptæ in Lib. 3. 4. & 5. cum plerumque sint circuli, vel sectiones conicæ, aut earum portiones, &, CΓ, ΓΠ, vel sint bases, aut diametri earundem, seu ipsis æquidistantes.

## COROLLARIVM II.

QVæcunque ergò ex illis supponatur esse, CΠΓ, cum ostensa fuerit ratio alicuius solidi similaris geniti ex, AΓ, ad similare genitum ex, CΠΓ, iuxtà regulā figuram à basi, ΠΓ, descriptam (vt si, ΠΓ, describat quadratum, ostensa ratione solidi similaris geniti ex, AΓ, hoc est quadrati solidi ipsius, AΓ, vt illud voco Lib. 7. Prop. 11. ad def. A, & Propos. 21. ad solidum sibi similare genitum ex, CΠΓ, iuxtà eandem regulam quadratum ipsius, ΠΓ, hoc est ad quadratum solidum figuræ, CΠΓ,) illicò per hoc Lemma patet eandem rationem habere quæcunque alia solida ad inuicem similaria genita ex ijsdem figuris, iuxtà regulam quācunque figuram ordinatam descriptam à, ΠΓ. Modo ei, qui dictam Geometriam Indiuisibilium perlustrarit, manifestum fiet in methodo Indiuisibilium consuetum semper esse reperire, quam rationem habeant omnia quadrata, AΓ, ad omnia quadrata, CΠΓ: Et in Lib. 7. vice proportionis omnium quadratorum, quæri proportionem quadrati solidi, AΓ, ad quadratum solidum, CΠΓ, iuxtà regulam, semper intellige, quadratum, ΠΓ. Vndè in omnibus illis transferri poterit inuenta ratio ad quæcunque alia solida ad inuicem similaria genita ex ijsdem figuris (quarum altera est semper paral-

lelogram-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

lelogrammum) iuxtà regulam figuram quamcunque ordinatã à basi figuræ descriptã, vt & sup. in Notis. Quæ omnia facilè patet etiã verificari, si vice figuræ, ΠCΓ, cõem angulũ, CΓΠ, cum parallelogrãmo habentis, eligeretur figura, vt ΠCΦ, in basi, ΠΦ, cui esset circumscriptum parallelogrammum, vt, AΦ, reliquas habens conditiones superius enarratas. Nempè si esset semicirculus, vel semi ellipsis, parabola, hyperbola, vel eorum portio, &c. eadem pro ipsis quoque subintelligi deberent.

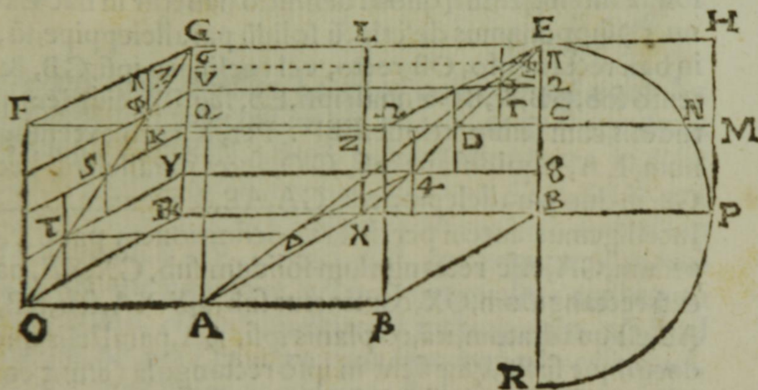
## ANNOTATIO I.

HIs intellectis superest, vt explicetur quomodo quadratorum solidorum duarum figurarum, quales in eodem schemate supponuntur, AΓ, CΠΓ, proportio per hic ostensa, seu per ea, quæ in Libro Septimo non pendent neque à Methodo Indiuisibilium, neque à posteriori parte Propositionis primæ, seu à Propositione tertia eiusdem Libri haberi possit. Prius ergò, CΠ supponatur esse recta linea, vt CΠΓ, sit triangulum rectilineum. Si ergò à, ΠΓ, describatur qualecunq; triangulũ, & quomodocunq; plano, AΓ, inclinatum, solidum similare genitum ex, AΓ, erit prisma basim habens triangularem; & genitum ex triangulo, CΠΓ, communi regula triangulo facto à, ΠΓ, erit pyramis, quod ex Prop. 34. Lib. pr. vt superius in Lemmate 12. dicebatur, elici potest. Sed ex Duod. Elem. Prop. 7. dictũ prisma triplum est dictæ pyramidis, & ex ostensis quoque in Exerc. ant. num. 17. ergò & quæcunq; solida similaria ex ijsdem genita, iuxtà communem regulam figuram quamcunque ordinatam à, ΠΓ, descriptam, sic se habebunt. Vndè nedum quadratum solidum ipsius, AΓ, triplum erit quadrati solidi ex, CΠΓ, geniti, vt hic probare intendimus, sed & quilibet cylindricus genitus ex, AΓ, triplus erit pyramidis genitæ ex triangulo, CΠΓ; in basi communi regula figura descripta à basi, ΠΓ, ijsdem existentibus. Immo & quicunque alius cylindricus in eadem basi, & altitudine cum prædicto (cum sit illi æqualis per Lemma 9.) illius pyramidis triplus erit.

ANNO-

## ANNOTATIO II.

NOn sit verò, Cπ, recta linea, sed quæcunque alia ex consideratis in Libro 3. 4. & 5. Geo. Ind. hoc est circuli circumferentia, vel coni sectio, videndum ergò remanet quomodo haberi possit proportio quadrati solidi, AΓ, ad quadratum solidum genitum ex, CπΓ. Sufficiet verò hoc in vna Propositione declarare, etenim in reliquis eiusdem conditionis similem procedendi modum adhibendum

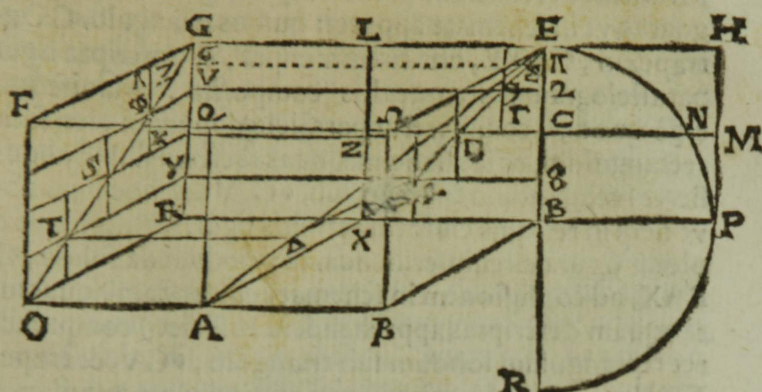



esse intelligemus. Assumatur ergò Schema Prop. 20. Lib. 7. Geo. Ind. circà quod videbimus quomodo haberi possit ratio quadrati solidi, HB, ad quadratum solidum semiportionis circuli, vel ellipsis, EPB, regula, BP. Supponatur autem hic quoque illius constructio, immò videns prius Lector illam Proposit. ex ea intelliget rectangulum solidum sub parallelogrammis, GX, XE, in circulo esse æqualiter, & in ellipsi, proportionaliter analogum quadrato solido, HB, regula, ℞P. Et rectangulum solidum sub trapezio, G℞XE, & triangulo, EXB, regula eadem, ℞P, in circulo esse æqualiter, in ellipsi verò, proportionaliter analogum quadrato solido, EBP. Ibi enim ostenditur ex. gr. rectangulum, QZC, æquari quadrato, CM, seu, in ellipsi, ad illud esse, vt rectangulum, ℞XB, ad quadratum, BP. Similiterque rectangulum, QDC, probatur æquari quadrato, CN; in ellipsi verò, esse

V ad il-

ad illud, vt rectangulum, ℞XB, ad quadratum, BP. Ex quibus concluditur ea eſſe vt baſes per poſteriorē partem Propoſitionis primæ, & ideo rectangulum ſolidum ſub, GX, XE, ad rectangulum ſolidum ſub trapezio, G℞XE, & triangulo, EXB, infertur eſſe, vt quadratum ſolidum, HB, ad quadratum ſolidum, EBP, cum reliquis, quæ ibidem habentur. Verum quia hæc 4. ſolida æqualiter, ſeu proportionaliter analoga, eſſe proportionalia, probatur ex poſteriori parte Prop. primæ, & ex Prop. tertia, ideò opus eſt hoc aliter nunc confirmare. Vt ergò id fiat, & vt melius dicta rectangula ſolida intelligantur (quorū definitio habetur in hac Exercit. nu. 5.) ſupponamus deſcriptū ſolidū paralleleppipedū, Gβ, in baſi rectangulo, OB, recto, vel inclinato ipſi, GB, & contento ſub, ℞B, &, Bβ, æquali ipſi, EB, ſeu, BX, eiuſdemq; altitudinis cum ſemiportione, EBP. Per, X, verò extenſum planum, LA, æquidiſtans ipſi, GO, ſecet parallelepippedum, Gβ, in duo parallelepippeda, GA, AE, & iūgantur, OG, AE. Intelligemus autem per dictam definitionem parallelepippedum, GA, eſſe rectangulum ſolidum ſub, GX, XE, nam ſicuti rectangulum, OX, continetur ſub, ℞X, XA, ſeu, XB, nam AB, eſt quadratum, ità, eò planis ipſi, ℞A, parallelis quomodocunque ſecto, quæ fient in ipſo rectangula (erunt enim ſimilia, & ſimiliter poſita ipſi, ℞A, per Cor. Prop. 12. Lib. pr. eiuſdem Geo. Ind.) continebuntur ſub parallelis ipſi, ℞B, in, GX, XE, figuris per dicta plana deſignatis. Eadem ratione innoteſcet ſolidum in baſi, ℞A, duobuſq; triangulis, GO℞, EAX, & duobus trapezijs, GOAE, G℞XE, concluſum, eſſe rectangulum ſolidum ſub trapezio, G℞XE, & triangulo, EXB, regula cum præfato ſolido communi exiſtente baſi, ℞A, ſeu rectis, O℞, ℞B; quia latera continentia rectangula in ipſo ab æquidiſtantibus ipſi, ℞A, planis producta ſunt in trapezio, G℞XE, & triangulo, EXB. Eſtò enim quod ab vno quocunque dictorum planorum fiat in ſolido, GO℞E AX, figura, YTΔ4. Quoniam ergò, TY, Δ4, ipſis, O℞, AX, &, TΔ, Y4, ipſis, ℞X, OA, parallelis æquidiſtant, illæ erunt inter ſe parallelæ, æqualeſq; angulos ſubiectis angulis, hoc eſt rectos continebunt, per Prop. 10. Vndec. Elem. ergò, YΔ, erit rectangulum contentum ſub, Y4, 4Δ, ſeu 48, nam iſtæ

adæ-




adæquantur, cum eandem habeant rationem ad æqua les AX, XB, nempè quam habet, 4E, ad, EX, vt ex Proposit. 4. Sexti Elem. elici potest. Ergò iuxtà demonstrata in dicta Prop. 20. Septimi Libri Geo. Ind. solidum, GO℞EAX, erit in circulo æqualiter, & in ellipsi proportonaliter analogum quadrato solido, EBP. Sicuti, GA, rectangulum solidum sub, GX, XE, erit æqualiter, vel proportionaliter analogum quadrato solido, HB, ad illudque, vt rectangulum, ℞XB, ad quadratum, BP, per Lemma 9. quia sunt æquealti cylindrici, & ideò inter se vt bases, quod serua. Reliquum est vt ad rem nostram probemus solida, GO℞EAX, & quadratũ solidum, EBP, inter se esse vt bases. Hoc verò illicò patebit si ostendamus illis conuenire posse, quod postulat Lemma 10. quod hac ratione nunc demõstrabimus. Sit seorsim positũ quodcunq; solidum, quod vocetur, ✠, opportet ostendere præfatis solidis circumscribi, & inscribi posse figuram ex cylindricis æquealtis compositam, ità vt circumscripta superet inscriptam minori excessu, quam est, ✠. Ducantur more solito plana ipsi, OB, æquidistantia, quibus secetur parallelepippedum, GB, in parallelepippeda æqualis altitudinis, quorum vnumquodque, & subindè, Yβ, vnum ex illis, sit minus, ✠. Estò autem quod dicta plana insimul secuerint rectas, GO, G℞, EX, EB, in punctis, Φ, S, T; V, Q, Y; 3, D, 4; 2, C, 8, & per puncta, Φ, S, T; 3, D, 4, producantur ipsi, G℞, æquidistantes rectæ lineæ vsq; ad proximas hinc indè



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

parallelas à secantibus planis in ipsis figuris, F℞, ℞E, designatas, vt in schemate apparet: quibus triangulo, GO℞, & trapezio, G℞XE, erit circumscripta, & inscripta figura ex parallelogrammis æquealtis composita. Manifestum est ergò quod, si compleretur parallelepippedum, seu solidum rectangulum, cuius habemus duas facies, ΦG, VE, hoc est si fieret rectangulum solidum, sub, ΦG, VE, (hoc verò non fit, vt neq; in reliquis eiusdem rationis figuris, nempè non completur figura circumscribenda, & inscribenda solido, GO℞EAX, ad confusionem in schemate euitandam, quas mente tanquam descriptas apprehendere sufficiet) comprehenderet rectangulum solidum sub triangulo, ΦGV, & trapezio, EGV3. Traiecto enim in his solidis vbicunque plano ipsi, ℞A, parallelo, vt faciente ex.gr. rectas, πΣ6, 67λ, perspicuũ est, cum, Σ6, sit portio ipsius, 6π, & 76, ipsius, 6λ, rectãgulum sub, λ6, 6π, comprehẽdere rectangulum sub, 76, 6π: ex quo & rectangulum solidum sub, Φ G, VE, comprehendere rectangulum solidũ sub triangulo, GΦV, & trapezio, GV3E, concludemus. Eadem ratione ostendemus rectangulum solidum sub, SV, Q3, comprehendere quod fit sub trapezio, VΦSQ &, VQD3, & sic in reliquis huiusmodi procedemus. Simili verò ratione demonstrabitur rectangulum solidum sub, Φ Q. V D, comprehendi ab eo, quod fit sub trapezijs, SΦVQ. VQD3, & sic fiet in reliquis huiusmodi. Tandem enim solido, GO℞EAX, intelligemus circumscriptam esse figuram, & aliam inscriptam, ex dictis rectangulis solidis, & æquealtis compositam (quæ sunt parallelepippeda) quam inscriptã sic probabimus excedi à circumscripta minori excessu, quam sit, ✠. Etenim rectangulum solidum sub, 2 G, GΦ, (pars dicti excessus) æquatur rectangulo solido sub, 2Q, QΦ, cum hæc rectangula plana illis sint æqualia, quod serua. Huic enim si addamus excessum rectãguli solidi sub, 3Q, VS, spectantis ad figuram circumscriptam, super rectãgulum solidum sub, DV, QΦ, spectantis ad inscriptam, fiet rectangulum sub, CV, VS, quod sic probo. Nam per Prop. 15. Lib. Septimi Geo. Ind. quæ non pendet à priori parte Prop. primæ, neque à Prop. tertia, rectangulum solidum sub, 3Q, tanquam figura indiuisa, &, VS, tanquam diuisa per rectam,

cta m, K♦, æquatur rectangulis solidis sub, 3 Q, Q♦, & sub, 3Q, 5♦. Sed per eandem Prop. rectangulum solidum sub, 3Q, diuisa in figuras, DV, D3, & sub indiuisa, Q♦, æquatur rectangulis solidis sub, 3D, Q♦, & sub, DV, Q♦, vndè sublato quod fit sub, DV, Q♦, ex eo, quod fit sub, 3Q, VS, remanebit quod fit sub, 3D, Q♦, seu sub, 3C, Q♦, (nam parallelogrãma, D3, 3C, sunt ęqualia quippè quę sunt ęquealta, & in basibus æqualibus, DΓ, ΓC, cum sint æquales ipsæ, D3, 3E, quia sunt cum æqualibus, C2, 2E, proportionales per 2. Sexti Elem.) aut sub, 3C, ♦S, (cum sint pariter æqualia hæc parallelogramma, S♦, ♦Q, & in eisdem parallelis) vna cum eo, quod fit sub, 3Q, ♦S, quæ simul componunt per dictam Prop. 15. Lib. 7. rectangulum solidum sub, 2Q, ♦S. Huic verò si iunxerimus seruatum rectãgulum solidum sub 2Q, Q♦, componetur per eandem Prop. 15. Lib. 7. rectangulum solidum sub, 2Q, VS, vt dicebatur. Porrò eodem modo ostendemus, quod fit sub, 8Q, ST, esse excessum rectanguli solidi sub, DY, QT, circumscripti, super rectangulum sub, 4Q, YS, inscriptum. Cui si iungamus rectangulum solidum sub, 8Q, YS, (quod est æquale ei, quod fit sub, 2Q, VS, prius collecto) componetur rectangulum solidum sub, 8Q, QT, seu sub, BY, ℞T. Et huic tandem iũcto, quod fit sub, BY, TO, (quod, vt suprà factum est, ostendemus esse excessum eius, quod fit sub, 4℞, YO, super illud, quod fit, sub, XY, ℞T,) conficiemus rectangulum solidum sub, BY, YO, æquale omnibus præfatis excessibus simul collectis. Ex quo patebit figuram circumscriptam solido, GO℞EAX, excedere inscriptam, ipso parallelepippedo, Yβ, hoc est minori excessu, quam sit, ✠.

Quo verò ad quadratum solidum semiportionis, EBP, patet ipsi figuram ex quadratis solidis, seu parallelepippedis æquealtis compositam circumscribi posse, & aliam inscribi, ità vt circumscripta superet inscriptam minori excessu, quocunque oblato solido. Hoc enim ad modum Lemmatis 12. ostẽdetur, seu id ex eo colligi põt, sunt. n. integræ, quæ sunt ducibiles ĩ figura, EBP, parallelę ipsi, BP: parallelæ verò ipsi, ER, nõnisi semel occurrũt ambitui, ENP, vt ex Conicis facilè ostẽdi põt; quæ sunt cõditiones in ipso Lemm. 12. postulatæ.

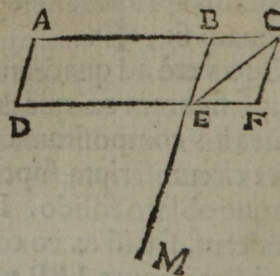


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Denique per Lemma 10. patebit idcircò solidum, G O ℞ EAX, seu rectangulum solidum sub trapezio, G℞XE, & triãgulo, EXB, ad quadratum solidum semiportionis, EBP, esse vt basis ad basim, hoc est vt rectangulum, ℞XB, ad quadratum, BP: hoc est vt parallelepippedum, GA, seu rectangulum solidum sub, G X, XE, ad quadratum solidum, EP. Sunt ergò hæc quatuor solida proportionalia. Quapropter cum in Prop. 16. Lib. 7. ostensum fuerit rectangulum solidum sub, GX, XE, ad rectangulum solidum sub trapezio, G℞XE, & triangulo, EXB, esse vt, ℞X, ad compositam ex dimidia, ℞X, & sexta parte, XB; liquet etiam quadratum solidum, HB, ad quadratum solidum, EBP, esse in eadem ratione, hoc est, vt, R B, ad compositam ex dimidia, R B, & sexta parte, B E, vt in Prop. 20. eiusdem Lib. 7. pariter demonstrare intentum fuit.

Consimili verò modo, præsuppositis ijs, quæ habentur in Prop. 16, 17, 18, 19, per hanc circumscriptionem, & inscriptionem, &c. quæ Prop. 20. subsequuntur, ac per eadem ibi absoluuntur, compleri posse, ad huius imitationem poterit studiosus intelligere. Cuius industriæ, ne longior sim, à me relinquuntur, si circà posteriorem partem Prop. primæ, & Prop. tertiam, adductæ in eodem Lib. sept. demonstrationes illi non satisfaciant, velitque de illarum veritate in his quoque certior fieri.

## ANNOTATIO III.




SVpersunt adhuc examinandæ Propositiones, 16, 17, 18, & 19, eiusdem Lib. 7. à quibus prædicta pendent, circà quas videndum est num subsistant, etiam per tantum hic ostensa. Videatur ergò Schema Proposit. 16. (quod hic denuò exponimus) eiusq; demonstratio, in qua assumitur rectangulum solidum sub, A E, E C, ad rectangulum solidum sub, AE, & triangulo, BEC, regula, DF, esse, vt BF, ad, BEC.

Pendet

Pendet autem hoc ex huiusmodi veritate, quod nempè cylindrici æquealti, (sunt enim rectãgula solida sub, AE, EC, & sub, AE, & triangulo, BEC, æquealti cylindrici per Prop. 13. eiusdem Lib. 7. ipsiusque Cor. 1.) sint inter se, vt bases, quod probatum est in Lemmate 9. Porrò ex eadem veritate pendet quoque rectangulum solidum sub, AE, EC, ad quadratum solidum, EC, esse vt rectangulum, DEF, ad quadratum, EF. Et tandem quadratum solidum, EC, sexcuplum esse rectanguli solidi sub triangulis, BEC, EFC, infertur ex eo, quod sit triplum quadrati solidi, tam trianguli, BEC, quã CEF, quod patuit in superiori Annot. prima. Cætera verò pendent ex Prop. 15. eiusdem Lib. 7. de qua in sequenti Annot. dicendum est. Non dissimili ratione autem intelligemus pariter, & sequentes ibi Propositiones, 17, 18, &, 19, subsistere per hic tantum ostensa, cum per similia his, quæ attigimus circà Prop. 16. & ipsę procedant.

## ANNOTATIO IV.

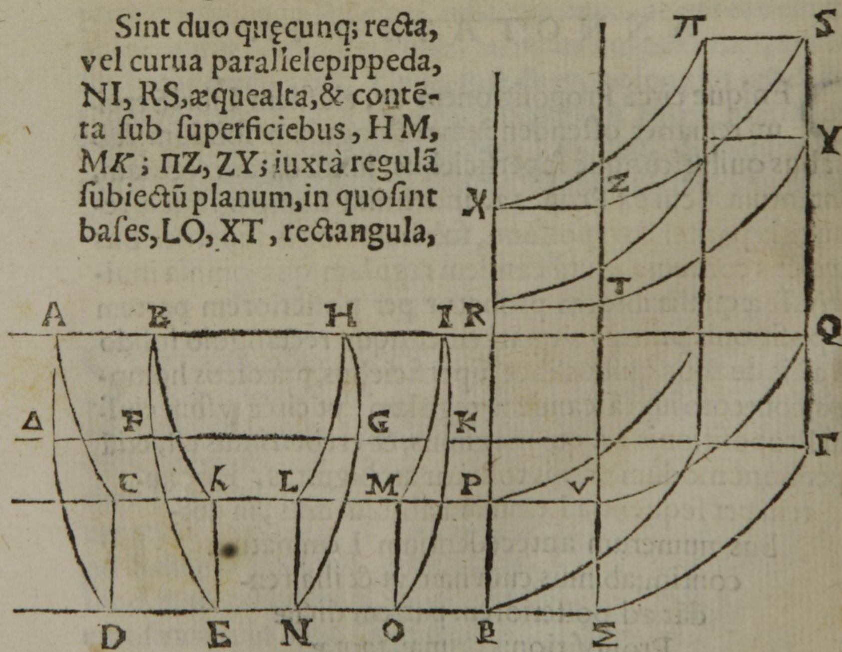
DEnique circà Propositionem 15. eiusdem Libri Septimi remanet ostendendum rectangulum solidum sub duabus quibuscunque superficiebus, iuxtà datam regulam, contentum (cui ex Prop. 12. indefinita numero solida rectangula pariter dari possunt, sub homologis superficiebus prædictis contenta iuxtà eandem regulam, quæ omnia inuicem esse æqualia ibidem probatur per posteriorem partem Propositionis primæ) æquari cuicunque rectangulo solido sub alijs duabus quibuslibet superficiebus, prædictis homologis, contento iuxtà eandem regulam: vt circà vsum eiusdem Propositionis 15. qui maximus, & creberrimus est, etiã per hunc modum omnis tollatur ambiguitas. Hoc autem per sequentia Lemmata absoluemus, in quibus numerum antecedentium Lemmatum continuabimus cum hæc, vt & illa, tendãt ad posteriorem partem dictæ Propositionis primæ, tantæ molis extat, pariter confirmandam.

LEM-

## LEMMA XIII.

Rectangula solida sub superficiebus iuxtà datam regulam contenta, quæ sint parallelogramma rectilinea, seu curuilinea, vel eisdem homologæ, dicantur parallelepippeda recta, vel curua, prout continentes superficies erunt planæ, vel curuæ. Hæc ergò si sint in eadem altitudine, & in basibus rectangulis sub æqualibus lateribus comprehensis, quorum planum sit regula, sintque latera lateribus parallela, vel sibi in directum constituta: inter se æqualia erunt.

Sint duo quęcunq; recta, vel curua parallelepippeda, NI, RS, æquealta, & contẽta sub superficiebus, HM, MΚ; ΠZ, ZY; iuxtà regulã subiectũ planum, in quo sint bases, LO, XT, rectangula,



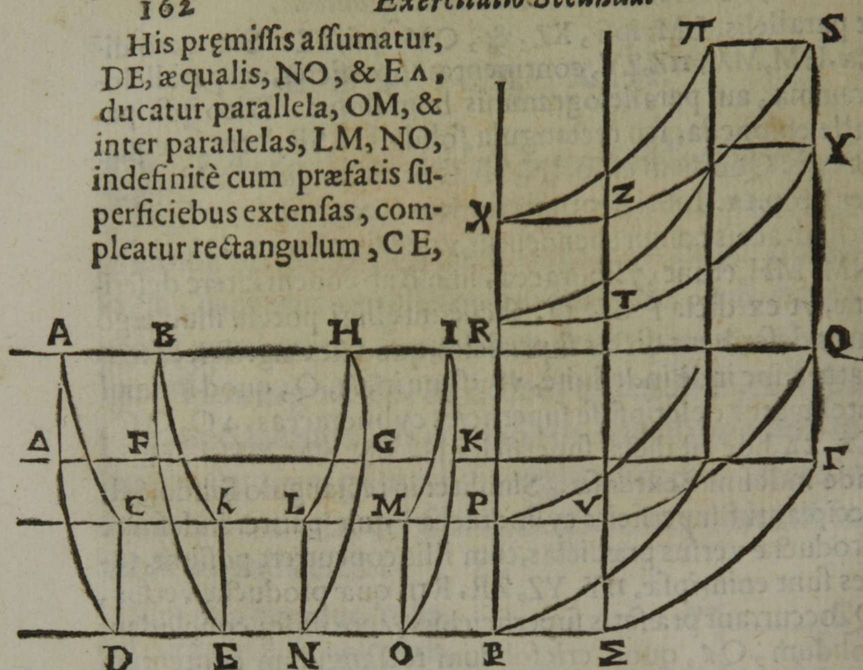

cõprehensa rectis, LM, MO; XZ, ZT; existentibus æqualibus, & paral-

& parallelis, LM; ipsi, XZ; &, OM, ipsi, TZ. Sint verò dictæ, HM, MK; ΠZ, ZY, continentes superficies, vel parallelogramma, aut parallelogrammis homologæ. Dico ipsa parallelepippeda, seu rectangula solida, IN, SR, inter se æqualia esse. Quoniam ergò, IN, SR, sunt rectangula solida, ideò per Prop. 11. Libri Septimi eiusdem Geo. Ind. superficiebus cylindraceis comprehendentur, vndè superficies, Hk, kN, NM, MH, erunt cylindraceæ, immò ab eodem latere descriptæ, vt ex dicta Prop. 11. facilè intelligi potest: illud ergò latus describens dictas superficies, quod sit ex. gr. HI, extendatur hinc indè indefinitè, vt vsque in, A, Q, quod insimul intelligatur descripsisse superficies cylindraceas, ΔQ, QC, CΣ, ΣΔ, hoc est dictæ superficies, Hk, kN, NM, MH, sint hinc indè indefinitè extensæ. Similiter in rectangulo solido, SR, accipiantur superficies cylindraceæ, quæ pariter indefinitè productæ versus prædictas, cum illis concurrere possunt, tales sunt enim ipsæ, ΠY, YZ, ZR, RΠ, quæ productæ versus, Q, occurrant præfatis superficiebus, cum illisq; concludant solidum, Qβ, quod erit solidum rectangulum contentum sub superficiebus, QP, VΓ, iuxtà regulam subiectũ planum. Traiecto enim quocunque plano secante altitudinem solidorum, IN, SR, & ipsi subiecto plano, æquidistante, procreabitur in solido, Qβ, rectangulum, cuius latera iacebunt in superficiebus, QP, VΓ, namque illa æquidistabunt ipsis, PV, VΣ, cum sint in superficiebus cylindraceis, quorum describentia latera ipsis, PV, VΣ, æquidistant. Immo sicuti, PV, æquatur ipsi, RT, (est enim, RV, parallelogrammum) &, VΣ, ipsi, OM, ità facilè ostendemus genitam in superficie, QP, per ductum planum, æquari genitæ in superficie, YR, (quia erunt latera opposita parallelogrammi per imaginarium planum producti) quæ cum æquetur ipsi, RT, namque, RY, supponitur vel parallelogrammum, vel parallelogrammo superficies homologa (nempè habens omnes parallelas ipsi, RT, eidem pariter æquales) sequitur & productam in superficie, QP, æquari ipsi, RT. Eadem ratione probabimus eam, quæ gignitur in superficie, ΓV, æquari ipsi, MO. Vndè patebit ipsas superficies, ΓV, QP, vel esse parallelogramma, vel parallelogrammis homologas.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

His premiſſis aſſumatur, DE, æqualis, NO, & EΛ, ducatur parallela, OM, & inter parallelas, LM, NO, indefinitè cum præfatis ſuperficiebus extenſas, compleatur rectangulum, CE,




perque ipſas, DC, EΛ, extenſis parallelis planis, illa ſecent productas ſuperius ſolidi, I N, ſuperficies cylindraceas, vt fiat ſolidum, AE, & ipſum cylindraceis ſuperficiebus, DΛ, ΛF, FA, AD, &, ΔE, AΛ, comprehenſum, quod pariter, vt circa ſolidum, QP, effectum eſt, oſtendetur eſſe ſolidum rectangulum ſub ſuperficiebus, AΛ, ΛF, contentum *iuxtà* regulam ſubiectum planum, quarum, ΛF, erit certè parallelogrãmum (vt &, AD,) nempè vel rectilineum, vel ſaltem curuilineum, cum ſupponantur ſuperficies planæ*:* ipſæ verò, ΔE, AΛ, erunt vel parallelogramma, vel ſaltem parallelogrammis analogæ: eſt enim, AE, cylindricus per Prop. 10. Lib. Primi Geo. Ind. cum, AD, BE, ſint plana parallela, & ſecantia ſuperficies cylindraceas, latere, HI, ĩdefinitè producto deſcriptas, hoc eſt cylindricum ſecantia, cuius illæ ſunt ſuperficies, ſuntque oppoſitæ baſes ipſæ, A D, B E. Nunc ergò oſtendẽdum eſt ſolidum, IN, æquari ipſi, BD, quod ſic ad modum quaſi Lemmatis primi via ſuperpoſitionis exequemur. Accipiemus enim ſolidum ſuperficiebus, AD, DL, LG, GA, &, ΔGND, AHLC, comprehenſum, illudque ſolido ſuperficiebus,

bus,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

bus, BE, EM, MK, KB, &, FKOB, BIMΛ, contento ità superponemus. Cum enim, DE, æquetur, NO, addita communi, EN, ipsa, DN, æquabitur ipsi, EO, ergò posito, D, in, E, &, DN, in, EO, erit, N, in, O, & cadente basi, DL, super, EM, erit, DC, in, EΛ, quia recti sunt anguli, CDN, ΛEO, &, C, in, Λ, propter æquales, CD, ΛE, & punctum, L, in, M, ob æquales angulos, DCL, EΛM, & rectas, CL, ΛM, &, LN, erit in, MO. Sed & solidum dico solido congruere. Cum enim superficies, AD, BE, sint planæ, & æquidistantes, propterea erunt subiecto plano æqualiter inclinatæ, & ideò cógruente, DC, ipsi, EΛ, illæ constituentur in eodem plano. Est verò solidum, AE, cylindricus, eiusq; oppositæ bases, AD, BE, vt suprà dicebatur, quæ ideò similes erunt, æquales, & similiter positæ per Prop. 11. eiusdem Libri Primi, quare congruente eius latere homologo, DC, ipsi, EΛ, per Prop. 25. eiusdem cõgruet, AD, ipsi, BE: & punctum, Δ, erit in, F, ac, A, in, B; vndè, G, erit in, k, &, H, in, I, necnon, HG, in, IK, superficiesq; , AG, congruet superficiei, Bk; nam ambæ sunt in plano rectanguli, Hk, ipsi, LO, oppositi. Sed & superficies, GΔDN, congruet ipsi, KFEO, si enim aliquod illius punctum caderet extrà istam, nõ essent ambæ ab eodem cylindrici latere descriptæ, quia reperirentur duo puncta in plano per tale punctũ subiecto plano æquidistanter traiecto, quæ non essent in eodem latere cylindrici. Nullum ergò punctum superficiei, ΔGND, cadet extrà superficiem, FKOE; nam &, GN, congruet ipsi, KO, quia, ΔD, congruit ipsi, FE, & quemadmodũ, DN, ostensa est æqualis ipsi, EO, ità quæ à traiecto quocunque plano subiecto plano æquidistante gignentur in dictis superficiebus cylindraceis, ΔGND, FKOE, ostendentur æquales, vndè nullum punctum lineæ, GN, ostendetur posse cadere extrà lineam, KO, quapropter sibi congruent dictæ superficies, ΔGND, FkOE. Eadem ratione patefiet superficies, AHLC, BIMΛ, sibi congruere. Et tandem superficiem, HGNL, congruere ipsi, IMOk, (quarum ambitus iam ostensi sunt congruere) ostendetur, vt in primo Lemmate effectum est, nempè probando nullum punctum superficiei, HN, posse cadere extrà superficiem, IO. Etenim traiecto plano per punctum extrà cadens (si possibile esset) subiecto

plano æquidistante, fieret parallelogrammum (veluti sunt parallelogramma, DL, EM, ΔH, FI,) in quo ducta à supposito puncto recta linea parallela ipsius oppositis lateribus, maior, vel minor, & æqualis eidem rectæ ostenderetur: sicuti in figura primi Lemmatis, QO, QN, & æquales, & inæquales esse probabantur. Quod cum esse non possit, ideò superficies, HN, cõgruet ipsi, IO, & totum solidum, AN, toti, BO, vndè erunt æqualia; & sublato communi, quod comprehenditur superficiebus, BE, EL, ZG, GB, BΔLH, FENG, remanebit solidum, HO, æquale ipsi, AE. Non dissimili ratione demonstrabimus & solidum, Qβ, æquari eidem, AE, vnde patebit, HO, æquari ipsi, Qβ, in quibus solidis sunt, LM, PV, sibi indirectum, &, MO, VΣ, parallelæ. Quod si intra superficies cylindraceas, PΠ, ΠQ, VS, VX, indefinitè versus, ΠXZS, protensas, constitutum supposuerimus solidũ rectangulum, quale, AE, cum binis superficiebus planis ipsi, ΠZ, oppositis, sicuti planæ supponebantur ipsæ, AD, BE. Ostendemus simili ratione eidem æquari tam, SR, quam, ΓP; ex quo concludetur, SR, æquari ipsi, ΓP, cui cum probatum fuerit æquari &, HO, ideò, HO, SR, proposita solida inter se æqualia erunt. Quod ostendere opus erat.

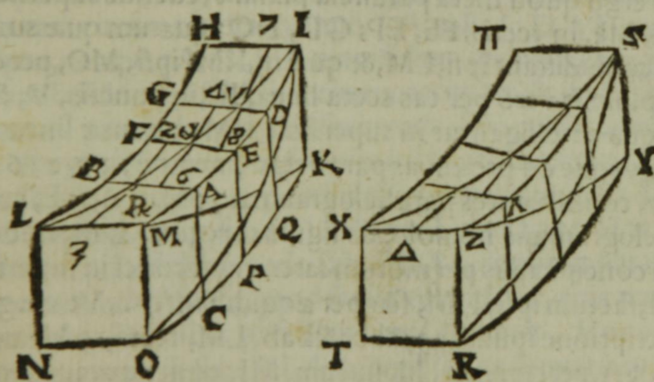
## LEMMA XIV.

SI ex Schemate Lemmatis antecedentis, eiusq parallelepipedis, IN, SR, assumantur tantum bases, LO, XT, & superficies, HM, MK; ΠZ, ZY; sub quibus continentur: supponantur verò in alterutris superficierum, quę sunt homologæ, vt in, HM, ΠZ, ductæ lineæ, IL, SX, vt in præsenti schemate apparet, eiusque conditionis, vt cum, IML, SZX, constituant figuras, ILM, SXZ, quæ aut sint planæ in alteram partem deficientes (vt explicatur in Lemmate 2. post Prop. Primam Libri Septimi Geo. Ind.) vel

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

vel ſaltem ſint homologæ figuris planis in alteram partem deficientibus, regulis, LM, XZ: hoc eſt, ductis in dictis ſuperficiebus, ILM, SXZ, quibuſcunq; ipſis, LM, XZ, parallelis; earum, quæ ſunt in eadem figura propinquior baſi, vt in, HM, propinquior ipſi, LM, ſit ſemper maior remotiore. Dico rectangulum ſolidum ſub parallelogrammo, HM, & figura, ILM, regula baſi, LO, æquari rectangulo ſolido ſub parallelogrammo YZ, & figura, SXZ, regula baſi, XR.

Si enim non, erit eorum alterum maius. Sit maius, quod ſub, KM, ILM, continetur quantitate ſolidi, quod vocetur, ✠. Tunc rectangulo ſolido ſub, KM, ILM, figuram circumſcribemus, & aliam inſcribemus ex paralleleppipedis,



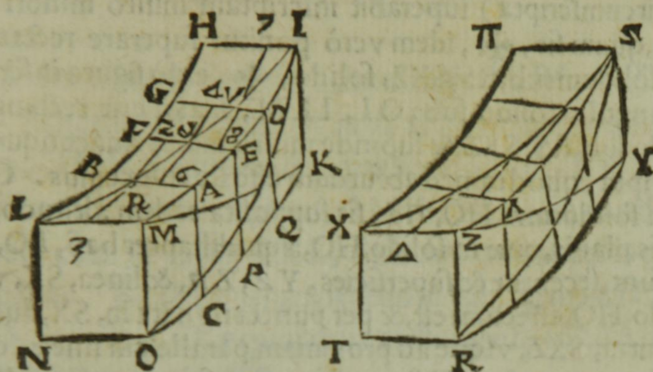

ſiuè rectis, ſiuè curuis æquè altis compoſitam, prout, HO, ΠR, erunt parallelepippeda recta, vel curua, ità vt circumſcripta ſuperet inſcriptam minori ſolido, quam ſit, ✠.

Hoc

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Hoc autem obtinebimus traiectis planis basi, LO, æquidistantibus, vt in Annotat. 2. superiori effectum est, quorum primum bifariam secet solidi, HO, altitudinem. Et alia duo subsequentia rursus diuisas altitudinis partes bifariam diuidant, sicque deinceps, deuenietur enim per primam Decimi Elemen. ad parallelepipedum minus ipso, ✠; quod sit contentum sub, L A, A O, quæ vel sunt parallelogramma, vel ijs homologa, tota enim superficies, H M, in Lemmate ant. supposita est vel parallelogrammum, vel parallelogrammo homologa, regula, LM, & BA, est parallela, LM, vt ex Prop. 9. Lib. Primi Geo. Ind. elici potest, in qua ostenditur, si planũ æquidistans plano per latera cylindrici ducto, (quale est, LO, transiens per, LM, latus eius cylindrici, cuius, HM, est superficies cylindracea) tangat cylindricum, contactum fieri in recta, vel rectis lineis, quæ erunt latera cylindrici, & consequenter cuicunque eiusdem lateri parallela; quod enim ibi ostenditur de plano tangente cylindricum, idem de secante idipsum ob eandem rationem ibi allatam verificatur: vndè concludemus, BM, & simili ratione, M, C, esse parallelogrammum, vel parallelogrammo homologum. Esto ergò quod dicta parallela plana secuerint superficies, HM, Mk, in rectis, FE, EP; GD, DQ: quarum quæ sunt in, HM, æquidistant ipsi, LM, & quæ in, KM, ipsi, MO, per dictã Prop. 9. Sit verò per eas secta linea, IL, in punctis, V, &, ℞, per quæ intelligantur in superficie, HM, extensæ lineæ hinc indè vsque ad proximas parallelas, nempè, 3 ℞ 2, 6 & 4, 8V7, constituentes parallelogramma, 2M, 4 A, 7 E, seu parallelogrammis homologas figuras, regula, L M, hoc enim fieri concipiemus per motum lateris cylindrici in superficie, HM, factum ipsi, L M, semper æquidistanter. Vt ex. g. pro descriptione ipsius, 23, abscissa ab, LM, recta, 3 M, æquali ipsi, ℞ A, percurrente, M, lineam, MI, punctum, 3, describet ipsam, 3 2, ad modũ, quo in Lemmate secundo post Prop. 1. Lib. primi Geo. Ind. explicata est descriptio parallelogrammi siuè rectilinei, siuè curuilinei. Sicque circà alias, 64, 87, procedemus. Erunt autem, 3 ℞, 6 &, 8 V, intrà, &, ℞ 2, & 4, V 7, extrà figuram, ILM, in ea enim parallelarum ipsi, L M, propinquior eidem supponitur semper remotiore maior.

Sic




Sic ergò spatio, ILM, erit circumscripta, & inscripta figura ex parallelogrammis, seu parallelogrammis homologis figuris, æquealtis composita; & est, IO, parallelogrammum, seu parallelogrammo homologum, regula, MO; si ergo intelligamus compleri rectangula solida tam sub, K M, & figura, ILM, quam sub, OA, CE, P D, QI, & sibi respondentibus figuris tam circumscriptæ, nempè, LA, ℞E, & D, VI; quam inscriptæ, nempè, 3 A, 6E, 8D, manifestum est ipsi rectangulo solido sub, KM, &, ILM, fore circumscriptam, & inscriptam figuram, ex parallelepipedis, siuè rectis, siuè curuis compositam, ita vt circumscripta superet inscriptã minori solido, quam sit, ✠. Namque parallelepippedum sub, k D, D 7, æquabitur ei, quod fit sub, PD, D8, per Lemma ant. Hoc verò iunctum parallelepippedo sub, PD, 84, conficiet parallelepippedum sub, PD, E4, quod facilè ostendetur, quia totum æquatur omnibus suis partibus simul sumptis. Hoc verò æquatur ei, quod fit sub, PA, A&, ergò si hoc iunxerimus ei, quod fit sub, PA, 62, componetur parallelepippedum sub, PA, A2, seu sub, CM, M℞, quod cum eo, quod fit sub, CM, 3B, constituet parallelepippedum sub, CM, MB, cui æquabitur dictus excessus figuræ circumscriptæ super inscriptam. Cum ergò parallelepippedũ sub, CM, MB, sit minus solido, ✠, etiam dictus excessus erit eodem minor. Vndè circum-

scripta

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ſcripta ſuperante inſcriptam minori exceſſu, quam ſit, ✠, rectangulum ſolidum ſub,kM,ILM, (quod eſt minus figura ipſi circumſcripta) ſuperabit inſcriptam multò minori exceſſu,quam ſit, ✠, idem verò ponitur ſuperare rectangulum ſolidum ſub,RS,SXZ. ſolido, ✠, ergò figura inſcripta rectangulo ſolido ſub, OI, ILM, maior erit rectangulo ſolido ſub,RS, SXZ,& ſubinde multò maior quacunque illi inſcripta, quod tamen abſurdum eſſe ſic euincemus. Cum enim ſolidorum, HO, ΠR, ſit ſuppoſita eadem altitudo, extenſis planis,quæ in ſolido,HO,æquidiſtanter baſi, LO, ducta ſunt,ſecentur & ſuperficies, YZ, ZΠ, & linea, SX, vt in ſolido,HO,effectum eſt,& per puncta ſignata in, SX,ducantur intrà, SXZ, vſque ad proximam parallelam lineæ, quales ſunt, ℞ 3, & 6, V 8, conſtituentes figuram ex parallelogrãmis ſeu ijſdẽ homologis figuris,ęquealtis cõpoſitã: vt cõpletis rectangulis ſolidis ſub his, & ſibi reſpondentibus in, YZ, figuris,vt in,HO, factum eſt, necnon ſub,YZ,SXZ,huic fiat inſcripta figura ex parallelepippedis æquealtis compoſita,quorũ vnum ex.gr. ſit, quod fit ſub,Rλ, λΔ. Hoc enim æquari ei, quod fit ſub,OA, A3, manifeſtum eſt per Lemma ant. quia ſunt parallelepippeda æquealta, & contenta ſub ſuperficiebus,3A, AO; Δλ, λR, quæ ſunt vel parallelogramma, vel ijs homologæ, regulis baſibus rectangulis, 3 MO, ΔZR, æqualibus, & ſub lateribus æqualibus, & parallelis, 3M, ΔZ; MO, ZR, contentis. Eadem ratione reliqua ſibi reſpondentia ſolida harũ inſcriptarum figurarum adæquari oſtendemus, ex quo integras æquales eſſe conſtabit contrà id, quod ſuperius demonſtratum eſt. Non ergò rectangulum ſolidum ſub,OI, ILM,maius eſſe poteſt eo,quod fit ſub, RS, SXZ. Eadem ratione oſtendemus, nec poſſe eo minus eſſe,quia tunc poneretur, quod fit ſub,RS, SXZ, eſſe maius, & fieret demonſtratio incipiendo circumſcriptionem, & inſcriptionem priorem in ſolido, Π R, & proſequendo poſteriorem inſcriptionem in, HO, ac deducendo ad abſurdum. Quapropter conſtat rectangulum ſolidum ſub,OI, ILM,nec maius,nec minus eſſe poſſe rectangulo ſolido ſub, RS,SXZ. Ergò eidem æquale erit. Quod oſtendere opus erat.

LEM-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## LEMMA XV.

SI in reliquis figuris homologis, kM, YZ, in Schemate Lemmatis ant. supponantur ductæ lineæ, OI, RS, eiusmodi, quales fuerunt, LI, XS, idest constituentes figuras, IMO, SZR, in eandem partem cum, ILM, SXZ, deficientes; cæteris manentibus. Rectangulum solidum sub figuris, ILM, IMO, regula, LO, æquabitur rectangulo solido sub, SXZ, SZR, regula, XR.

Hoc autem non aliter quam Lemma ant. probabitur. Namque per continuam bissectionem altitudinis solidi, HO, vt & in figura, ILM, factum est, ipsi, IMO, circumscribemus, & inscribemus figuram ex parallelogrammis, vel ijs homologis figuris, æquealtis compositam, sub quibus, & reliquis figuris componentibus circumscriptam, & inscriptam spatio, ILM, mente completis rectangulis solidis, ostendemus, vt in Lemmate ant. rectangulo solido sub figuris, ILM, IMO, circumscriptam esse figuram, & aliam inscriptam, quam illa superat excessu minori dato solido, vt, ✠ hocque mediante, vt suprà, inscriptionem in rectangulo solido, sub, SZX, SZR, prosequentes, ostendemus rectangulum solidum sub figuris, IML, IMO, æquari rectangulo solido sub figuris, SZX, SZR. Quod, &c.

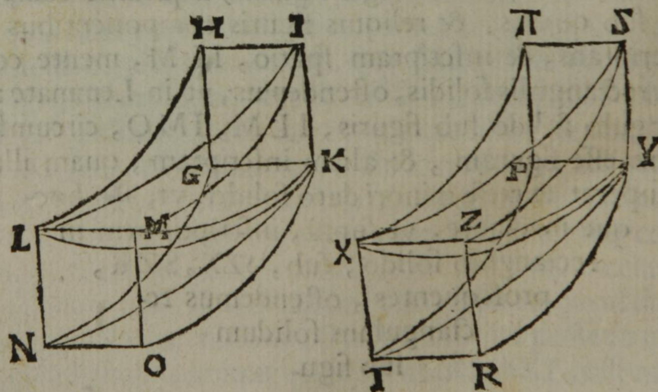


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## LEMMA XVI.

DEnique in eodem Schemate Lemmatis 14. & in figuris, KM, YZ, ducantur lineæ, Mk, ZY, quales fuerunt, LI, *X*S; IO, SR, hoc est constituentes figuras, IMk, SZY, in partes tamen oppositas deficientes ijs, in quas deficiunt, IML, SZX. Dico, suppositis ijsdem regulis, rectangulum solidum sub figuris, IML, IMk, æquari rectangulo solido sub, SZX, SZY.

Namque ex Lemmate 14. rectangula solida sub, *K* M, IML, & sub, YZ, SZX, sunt æqualia. Similiter per Lemma ant. rectangula solida sub figuris, IML, MOk, & sub, SXZ, ZRY, sunt æqualia, quia, MO*K*, ZRY, deficiunt versus

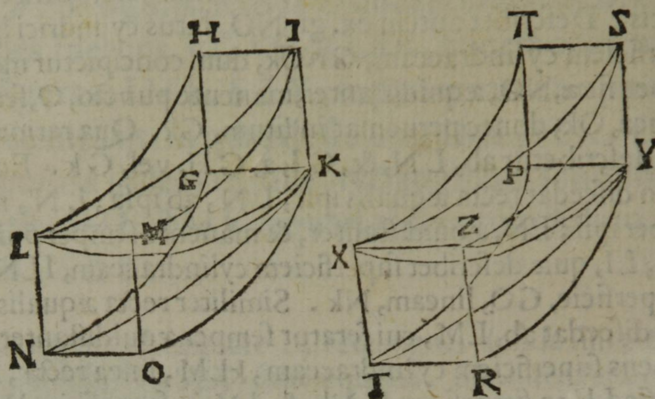



easdem partes, HIK, ΠSY, versus quas deficiunt ipsæ, IML, SZX. Ergò residuum rectangulum solidum sub, ILM, IMk, æquabitur residuo rectangulo solido sub, SXZ, SZY. Sed vt omnis ambiguitatis locus auferatur congruet hęc rectangula solida clarius Lectori exhibere. Assumantur ergò ex Schemate Lemmatis 14. tantum superficies, LO, XR, HM,

ΠZ,

ΠZ, MK, ZY, cum deſcriptis lineis, IL, SX, MK,ZY, cæteris omiſſis, & compleri intelligantur dicta ſolida, concurrentibus,ad,G,P,tribus cylindraceis ſuperficiebus, GL, GO, GI, tribus,MK, MH, M N, in ſolido, HO, oppoſitis: & tribus, PX, PR, PS, tribus, ZY, ZΠ, ZT, in ſolido, ΠR, pariter oppoſitis. Deſcribet autem ex. gr. NO, latus cylindrici ipſam ſuperficiem cylindraceam, GNOk, dum concipietur moueri ſemper fixæ,NO, æquidiſtanter,manente puncto, O,ſemper in linea, Ok, donec perueniat in ſitum, Gk. Qua ratione &, GL, deſcribetur ab, L N, &, G I, à, G H, vel, G k. Eodem modo diſcedat recta æqualis ipſi, L N, ab ipſa, L N, mota ſemper ipſi, LN, æquidiſtanter, & manente ſemper puncto, L, in, LI, quæ deſcribet ſuperficiem cylindraceam, ILNk, & in ſuperficie, GO, lineam, Nk. Similiter recta æqualis ipſi, LM, diſcedat ab, LM, cui feratur ſemper æquidiſtanter, deſcribens ſuperficiem cylindraceam, kLM, linea recta, LM, & ipſis,Lk, in ſuperficie, ILNk, &, kM, in ſuperficie, IMOk, iacente concluſam. Eodem verò modo intelligemus in alio ſolido, ΠR, deſcriptas præfatis reſpondentes ſuperficies. His peractis licet modò intueri ſolida ſuperficiebus, IN, NM, Mk, kNO, ILM; &, ST, TZ, ZY, YTR, SXZ, comprehenſa, quæ ſunt rectangula ſolida ſub ſuperficiebus, OI, ILM; RS, SXZ, prænominatis contenta: traiectis enim quomodocunque in ipſis planis baſibus, LO, XR, æquidiſtantibus, fient in dictis ſuperficiebus lineæ parallelæ lateribus ipſarum baſium per citatam ſuperius Prop. 9. Lib. Primi Geo. Ind. & ſubindè fient rectangula, quorum latera iacebunt in figuris, OI, ILM; RS, SXZ, idcircò dicta ſolida continentibus. Eſt autem ſolidum,IKONLM, æquale ſolidis,ILMk, kLN O*M*, totum nempè omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis: vt & ſolidum SYRTXZ, prædicto æquale, pariter adæquatur ſolidis, SXZY, YXTRZ. Eſt autem, kLNOM, æquale ipſi, YXTRZ, per Lemma 15. nam hæc ſunt rectangula ſolida ſub ſuperficiebus,kNO, KOM, figuriſuè in eandem partem deficientibus contenta; hoc enim,vt circà ſolida, IKONLM, SYRTXZ, proceſſimus, pariter oſtendetur. Ergò reliqua ſolida, ILMk, SXZY, æqualia erunt. Sed & hæc demonſtrabimus eſſe ſolida rectãgula ſub figuris, ILM, IMK, SXZ,

SZY, contenta, eodem modo, quo circà præfata ſolida id oſtendimus. Ergò rectangula ſolida ſub figuris, ILM, MIK; SXZ, SZY, contenta inter ſe æqualia erunt.




## COROLLARIVM I.

QVoniam verò in Lemmate 13. ſuperiori parallelepippeda, HO, ΠR, ſupponũtur ſiuè recta, ſiuè quomodocũq; curua; idcircò propoſitis duobus quibuſcũque rectangulis ſolidis æquealtis, in quorum vnoquoque duæ continentes ſuperficies iuxtà regulas baſes (quæ ſint rectãgula, eiuſq; latera æqualia, & parallela ſeu in directum, vnum vni, & alterum alteri) ſint vel duo parallelogramma, ſiuè rectilinea, ſiuè curuilinea; vel vna parallelogrammum, altera verò figura plana in alteram partem deficiẽs; aut ambæ figuræ planæ in eaſdem, vel etiam in contrarias partes deficientes; ſeu ſint his homologæ; manifeſtum eſt ex his quatuor proximis Lẽmatibus ea inter ſe æqualia eſſe. Poſſumus enim ſemper figuras in alteram partem deficientes, ſeu his homologas, ità complere, vt ſint parallelogrammis, vel iiſdem homologis figuris inſcriptæ. Sicuti ex. gr. ipſæ, ILM, IMK, KMO, parallelogrammis, vel iiſdem homologis figuris, HM, MK, ſunt inſcriptæ. Ex quo fit, vt & ipſis contenta rectãgula ſolida parallelepippedis quoque ſiuè rectis,

ſiuè

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

siuè curuis fiant inscriptibilia. Quibus denique apparet posteriorem partem Prop. Primæ Libri Septimi Geo.Ind. etiam quoad huiusmodi solida veram esse.

## COROLLARIVM II.

ET quoniam figuræ in ipsa Geometria Indiuisibilium consideratæ, circà quas vtimur Propositione 15. eiusdem Libri Septimi, sunt eius conditionis, qualem suprà postulauimus, nempè vel parallelogramma, vel figuræ in easdem, seu in contrarias partes deficientes, aut ijs homologæ, seu in huiusmodi figuras resolui possunt, cum habeant conditionem dictam in Lemmate 12. superiori, sicuti in eius Cor. primo pariter innuimus, & vt illius Geometriæ Propositiones, in quibus vsu venit Prop. 15. superius dicta, considerãti innotescet: ideò circà ipsius Propositionis 15. vsum neutiquam Lectori dubitandum erit, per hæc enim patet rectangulum solidum sub duabus quibusdam superficiebus iuxtà datam regulam contentum, æquari cuicunque alteri sub superficiebus prędictis homologis iuxtà eandem regulam contento, lateribus basium, vel parallelis, vel in directum existentibus, vt semper in dicta Geometria vsurpantur: quod & in Prop. 12. eiusdem Libri Septimi supposita veritate posterioris partis Prop. Primæ pariter ostensum fuit. Hoc verò stabilito etiam per hunc modum Archimedeum ferè omnia subsistere manifestum est, paucis tantum relictis, vt est ex. gr. Lemma 12. superius, quod esset extendendum etiam ad figuras non ordinatas, & vt est Prop. 17. Lib. Secũdi, quæ sub tanta generalitate per hæc subsistere non potest, nisi vniuersalissimè dictã posteriorem partem Prop. pr. Lib. Septimi, per hunc modũ Archimedeum ostendamus, quod propter innumerabiles solidorũ varietates liquidò explicare, ac schematibus aperire, per vnã generalẽ demonstrationẽ omnibus applicatã, difficillimũ puto. Prædemõstrata tamen satis Lectori fidẽ facere possunt de veritate dictæ posterioris partis Prop. Primæ, ac de subsistentia allatæ ibidem demonstrationis in omnibus solidis, quam vix aliter puto à Geometris sub tanta generalitate ostendi posse.

COROL-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIVM III.

Hinc etiam colligitur, cum circà aliquas figuras versabimur, tanquam rectangula solida continentes, prædictas conditiones habentes, nempè quæ vel sint parallelogramma, vel figuræ in alteram partem deficientes: quod circà easdem sufficiet adhibere doctrinam Libri Septimi, tanquam germanam, ac seipsa sufficientem, absque eo quod vtamur circumscriptione, & inscriptione figurarum. Satis enim erit hanc circumscriptionem, & inscriptionem hac vice tantum adhibuisse, vt posterior pars dictæ Propositionis Primæ etiam hoc pacto confirmaretur.

## XXII.

*Si ergo Lector supradicta omnia rectè perceperit, satis, puto, nedum in priori, sed & in posteriori methodo Ind. eruditus, poterit de iisdem diiudicare, quamque sibi libuerit in demonstrando prosequi. Cum verò hic reliquum doctrinæ Geometriæ Ind. breuitatis causa, prætereamus, non inutile tamen, & iniucundum studioso fore putaui, si quædam illius selectiora, tamquam specimen huius artis, pulchriorumque fructuum messem à me collectam, breuiter hic exposuero, tum vt sciat Lector quid in reliquis dictæ Geometriæ Libris tractetur, tũ etiam vt ex his intelligat Indiuisibilium vsum nequaquam fallacem esse, si modò rectè eo vtatur, sed in ipsum veritatis scopum illa semper collimare. Id autem præstabimus paulò amplius explicando, quæ in Exercitat. ant. num. 39. breuiori Epilogo recensuimus.*

*In Libro Tertio igitur, supposita reuolutione circuli, vel ellipsis cuiuscumque facta circa proprium axem, considerantur solida rotunda ab illis, & earum portionibus genita, & hoc ab initio Libri vsq; ad Prop. 9. Deinde à Prop. 9. vsq; ad 11. enucleatur ratio eorumdem circulorũ, & ellipsium, inter se comparatorum. Denique à Prop. 11. vsque ad finem Libri, expenduntur [illegible]ita corpora posito reuolutionem earumdem figura-*

rum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

rum non amplius fieri circa axem, sed circa equidistantem ax rectam lineam, siue illa tangat figuram, vel sit intra, vel extra; & hinc vberrimam solidorum messem colligere licet. Namque circulus gignit spheram, ellipsis spheroidem oblongum, & prolatum, eorum portiones planis resectæ faciunt ipsorummet segmenta. Quod si sit reuolutio circa tangentem, circulus facit anulum strictum circularem, & ellipsis ellipticum. At circa non tangentem, & extra figuram, circulus producit anulum latum, & ellipsis ellipticum. Hunc Keplerus anulum arduum appellat, veluti serto rusticarum puellarum similem. Denique supposita reuolutione circa parallelam axi intra figuram, portio maior circuli efficit Malum roseum, & ellipsis, Malum cotoneum; portio minor circuli, Malum citrium, & ellipsis, Oliuam. Sic ex reuolutione ellipsis circa tangentem sed non in terminis coniugatorum axium, fit anulus strictus ellipticus altera parte latior; & circa illi parallelam extra figuram oritur anulus latus ellipticus altera parte strictior, similis Tiaræ, seu globo Turcico. Verum vltra hæc solida rotunda patefit quoque infinitorum solidorum similarium mensura, quæ ab eisdem figuris genitricibus dictorum corporum rotundorum pariter generantur.

In Quarto Libro statim in Propos. Prima exhibetur quadratura parabolæ, deinde portionum eiusdem per æquidistantes axi, vel diametro ipsius constitutarum, vsque ad Proposit. 20: In reliquis verò, supposita reuolutione parabolæ tã circa axem, quam circa aliam quamcunque axi parallelam, emergunt nedum Conoidea parabolica sed & apices, semianuli, semibases, & alia huiusmodi solida, vt & infinita similaria ab eisdem genita figuris.

In Libro Quinto denique, suppositis ijsdem figurarum reuolutionibus patefiunt solida rotunda ab hyperbola, eiusque portionibus, necnon ab oppositis, & coniugatis sectionibus genita; hoc est Conoidea hyperbolica, semianuli stricti, & lati hyperbolici (quos, vt & parabolicos idẽ Keplerus Crateres vocat) semibases, ac alia huiusmodi quamplura solida rotunda, & subinde infinita solida similaria, ab eisdem cum rotundis genita figuris, pariter notificantur. Doctrina verò Libri Sexti satis apparet qualis sit ex num. 39. Exercitat. ant. In tot ergo figuris, quot

Lector

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*Lector hic, & in his duabus Exerc. intelligere potuit, immo & in plurimis alijs, quas intactas præterimus, de Indiuisibilium vtraque methodo periculum fecimus, nec vnquam in aliquod incidimus, quod vel latum vnguem discederet, seu ab aliorum inuentis discreparet. Quoniam verò non satis est proposita euidenti ratione probare, pluribusque confirmare, nisi ea quoq; dubia è medio tollantur, quæ in oppositum allata, Lectoris animum pulsare possunt, propterea huic muneri obeundo sequentem Exercitationem destinamus.*

*Aduerte autem in superioribus Lemmatibus etsi pro aliquibus veritatibus aliquando citetur Liber Septimus Geo. Ind. attamen plerasque in præmissis Notis pariter haberi posse, vt studioso facilè innotescet.*

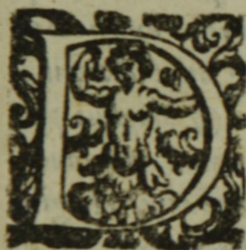


EXER-



# EXERCITATIO TERTIA.

## In qua discutiuntur ea, quę à Paulo Guldino è Societate Iesu in eiusdem Centrobaryca præfatæ Geometriæ Indiuisibilium obijciuntur.



*Vm eas omnes, quas in hucusq; declararatam Indiuisibilium Doctrinam difficultates euulgarat Guldinus mente obuoluebam, ac pleniori rationum volumine, quæ responsionis loco afferri posse videbantur retexere aggrediebar, quinimmo & iam ipsius Operis aliquot folia prælo comisissem, repentè mihi cum fama, tum litteris amicorum nunciatum est ipsum de Geometria quidem benemeritum fato concessisse. Indolui vehementer cum ob publicum Reipublicæ litterariæ damnum, tum ob mihi præreptam laboris penè confecti materiam, quam viuenti conseueram. Mors enim ipsa ingrato me silentio damnans multa vetuit prodere, quæ disserendi campus opportunior, si vixisset, aperuerat. Verumtamen & eadem alio, nec leuiore me mactauit incommodo; hinc enim factum est vt cum à pluribus distractus*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

curis, tum vt alter Oedipus pedibus læsis, ac podagra clauatis ad huiusce Sphingis ænigmata dissoluenda animum negligentius intendens, tardius quam mihi proposueram hanc responsionem attulerim. Iam verò, Lector erudite, erit mihi plenius factum satis, si in eodem nulli me vel odio, vel fuco obnoxium credideris. Veritatis augmento enixè studere nemo non debet, qui inter veros Mathematicos, quorum certissimę requiruntur ΑΠΟΔΕΞΕΣ, recenseri hauet. Quamuis autem nihil ferè à Guldino in oppositum allatum sit, quod ipse mihimet prius nō obiecerim in Prefatione Libri Septimi Geometrię Indiuisibilium, eaq; soluerim ratione, quam ęquanimiter iudicanti satisfacere posse videbatur: quinimmò ipsemet quodamodo in ancipiti positus (cum neq; accuratè, neq; totam indiuisibilium Geometriam, sed tantum exiguam illius partem se vidisse non semel fateatur) nihil dixerit se contra eandem diffinitiuè proferre; quin & amplius propter rationes in contrarium à se productas minime respuendam censuerit Libro Secundo ipsius Centrobarycę, Pagina tertia; attamen ne pręstantis huiusce Geometrę auctoritate circa hæc Indiuisibilia aliqualiter dubitantis, si quid ab ijsdem vtilitatis in Litterariam Rempublicam emanare potest, illud tenebris obrutum delitescat, excusso diuturniore veterno, hic rationes adglomeraui, quibus ad omnia illius obiecta ratus sum abundè factum iri satis. Id tamen à me velim excipias saluo nomine pręclari huiusce Viri, cuius industria non solum in inuentis iam ab alijs tantum illustrandis, quibus plerumque vulgaris quædam gloria comparatur, sed & in nouis detegendis, ęternum etiam post fata viuet. Sed te postremum velim, Lector beneuole, in hoc præloquio mo-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*monitum, ne operosiùs ageres in exquirendis eius Centrobaryçę obiectionibus, huc fideli calamo me ex eadem traducenda curasse quæcumq; ipse protulit contra huiusmodi Indiuisibilia. Hæc autem, vt ordine quodam expenderentur, libuit in Sectiones XLII. distribuere, quæ per Capita in sequenti Exercitatione digesta singillatim examinantur, vt ea commodius ad libitum possis intueri. Vale Lector, & æqui consule.*

## CAPVT I.

*In quo fit examen eorum, quæ afferuntur à Guldino in Sectione prima, ac secunda.*

CVm ipse Guldinus in sua Centrobaryca intactam Geometriam Indiuisibilium pręterijsset, in tribus postea subsequentibus Libris quędam sparsim attulit, & quasi per transennã inspiciens obiecit, aliqua verò ex professo, ac dedita opera exposuit, vt in Libro quarto Cap. quinto, quę omnia maiori qua fieri poterit breuitate, iuxta ordinem dictarum Sectionum seruato processu, nunc examinabuntur. In Pręfatione ergo Libri Secundi cum Vsum Centri grauitatis, quem vocat *Compositionẽ, & Resolutionem Potestatum rotundarum* explicasset, atq; in Keplerum, tanquam in absurdè locutum parumper inuehisset, pręfatam Geometriam Ind. sic aggressus est Pag. tertia.

Sectio I. *Immò cum huic ipsi Libro Secundo publicis typis exscribendo manum supremam imposuissem, Tertiumque ipsum ad vmbilicum deduxissem, inspexi per transennam veluti (obire enim singula penitus, vires, quas graui tum languore collapsas erigere cæperam, extra domum liberiore sub Cælo vetabant) Geometriam Promotam Bonauenturæ Caualerij Ordinis Iesuatorum Geometræ Insignis, à Galileo (quem eodem tempore licuit videre) in suis Dialogis de motu locali, &c. laudati, cui palmariam olim famam inter excellentes Æui no-*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*stri Mathematicos pollicebatur. Et vt verum fatear, quem Galileus mihi ex facie, & indole notus laudauit, nunquam mordaciori Iudicio distringendum censui; qui si tot habuisset laudis fautores, quot habuit obtrectatores, per ipsum floridior, augustiorque staret honos disciplinarum mathematicarum.*

Ex his ergo verbis tibi, ò Lector, palam fit quęnam fuerit illi occasio dictam Geometriã inspiciendi, qui & insimul quid de laudibus à Galileo ex sui tantum humanitate in me collatis sentiendum sit apertè fatetur. Id verò postrema huiusce Sectionis verba satis declarant, de quibus tibi iudicium relinquens, ad secundam Sectionem accedo, quę talis est in eadem Pagina Tertia.

Sectio II. *Reperi autẽ in his libris Geometriæ promotæ Auctorem ansam arripuisse ex Keplero, vt suam non tam inueniret, quam ab vmbris in lucem publicam vindicaret methodum Indiuisibilium; quæ tamen methodus quomodo purioris Geometriæ studiosis probetur non edicam; eam tamen propter rationes hic minimè importuno silentio supprimendas respuendam non censeo. Galileus profectò in eodem Dialogo de motu locali disputans de Infinito, de proprietatibus finitorum, quas infinitis applicare minimè liceat contra ipsum concludit.*

In hac ergo Sectione primò dicitur me huiusce Methodi Ind. inueniendę ansam arripuisse ex Keplero. Secundò sententiam suspendit an purioris Geometrię studiosis probetur, licet eam respuendam non censeat. Tertiò vero citat contra me Galileum in prefatis Dialogis.

Quoad primũ ergo videtur hic Auctor amplius declarare se Libros dictę Geometrię accuratè legere nõ potuisse, vt ipse fatetur in Indice rerũ pręcipuarũ Tomi Secundi, si enim eos qua congruebat diligentia examinasset, tunc quoq; potuisset animaduertere quã diuersa sint vtriusq; methodi fundamẽta. Keplerus enim ex minutissimis corporibus quodamodo maiora cõponit, ijsq; vtitur tanq̃ concurrẽtibus, quẽadmodum & ipse Guldinus asserit in subsequenti Sectione Tertia, vbi ipse tantum dico plana esse vt aggregata omniũ linearũ ęquidistantiũ, & corpora, vt aggregata omniũ planorũ pariter ęquidistantiũ, veluti in Exercit. 1. n. 7. 8. 9. explicabatur. Hęc autẽ nemo non videt quam sint inter se diuersa.

De

De eo, quod secundo loco dicitur amplius loquendi offertur occasio in multis, quę inferius attingentur.

Quoad tertium deniq; etsi in mathematica Schola lege vetitum sit iurare in verba Magistri, ita vt illius alumni puram, ac sinceram veritatem respicientes, ingenuè iactare soleant. *Amicus Plato, sed magis amica veritas.* Quapropter nec ipse tenear quascunq; Galileus in suis Dialogis de motu locali protulit conclusiones (quarum non paucas solummodò tanquam probabiles Lectori proponere intendit) mordicus tueri. Attamen ne debita erga tantum Pręceptorem per me videatur intermissa reuerentia, ęquo Lectori considerandum propono Galileum loco supracitato hęc duo sustinere: Nempe continuum ex Indiuisibilibus componi, & subinde lineam ex punctis, ijsq; numero infinitis; lineamq; dari altera maiorem, vt dictum Dialogum perlustranti manifestum erit. Concedit ergo aliquam infinitorum congeriem altera maiorem esse posse, quod non aduersatur, sed fauet positioni meę. Ne ergo admittatur hic in eodem Galileo expressa contradictio, fortè non incongruè dici potest in eo loco, in quo ait proprietates finitorum non esse infinitis applicabiles, in alio sensu de infinito locutum fuisse, vt potè hęc de infinito simpliciter, vel in ratione totius, vt dicunt philosophi, subintellexisse, cum ei nihil addi possit; vbi infinitis linearum punctis, quamuis infinitis (cum non sint infinita simpliciter) potest tamen iugiter fieri additio, vt per se patet.

## CAPVT II.

### *De ijs, quę discutiuntur circa Sectionem tertiam.*

TRanseamus nunc ad Sectionem tertiam, quę sic se habet in eadem Pręfatione Pag. 4.

Sectio III. *Hic ergo Caualerius secutus tam Bartholomæum Souerum, qui Libro quinto de Curui, ac Recti proportione promota, parallelarum, ac figurarum analogarum virtutes, ac proprietates tradit, quam Keplerũ, qui per infinita plana, & corpora minutissima maiora componit (si quidem componit) vt videbimus Lib. 4. cap. 4. putabat se sensum attigisse Archimedis*

*dis, quo ille sua facilè quidem proponat, demonstret autem, & spinosè, & laboriosissimè per nouam istam resolutionem & compositionem facillimo modo demonstrare se, ipso etiam Archimede consentiente iudicat. Sed hoc refellit Alexander Andersonius Scotus, vt in loco patebit. Hos igitur Caualerius non solum imitari, sed & ea que ipsi in paucis dumtaxat, & sigillatim tantum persecuti sunt, ipse generatim in pluribus, immò in infinitis, & vniuersè demonstrare conatus est. Plana autem illa Kepleriana cum in punctum omnia, & corpora in axem coirent, minus ad rem facere visa sunt Caualerio; vtitur ergo lineis, & parallelis planis indiuisibilibus, & infinitis, deque illis concludit id, quod de finitis quæritur.*

Hic vt vides, benigne Lector, nisi Keplerus sufficiat, adiungitur & Bartholomęus Soucrus, à quò dicta Methodus Ind. desumpta fuisse perhibetur, ex eo quod in Libro de Curui, ac Recti proportione promota, parallelarum, ac figurarum analogarũ virtutes, ac proprietates tradiderit. Inculcat autem hic Guldinus iuxta eundem Souerum pressius eam, quam appellaui posteriorem Methodum Ind. de qua egimus in Exerc. secunda, cui nonnihil affine redolere vidētur eiusdem Soueri figurę analogę. Sed vtinam aliquid & maioris momenti in publicam vtilitatem ope fundamenti prędictorum Auctorum inuenissem, nec enim erubescerem hoc publicè testari, dequè meis inuentis tam benemeritos palam profiteri. At mihi non opus fuit hos Auctores sub hoc titulo recensere (quemadmodum voluisset Guldinus, miraturq; de Souero me non declarasse) à quibus nihil mihi mutuatum est, pręterquam pauca aliqua solidorum nomina à Keplero, de quibus in pręfata Geometria fit mentio. Sola enim admiratio, qua solēt incipere philosophi philosophari, & nō Kepleriana, vel Soueriana doctrina, occasionē Methodi Indiuisibiliũ inueniēdę, ea ratione, qua in eiusdem Prefatione aperitur, mihi suppeditauit. Hoc verò quoad Souerũ sic amplius confirmari potest. Cum enim anno 1629. degerem Parmę, iamq; Illustrissimi huius inclitę Vrbis Bononiæ Senatores publicum Mathematicum ea, qua solent circũspecta prudētia deligere statuissent, eorũ nomine mihi eisdem seruire in hoc munere cupienti, indictũ



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

est vt aliquod specimen Mathesis, quam audierant me profiteri, eisdem prębèrem, quò tali gnomone, ac regula me vel vt idoneum eligerent, vel tamquam ineptum reprobarent. Vt ergo eorundem iussis obtemperarem, ijsdem misi eodem anno 1629. dictę Geometrię 7 Libros, etsi manuscriptos, attamen absolutos, simul cum meo Speculo Vstorio, quę paulò post in lucem edita sunt. Ii autem nedum ostensi fuere f. r. Octauiano Zambeccario tunc temporis Iustitiæ Vexillifero, sed & eius successori Achilli Voltę, alijsq; Illustrissimis Senatoribus, qui vt varia eruditione referti, non parum quoque Mathematicis Studijs delectabantur. Eos quoq; viderunt Excellentissimi Viri Matheseos Professores Ouidius Montalbanus, Carolus Antonius Manzinius, vt & Cęsar Marsilius, & Antonius Maria Bonalonius. Quinimmo & P. Bettinus è Societate Iesu, pręcęteris eiusdem lucubrationibus Apiarijs illustris, Alphonsus de Isè, Io. Baptista Parmeggianinus Archipręsbiter Carpaneti in Agro Placentino, & alij quãplures (quorũ non pauci adhuc superstites extãt) Parmę ante annum 1629. eosdem absolutos non semel perspexerunt. Cum tamen Souerus nonnisi anno 1630. publicis typis apparuerit. Quì ergo fieri potuit vt eum secutus fuerim, qui non dum processerat ad lucem?

Sed esto quod Guldini rationes efficaciter conuincant me ex Keplero, ac Souero Methodum Indiuisibilium inuenisse, propter aliquam conuenientiam, quam mei infinita Indiuisibilia cum minutissimis, & infinitis corporibus Keplerianis habere videntur, nec non figurę analogę etsi generalissimę cum specialissimis à Souero consideratis. Pari ergo ratione vbicumq; inter duorum Auctorum principia appareat aliqua similitudo, affinitas, seu conuenientia, tunc euidenter cõcludere poterimus eum qui posterius scripsit ex priori desumpsisse principia. Qualem ergo suspicionem subiret ipse Guldinus, cuius principia, seu Regula generalis, quam affert pag. 147. & in qua tota illius Centrobaryca fundatur, adeò principijs Kepleri in Stereometria Doliorum adhibitis assimilantur, vt quod ipse specialiter ibi tradidit, tantum vniuersaliter appareat extendisse Guldinum; quod hęc loca eiusdem Kepleri consideranti manife-

stum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

stum fiet. Is enim in dicta Stereometria Theor. 18. sic inquit. *Omnis annulus sectionis circularis, vel ellipticæ est æqualis cylindro, cuius altitudo æquat longitudinem circumferentiæ, quam centrum figuræ circunductæ descripsit, basis verò eadem est cum sectione annuli.* Guldinus verò pag. 147. afferens dictam regulam generalem ait. *Quantitas Rotanda*, hoc est circulus, vel ellipsis in Theoremate Kepleri *in viam rotationis ducta*, nempè in peripheriam descriptã à centro, quod est tam figuræ, quam grauitatis, *producit potestatem rotundam vno gradu altiorem potestate, siue quantitate rotata*, scilicet producit annulum strictum, vel latum. Videat ergo Lector quam hęc sint similia, & quã facilè iuxta normã ab eo traditã dijudicari posset ipsum ex Keplero talem Regulã sibi construxisse. Hoc verò amplius confirmaretur ex eo ꝙ nedũ regula, sed & ratio, quã affert eiusdẽ regulę, qualiscũq; sit, simillima est Keplerianę. Etenim idẽ Keplerus vt demonstret prędictũ Theor. 18. ibidẽ sic procedit *Annulo enim inquit (in schemate* 11.*) GCD, sed integro, ex centro spatij, A, secto in orbiculos infinitos, ED, coq; minimos, quilibet eorũ tanto erit tenuuior versus centrum, A, quanto pars eius vt, E, fuerit propior centro, A, quam est, E, & recta per, F, ipsi, ED, perpendicularis in plano secante, tantò etiam crassior versus exteriora, D, extremis verò dictis, scilicet, D, S, simul sumptis duplum sumitur eius crassitiei, quæ est in orbiculorum medio. Hæc ratio locum non haberet si orbiculorum, E, D, partes cis, & vltra circonferentiam, FG, lineasq; per, FG, perpendiculares, non æquales, æqualiterq; sitæ essent.* Eadem extendit in Cor. 1. ad alias quoq; figuras eiusdem conditionis, & similia repetit ad Theor. 19. inquiens. *Nam secatur tale strictum ex, A, in orbiculos, qui in, A, habent crassitiem, nullam in, D, duplam ipsius crassitiei in, F, sicut circulus per, D, duplus est ad circulum per, F.* Perpendantur nunc verba Guldini posita pag. 146. quam cum prędictis concordent, Ait enim. *Partes autem rotandæ quãtitatis quò longius distant à centro, seu axe rotationis, eò plus etiam quantitatis seu potestatis describunt, cum maiorem faciant circuitum; & contra quò magis partes ad axem rotationis accedunt, hoc minorem faciunt ambitum, minusq; quantitatis efficiunt. Inuenire ergo oportet aliquod medium,*

*dium, ita ut partes hinc indè, hoc est extrorsum, & introrsum, siuè vltra, & cis descriptæ aliquo modo æquentur.* Hoc ergo medium paulò post ait esse centrum grauitatis, hęc subiungens. *Partes enim illæ citra, vel intra circumferentiam, quam centrum grauitatis describit, in quantum ab æqualitate deficiunt, in tantum precisè abundant illæ vltra, siue extra illam circumferentiam descriptæ; & sic per compensationem exactè peruenitur ad æqualitatem.* Ego tamen Guldino talia vnquam non obiecissem, neq; enim inuentoris laudem omninò tollere putandum est, quod ipsius inuenti rude aliquod exemplar artifex pręcognouerit. Quinimmo ea videtur esse infirmę hominum mentis conditio, vt nisi aliquo extrinsecus pręmonente excitentur, egrè quidquam eggregij inuenire possint. Quapropter mirandum non est (vt innumera, quę afferri posśent exempla pretermittam) si Poetę quos vel finxere Deos, non aliter inuentarum ab ipsis rerum gloriam assecutos fuisse fabulantur. Vt Hercules cum purpureum colorem ex Cane Purpuram è mare eiectam in littore vorantem didicisset. Velut Mercurius visa Testudine, cuius longa vetustate exsiccati nerui percutientibus digitis, non inamęnum reddebant sonum, lyrã adinuenit. Seu Pan ex calamis à vento agitatis, sonumq; facientibus fistulam Pastoribus compegit. Quacumq; enim ratione vtile aliquid humanę Reipublicę alicuius opera reuocetur ad lucem, id non fine congrua inuentoris laude hominibus excipiẽdum esse reor.

## CAPVT III.

*In quo Sectio quarta, & quinta examinatur.*

IN Sectione quarta, & in eadem Pag. 4. hæc subdit Guldinus.

Sectio IV. *Verum circà hanc rem graui litigio doctissimorum virorum animi iure meritò diuidi possunt; nec satis video, quis tot dissidia tamquè diuersa, aut Æacus aut Minos componat. Agnouit Caualerius solidorum rotundorum, quemadmodum & Keplerus, genesim fieri ex rotatione planorum circà*

*cà axem, sed quomodo ex hoc principio reliqua quæ intendebat purè geometricè deduceret, hoc illi non uenit in mentem, licet rem ipsam iam auspicaretur, centrum uidelicet grauitatis. Sed præstat illum ipsum Caualerium audire in suos septem Libros sic præfantem.*

De hoc litigio dicetur inferius, vbi an mea geometricè ostenderim pariter discutietur. Quod verò hanc viam Centri grauitatis non fuerim prosecutus, mirandum non est, Naturę enim ordini magis conforme existimaui priùs figurarum dimensionem, posteriùs verò earundem Centrum grauitatis inuestigare. Prius enim figura intelligitur extensa quam grauis: vnde præpostero ordine videtur fieri processus à Centro grauitatis ad figuræ solidæ dimensionem, vt facit Guldinus. Licet si spectemus ordinem doctrinæ id nihil officiat. His autem subdit in Sect. 5. huiusmodi verba ibidem Pag. 7.

Sectio V. *Videt ergo Lector Argo licet minus oculeus, illum non attendisse ad medium illud, cuius ipse meminit Centrum grauitatis, id, quod ut nemo Geometrarum inficiabitur, puritati Geometriæ non solum nihil derogat, sed & auget illam, & illustrat, sic Indiuisibilia illa ea ratione sumpta, & plerisque Philosophis, & Mathematicis omnibus aduersantur. Rotationem ipse etiam admittit, sed maluit cum Archimede integras, quam cum Euclide, & alijs semifiguras circumducere; ex quo fieri potuit, ut potius de Centris illarum, quam harum cogitationem susciperet. Itaque & præ Kepleri Transformationibus, & præ Caualerij Indiuisibilibus, Centrum grauitatis in Geometricis iam dudum receptum palmam feret, & rectius Stereometriam Archimedis complet, feliciusque Geometriam promouet, quam vel Kepleri figurarum inconsueta, & quæ ipsa demonstratione magnoperè indiget, Transformatio, vel Caualerij Indiuisibilia à Geometris nondum recepta. Centrum grauitatis intra syncerioris Geometriæ limites consistit, pedemque figit. Tantum interest primis structuris solidum substruere fundamentum, & super immotam basim attollere, quæ annorum ferre vires, & aliqua lacessita, inconcussa durare possent.*

Itaq; summa dictorum est Keplerianam, Caualerianamque methodum nutare ob fundamenti debilitatem. Dicta

Indi-

Indiuisibilia à Geometris nondum esse recepta, immò plerisque Philosophis, & omnibus Mathematicis aduersari. Centrum grauitatis firmiter hærere, per ipsumque rectius, quam per eorum methodum Stereometriam Archimedeã compleri, Geometriam fęlicius promoueri, præ eorumque inuentis illud palmam ferre. Cui quidem Elogio libentius & ipse subscriberem, veluti inuentam ab eo Regulam plurimi facio, si eam aliqua meliori ratione confirmasset. Cum enim hoc sit maximum sui fundamentum non congruebat ipsum probabilibus tãtum argumentis firmare, quod vt Rethoribus proprium, ita Geometris insuetum est, sed demonstratiuis rationibus stabiliendum erat. Quod autem hoc verum sit manifestat pag. 146. vbi versus finem de sua Regula generali, seu maximo fundamento hæc habet, nempè. *Neq; alia demonstratione res hæc indiget, sed sufficiet per inductionem hoc ipsum si non in singulis, in plerisq; tamen, quas describemus, ac componemus Potestatibus ostendere, aut certè quod nostra inuenta cum alijs aliorum aliter demonstratis præcisè conueniant innuere, uel tacitè etiam periti Geometræ iudicio id relinquere.* Quod & repetit Pag. 174. dum dicit. *Neque hoc scrupulosius demonstrare necesse putamus hoc loco, cum & aliundè clarissimè constet Potestatem rotundarum quantitatum ex nostra compositione ortum ducentium, cum ea præcisè conuenire, & exactè, quæ vel ab Archimede, vel ab alijs, paucarum licet respectu nostrarum, alio modo & inuenta, & demonstrata est. Quod ipsum sufficienter arguit veritatem nostrarum inuentionum vniuersalem, & nos hæc vltrò, tamquam opus supererogationis, annectere voluimus.* At benigne Lector, si ratio à concordantia petita cum aliorum Auctorum conclusionibus aliter ostensis, sufficit ad principij stabilitatem, ac veritatem indicandam, iuxta Guldinum: cur eadem concordantia, quę cernitur in Geometria Ind. iuxta eũdem sufficienter non arguet huiusce Methodi veritatem? Cur neglectis tot Philosophorum ambagibus, tot litigijs, ab ijs ad Mathematicum tribunal eidem appellanti pro sui fundamenti veritate ipsam Mathesim laturam esse sententiam haud sperare licebit. In eo autem quod spectat ad Philosophos, & Mathematicos, quibus hęc Indiui-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ſibilia aduerſari pronuntiauit Guldinus, ſpero eosdem ęquius de his fore dijudicaturos, cum accuratius, quam ipſe fecit, horum Indiuiſibilium Methodum inſpexerint, ac examinarint. Cumq; plures haud quidem gregarios Mathematicos horum Indiuiſibilium cultores, ac fautores, in medium afferre poſſem, hos nunc ſilentio prętereundos eſſe duxi, vt, ſponte patefactis eorumdem Reipublicę literariæ per hęc Indiuiſibilia inuentis, illuſtriora appareant ipſorum teſtimonia.

## CAPVT. IV.

### *Diſſeritur circa Sectionem* 6. 7. 8. *&* 9.

PRęfatis tamquam pręludij loco à Guldino pręmiſſis accedit nunc ad dictę Geometrię doctrinam preſſius expendendam in eadem Pręfatione Pag. 8. primòq; aggreditur primam Libri Primi Propoſitionem, eamq; non fuiſſe rectè abſolutã his probare contendit in Sectione Sexta, quę talis eſt.

Sectio VI. *Antequam autem à Caualerio diſcedamus, licet ingenium, conatuſque ipſius meritò iudicem æternæ famæ præconium mereri, neque tamen integrum mihi ſit inſpicere, multò minus diligenti lectione veſtigare, atque excutere ipſius ſeptem librorum propoſitiones; vnam tamen in homine ad Mathematica, vt mihi videtur nato à natura quoque ficto facto, lectoris animum dimouere poſſe iudicaui, & eſt Prima totius Operis, ac proinde Primi libri Propoſitio, qua ſtatim in veſtibulo Operis ſibi ipſimet tamquam Geometræ iniuriam facit, & quaſi Ageometra eſſet, Problema hoc ſoluit: Cuiuſuis figuræ planæ, aut ſolidæ, quæ linea recta, aut plano pro baſi vtatur, reſpectu huius verticem inuenire.*

Adnotet hic Lector Guldinum denuò fateri ſe non potuiſſe diligenter inſpicere, & excutere meas 7. Librorum Propoſitiones. Reprehendit autem me vt errantem in dicta prima Propr. tali ratione in Sectione Septima inquit tiem ibidem.

Sec. VII. *Rectè quidem proponit, licet non verbo ſed ſchemate*

*mate saltem indicet figuram illam flexuosa linea esse contentam base excepta.*

Ad quod dico non opus fuisse verbo exprimere, quod per se patebat; neq; enim illa linea recta esse poterat, cum deberet cum basi, quę recta supponitur, spatium comprehendere, vnde necesse erat flexuosam esse. His in Sectione 8. hęc in eadem Pagina superaddit.

Sectio. VIII. *Esto sanè figura illa plana, Parabola, solida autem Conois, iubet ipsè vt Problema conficiatur assumere quoduis extra basem punctum, per quod ipsi basi agatur recta, siuè planum parallelum; hoc planum siuè recta ait, tangit figuram propositam, vel non: si tangit punctum contactus (supponit enim vnicum tantum contactus punctum esse) erit vertex quæsitus, & habemus quod volumus,*

Aduertat autem hic Lector me non ita supposuisse vnicum punctum contactus, vt velim lineam, vel planum tangens in pluribus vno punctis tangere non posse. Sed vnicum assumpsi, quia quod de vno dicitur, de reliquis quoq; subauditur. Deinde sic prosequitur ibidem in Sectione 9.

Sectio VIIII. *Sed ò Geometra cuius ad iudicis vrnam lis hæc perorabitur? oculosne arbitros esse mauis, quam ab intellectu totam causam cognosci? Si non tangit, prosequitur, linea ducta, vel planum siuè sit intrà, siuè extrà figuram, ad partem illam figuræ, quam tangere possit, paralleliter basi moueatur tandiù usquè dum tangat figuram, & rursus punctum contactus ostendet verticem, sed rursus quæro quo indicio cognoscere queam, quando, & vbi figura tangatur? Non hac ratione, aut methodo docuit Euclides tangentem circulum ducere; non hoc modo Appolonius magnus ille Geometra Sectiones Conicas tangit. Corollarium uerò huius Propositionis longius adhuc à uera Geometria recedit, quæ per similia nequaquam Promota, sed Remota dici poterit. Iurè meritò ergò hæc Propositio morosis necdū depulsis omninò morbi fastidijs, conflictanti mihi librum è manibus excussit; quē tamen, si auspice Numine priùs uigor membris redierit, auidius uersabo, & quid sentiam palam edicam.*

Vt tanto igitur Guldini dubio satisfaciam, & ad huiusmodi maculam si qua est eluendam, noto primò ex dictæ Propositionis demonstratione certissimè concludi, possibi-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

le esse ducere lineam, vel planum tangens quamcunque oblatam figuram. Si enim dicta linea, vel planum in presupposito ibi motu continuè parallelo, nunc extrà, nunc intrà figuram reperitur, profectò aliquando ipsam tangere necesse est. Nec ipse Guldinus hanc possibilitatem inficiatur, vt patet ex illius dictis Pag.348. num. 4.

Noto secundò hanc possibilitatem toti meæ Geometriæ Ind. sufficere, vt illius Propositiones perlustranti, vbi de vertice, vel contactu figuræ fit mentio manifestum erit. In his autem, si geometricam scrupulositatem attendere velimus, quotiescunq; vsurpatur terminus ducendi tangentes, seu vertices inueniendi pro eo tantum possibilitatem subaudire debemus. Hoc est perinde ac si diceretur, intelligantur ductę tangentes, vel inuenti vertices, &c. talesque esse supponantur. Quemadmodum & Archimedes Libro de Spiralibus etsi nesciat quomodo ducenda sit tangens Spiralem in illius termino, supponit tamen illam tamquam ductam, & per hanc hypothesim rectè ibi propositum concludit. Vnde hæc propositio quamuis in modum Problematis proposita nihil tamen obest dictę Geometriæ veritati, illi enim & tãquam Theorema proposita satisfacere potuisset.

Tertiò, & vltimò concludo fuisse opus supererogationis ipsam proponere tamquam Problema, vt illud ea ratione absoluerem, qua poterat absolui, siue sit absolutio geometrica, siue non. Quemadmodum enim si quis peteret vt proposita quæcunq; linea, seu magnitudo geometricè mensuraretur per aliquam regulam generalem, fortè impossibile postularet, nisi ad species linearum, seu magnitudinum descenderet: ita in hoc Problemate nisi descendamus ad species figurarum impossibile erit solutionem propriè geometricam afferre. Hoc autem non negat ipse Guldinus, cum loco supracitato asserat hanc solutionem geometricam haberi non posse nisi de ijs, *de quorum ortu, ac genesi constat*, cuiusmodi sunt circulus, ac Sectiones Conicæ, in quibus Euclides, & Archimedes geometricè lineas tangentes ducere potuerunt. Non ergo carpere me debuit, quod rem non præstiterim etiam illius dicto impossibilem, sed potius excusare, quod illud ea ratione absoluere tentarim, quo

sol-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ſolubile erat, & oculo, ac manu, necnon quocumq; alio ad hoc conferre poſſet; in ſubſidium accito in modum Problematis propoſuerim.

## CAPVT V.

*In quo proceditur à Sectione 10. uſq; ad 15.*

CVm Auctor Centrobaryce Pag. 207. dixiſſet Globi Geometriam nondum eſſe perfectam, aut ſcopum deſideratum attigiſſe, plurimaq; adhuc inuenienda ſupereſſe, innuit menſuram triangulorum ſphęricorum, quam tradidi in meo Directorio Pag. 3. cap. 8. ſic in Sectione 10. ibidem loquutus.

Sectio X. *Egregiè profectò incepit & deſideratas partes complere, & ſcientiam ipſam excolere, & iam rem præſtitit, quam multis annis in uotis habui Bonauentura Cavalerius ſuperiori libro à nobis productus; Aream nimirum inuenire, ac capacitatem triangulorum quorumuis Sphæricorum, datis magnitudinibus angulorum ſiuè ſeorsim, ſiuè simul ſumptorum. Et licet deſerente nos adhuc Circuli quadratura, area illa abſolute dari nequeat, eius tamen proportionem ad integram Globi ſuperficiem clariſſimè demõſtrat. In Opere enim illo quod Directorium Generale Vranometricum inſcribit, Parte Tertia, Capite octauo, hanc tradit Propoſitionem. Superficies ſphæræ ad ſuperficiem cuiuſcunque Trianguli ſphærici in eadem deſcripti, eandem habet rationem, quam quatuor recti ad dimidium exceſſus ſummæ angulorum eiuſdem triãguli ſuper duos rectos. Pulcherrimum ſanè, & vtiliſſimum Inuentum, Caualerioque dignum, à quo iurè meritò expectandum ſit quidquid adhuc in Geometria hac Rotũdi, ſiuè Globi deſideratur. Ex hac autem Propositione tamquam Corollaria deducit proportionem primo totius Sphæræ ad Pyramidem Triangulatam, cuius vertex centrum ſphæræ, basis vero triangulum in ſphærica ſuperficie occupat. Secundo proportionem triangulorum ad inuicem. Deindè ſeptem Problematibus docet transformationem trianguli ſphærici propoſiti in ſuperficiem integram alterius ſphæræ; in ſuperficiem ſectoris eiuſdem Sphæræ; in Zonam Polarem, &*

*in*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*in non Polarem, Zonam in superficiem sectoris; Pyramidis supradictæ in aliam Sphærã; & tandẽ, quod mireris ipsius Trianguli sphærici Quadraturam. Siquidem quod suprà monuimus Quadraturam Circuli supposueris. Macte animo Caualeri, & ab illis infinitis Indiuisibilibus, ad finita diuisibilia stylũ cõuerte. Tibi debetur hoc Geometriæ Rotundi supplementum, qui attulisti à me diù desideratum complementum.*

Circa hęc nil mihi dicendum occurrit, nisi quod propter hoc tenue inuentum tot in me collatis laudibus, cauendum illi erat ne in Galilei errorem laberetur, quem prius indicauerat pag.3. Libri Secundi; cuius tamen humanitati fateor me plurimum debere. Post hęc autem cum pag.325. rationem demonstrandi Keplerianam redarguisset, eamq; dixisset non esse omninò spernendam, huius deinde reddit rationem, subdens hęc verba in Sect.11.

Sectio XI. *Hinc enim ansam arripuit, & occasionem Bonauentura Caualerius suam Methodum Indiuisibilium, qua Geometriam promotam esse iudicat, producendi, vt ipsemet innuit in Præfatione illius libri, de quo nos fusius in Præfatione ad librum secundum Centrobarycorum nostrorum &c.*

De hoc superius satis dictum est. Quod autem innuo in Prefatione meę Geometrię non est me ansam, & occasionem arripuisse ex Keplero meam Methodum inueniendi, sed tantum de ea iam inuenta periculum faciendi in ijs solidis, quę à Keplero in sua Stereometria fuerant promulgata.

In eadem pag. 325. examinat Auctor Theorema Tertium Kepleri in dicta Stereometria, in quo nititur probare cylindrum ad paralleleppipedum columnare rectangulum ęquealtum, quod cylindri corpus stringit quadratis suis basibus, & parallelis lateribus, rationem eandem habere, quam circulus ad circumscriptum illi quadratum, hoc est proximè quam 11. ad 14. Dicit enim hoc idcircò esse quia præfata solida sunt veluti quædam plana corporata, vnde accidunt illis eadem, quæ planis. His ergo sequentia verba ibidem Guldinus superaddit in Sectione 12.

Sectio XII. *Quod uerò subiungit Cylindrũ, & columnam esse veluti quædam plana corporata, quamuis autem nimis breuiter dictum sit hoc pro viris Archimedeis, & Euclideis, hinc tamen*

*tamen Caualerius post plures speculationes, & cum paulò profundius rem contemplatus esset, in hanc tandem deuenit sententiam, nempè ad rem suam lineas, & plana, non ad inuicem coincidentia, vt facit Keplerus Prop. 2: sed æquidistantia assumenda esse, quemadmodum hic, vbi per plana parallela basi progreditur Keplerus.*

Hic denuò arguit Guldinus me desumpsisse ex Keplero meam Methodum Ind. per plana corporata interpretãs plana basi parallela. Sed quam longè absint hæc ab ijs, quæ in mea Geometria traduntur, agnoscent illi, qui eam sedulò perlegerint. Etsi enim iam inuenta Methodo illi adaptari possit quidquid videtur cum eadem aliquid affinitatis habere: prius tamen in tenebris latitabat, quam si Keplerus animaduertisset, & eam clarius indicasset, ac eadem vsus fuisset, quod tamen nullibi apparet. Subdit deinde ibidem in Sect. 13.

Sectio XIII. *Nescio tamen quid Caualerius dicturus sit adhoc, quod habet Keplerus Theoremate quarto, quod nos de Cylindro, & Cono demonstrauimus Capite præcedenti Prop. 2. vbi postquam demonstrasset Columnam Pyramidis æquealtæ eandemque basim habentis triplam esse: Idem dicit esse de Cylindro, & Cono, hæc subijciens.*

Post hęc autem affert verba Kepleri eiusdem Theorematis pro Cylindri, & Coni demonstratione ab eo ordinata, moxque subiungit pro me responsionem, sic inquiens.

*Respondebit fortasse illum hic non vti planis infinitis, sed partibus corporeis, & sic se in sua permanere sententia.*

Cui responsioni & ipse subscribo, hocq; tantum addo ex hoc Theoremate amplius apparere posse dicta plana parallela longè abfuisse à mente Kepleri, ad quę si respexisset, multò melius, & vniuersalius dictum Theorema de Cylindro, & Cono demonstrasset, sicuti illum vniuersalissimè ostendi Libro Secundo dictę Geometrię Prop. 24. & ad Sectionem 1. Corollarij quarti generalis Propositionis 34. vt quoq; videre licet in Exercit. prima.

At si deniq; concederem Guldino, quod toties inculcat, nẽpè mihi aliquid luminis ex Operibus Kepleri, & Soueri, ad procedendum per hęc Indiuisibilia parallela suppedita-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

tum fuisse (quod tamen omninò negatur) est ne hęc summa totius artificij huiusce Methodi? nequaquã. Ea enim sterilis, & infęcunda quodamodo remansisset, nisi miram eidem fertilitatem attulissent admirandę quędam Propositiones, eiusdem peculiarem vsum declarantes. Prę cęteris autem insignes sunt Prop. 23. Libri 2. cum suis Corollarijs, quę habetur quoq; in eadem Exerc. 1. pag. 46. & de qua disseritur ibidem num. 28. & Prop. 33. eiusdem Libri, quæ inibi posita est pag. 69. & per quam proportiones quæcumq; inter quaslibet figuras solidas inuentæ ad infinitas solidorum species extẽduntur. In his ergo, studiose Lector, vtriusq; Methodi Indiuisibilium nucleus concluditur, quę vel nunquam dicti Auctores, vt ex eorum Operibus apparet, somniarunt.

Post supradicta examinat Guldinus Pag. 327. famosę illius Propositionis Archimedeę demonstrationem Theor. 6. Stereometriæ à Keplero allatã, quę talis est. *Conuexũ sphęricum est quadruplum area cicruli maximi.* dictaq; ratione tamquam analogijs, & verisimilitudini innixa procul reiecta; refert se hanc Propositionem, ob ipsius præstantiam non vno modo tantũ, & ex intrinsecis principijs, sed tribus ostensiuè demonstrasse. Deinde hęc prosequitur ibidem in Sec. 14.

Sectio XIV. *Dum hæc ipsa scripsissem in mentem venit, vt viderem qua ratione illam Caualerius demonstrasset, & mox relictis omnibus, omnes, & singulas pagellas septem librorum Caualerij cursim inspexi; sed nihil reperi, neque in Methodo Indiuisibilium per 6. libros, & neque in septimo sine illa. Quamuis autem libros illos accuratius perpendere nec animus, nec tempus, nec vires suppetant: Ipsum tamen hanc demonstrationem omisisse miratus sum, & plurimis suis, ac infinitis Indiuisibilibus, vnicum Indiuisibile, hoc est Centrum grauitatis, tandiù præfero, donec melioribus instructus sententiam mutem.*

Nusquam ego hisce Indiuisibilibus ad curuarum superficierũ mensuram vsus sum, adhucq; incompertũ mihi est an ad eas vsq; pertingere possint, vnde egregium Guldini hoc inuentum, quod ad eas pariter inquit se extendere, permagni

gni quidem facio, at & pluris facerem, si aliquid pro suæ Regulę generalis demonstratione circa rotundas superficies supplementum attulisset, quo omni circa illius veritatem in ipsis rotundis superficiebus vniuersis ambiguitate Lectoris mens expoliari posset. In hoc enim eiusdem Centrum grauitatis pręstare Indiuisibilibus fatendum esset, quemadmodum in alijs quamplurimis illi præstare Indiuisibilia, qui eadē sępius ritè pertractauerit, haud puto inficiabitur.

Affert postremo Guldinus pag. 331. in Sec. 15. de Kepleriana, ac mea Methodo huiusmodi iudicium, inquiens.

Sectio XV. *Sed vt dicam paucis quod sentiam, vt & istā Keplerianam, & Caualerij Methodum (de Caualerij modo hic quicquam decisum volo, rem in aliud tempus si Deus vitam, ac sanitatem dederit, reseruans) iudico ad inuentiones Geometricorum Theorematum & Problematum plurimum valere, ità ad demonstrationes eandem adhibendam esse, si alia suppetant Geometris iam probata media, nequaquam suadeo.*

His ergo Indiuisibilibus, ceu quibusdā Canibus venaticis Geometras saltem ad inueniendum vti posse, ad idq; plurimum valere confitetur. Verum si huius doctrinę principia falsa sunt, vt ipse Guldinus Pag. 341. ad Prop. 2. probare contendit; quomodo in indaganda veritate, adeò fideliter, ac veraciter, vt experientia docet, ac cum aliorum inuentis concordantia, se gerere solent? deberet enim per hęc procedens studiosus in paralogismos plerūq; deuiare, quod tamen rectè ijs vtenti numquam contingit.

## CAPVT VI.

### *Discurritur super Sec. 16. & 17.*

CVm in superioribus Sectionibus Auctor Centrobaryce quasi perfunctoriè circa meam Geometriam verba fecisset, accedit nunc ex professo ad illius Methodi fundamenta examinanda. Quaproter ad earum difficultatum fastigium, quæ ipsius pulsarunt animum iam deuentum est, quibus vt viam sterneret, sic Libro Quarto Cap. 5. Pag. 339. præloquutus est in Sec. 16.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Sectio XVI. *Dum ea omnia, quæ hactenus scripta sunt Censoribus, pro vt in Societate nostra moris est, tradita essent, in quibus inter reliqua, in Præfationibus præsertim libri Secundi, & Tertij, mentionem fecimus Bonauenturæ Caualerij, dato illo breui temporis interuallo, quo scripta recognoscerentur, venit in mentem denuò inspicere ipsius Geometriam Promotam; non ea quidem accuratione, quam mihi proposueram post editos hos tres de Centro grauitatis libros, vt in Appendice deindè meam sententiam de illa promerem; sed obiter tantum considerare, ac perpendere. Quod dum facerem, vidi commodè me aptissimèq; & posse, & debere Libro Quarto quatuor constanti Capitibus, Quintum adiungere, quo per paucas aliquas Propositiones, & per modum quasi dubitationis præluderem, viamque sternerem futuro exactiori examini. Quid autem sentiamus de Prima Propositione Libri Primi Caualerij, eiusque Corollario satis clarè diximus in Præfatione Libri Secundi Centrobaricæ nostræ, qua cum etiam reliqua, quæ in Libro Primo continentur missa nũc facimus accuratiori ea, vt diximus, considerationi reseruantes. Gradum ergo ad Secundum Librum facimus, in quo videtur Auctor præcipua iacere velle totius nouæ doctrinæ fundamenta.*

Ex his ergo satis intelligi potest paulò hæc accuratiori diligentia, quam superiora, ab eo producta fuisse. Adhuc enim se dubitatiuè loqui, meaq; inuenta exactiori examini ab eo reseruari hic quoq; protestatur. His tamen non obstãtibus, transiens ad Propositionem primã in qua, *Pauca quædam à Caualerio Libro secundo præmissa expenduntur*, tali me censura reprehendit, sic inquiens in Sec. 17.

Sectio XVII. *Auctor noster, qui Nouam suam Geometriã Methodum vocat Indiuisibilium nonnullis visus est Methodum illam non satis methodicè proposuisse; immò qui non solum imitari conatus sit Bartholomæum Souerum, sed & Doctrinam ipsius Lib. 5. de proportione curui ad rectum promota, traditam (cuius nomen, quod ipse miror, in Geometria promota apud Caualerium nõ inuenio) magis vniuersalem reddere, methodum tamen ipsius claram, & Geometricam non adhibuerit, sed res ipsas Geometricas obscuris quibusdam difficultatibus inuoluerit, quod an verum sit, nec ne obiter tantum, & perpaucis considerare constituimus.*

Itaq;

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Itaq; in prẹfatis verbis dicitur nõnullorũ sensũ extitisse me nec methodicè, nec clarè, nec geometricè processisse. Verum si prẹfati viri, nõ accuratius quam Guldinus meam Geometriam inspexerunt, non miror eosdem talia proferre. At si diligentius eam perlustrarunt, hos rogo vt quæ hic responsionis loco à me afferuntur, pariter aspicere dignentur. Eos enim non tam acriter ac ipse retulit de hac Methodo iudicaturos esse spero.

Quod si Guldino, alijsq; ab eo prẹnominatis, qui forte veluti & ipse non ea, qua congruebat diligentia, meam Geometriam obuoluerunt, illius dogmata vel non methodicè tradita, vel obscura visa sunt minimè mirandum erit. Si enim eorum, qui Archimedeẹ doctrinẹ sedulò incubuerunt, *nonnulli*, vt idem Guldinus testatur Pag. 289. *de hac Archimedis quasi obscuritate querelas deposuerunt, quos inter Keplerus, qui lectionem ipsius vocat spinosam.* Quod & Clauij, & Petri Rami dictis ibidem confirmat: nunquid illis, qui hos abditos Geometriæ recessus; illiusq; penitiora, inerti quadam, ac negligenti animi tensione, hoc est non accuratè scrutati sunt, hæc natura sua obscurissima clara videri potuerunt? Sed hanc maculam verba Dauidis Riualti in Archimedis defensionem ab eodem allata, satis pariter eluere possunt, quæ & ab eodem Guldino ibidem afferuntur, sunt autem huiusmodi. *Profectò de rebus sublimibus, & natura sua abstrusis, seiunctisque à communi hominum captu non potest quispiam quicquam præcipere, quod perobscurum non sit, scilicet si statim obuium vno, aut altero uerbo excipiatur. Sensus ad insolita horrent, imaginatio hebescit, intellectus obtunditur, & iudicium difficilè assentitur, vndè obscuritas æstimatur. Prætereà res eximiæ propria methodo tradi debent, ne si facilius, quam par sit offerantur, contemptui sint. Raritas rerum, & aquirendi difficultas illis pretio sunt, vt meritissimo iure præstãtes viri diuinas suas adinuentiones, & Archimedeis similes emittant, decora quadam, & venerabili facie, tamen seuera, quæ primo intuitu honorem sibi, & reuerentiam conciliet, ne spernantur.*

Quod verò geometricè non processerim, in sequentibus restat discutiendum: de Souero enim in superioribus satis

superq;

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

superq; dictum est, & non debuisse de eo in mea Geometria per me mentionem fieri pariter comprobatum.

## CAPVT VII.

### *Continens Sectiones* 18. 19. 20. *&* 21.

ACcedit nunc Auctor noster propius ad examinandam Libri Secundi meæ Geometriȩ doctrinam, incipiens à Definitione prima, quã Studiosus videre potest in Exerc. prima Pag. 6. contra quam sic arguit in Sec. 18. Pag. 340.

Sectio XVIII. *Cum ergo Definitione prima Libri secundi ponat inter duo plana parallela moueri planum, alteri plano figurato inter duo illa plana intercepto, insistens, ijsdem planis semper æquidistanter, de hoc plano moto, eiusque effectu sic definit Auctor.* Singulæ rectæ lineæ, quæ in toto motu fiunt communes sectiones plani moti, & datæ figuræ simul collectæ, vocentur *Omnes lineæ* talis figuræ, &c. *Hic ergò dubito, immo sine dubio pronuncio planum motum nullam describere lineam, nisi fortè per duo extrema puncta. Planum enim motum cum ex suppositione antequam moueatur, aut insistat plano, aut illud secet in linea tantum, mota illa linea describet nihil aliud, quam superficiem, ut ergo superficies illa sit, & geometricè loquendo uocari possit*, Omnes lineæ talis figuræ, *hoc meo iudicio à nullo obtinebit Geometra, numquam enim superficies uocari potest plures, uel omnes lineæ; cum linearum multitudo quantumuis maxima, ne minimam quidem componere queat superficiem: multò minus admittendum est Corollarium annexum.*

Ad maiorem dictȩ primȩ definitionis intelligẽtiam supponamus quadratum, per cuius duo quæuis opposita latera sint ducta duo indefinita plana ipsi quadrato perpendiculariter erecta, quæ & consequenter parallela erunt. Rursus cõcipiamus alterum istorum æquidistantium planorum moueri continuò versus reliquum, ipsiq; ȩquidistanter, donec illi congruat. Hoc ergo motum planum quolibet momento secabit planum quadrati, communisq; eorum sectio erit recta linea per Prop. 3. Vndecimi Elem. Quapropter

sin-

singulæ rectæ lineæ in toto hoc motu vt sic in dato quadrato designabiles, seu descriptibiles, à me dictę fuerunt in dicta Definitione prima. *Omnes lineæ eiusdem quadrati*. Sicuti si pro quadrato cubum supponamus, & in eiusdem oppositis duabus quibuscunque faciebus ducta duo indefinita, oppositaque tangentia plana (quæ erunt parallela, cum tangant in faciebus parallelis) quorum vnum moueatur continuò versus reliquum, eidemque ęquidistanter, donec illi congruerit: per hoc motum planum quolibet momento designabitur in ipso cubo figura, quæ erit quadratum. Vnde singula quadrata, quæ in toto hoc motu fieri intelliguntur in ipso cubo à me dicta sunt. *Omnia plana eiusdem cubi*. hoc est speciali nomine. *Eiusdem omnia quadrata*. Cum ergo nulla sit ex præfatis lineis assignabilis in dicto quadrato, & nullum ex præfatis quadratis assignabile in cubo, per quæ non transeat aliquando, seu in aliquo momento motum planum (qua ratione dico ea ab ipso describi) ideo ea omnia, ita mente collecta, vt nullum excludi supponatur, vocaui. *Omnes lineas*, *& Omnia plana*. Quod autem dixi ea fieri in toto motu, subaudi in omnibus instantibus temporis, quo fit totus motus. Apud eos enim, qui sustinent continuum ex Indiuisibilibus componi, descriptio dictorum Indiuisibilium erit descriptio superficiei. Apud eos verò, qui vltra hęc Indiuisibilia ponunt aliquid aliud in ipso continuo, illud dicendum erit, describi in ipso motu. Quemadmodum reuoluto circulo super recta linea, cum eam quolibet momento tangat in puncto, omnia illius puncta intelligentur connotari, seu designari à moto circulo in omnibus instantibus temporis, quo fit totus motus; at ipsa linea in ipso motu describetur. His subdit Auctor pariter subsequentia circa Def. 2. in Sect. 19. & in eadem Pag. 340.

Sectio XIX. *Eiusdem farinæ est Definitio 2. cum suo Corollario de omnibus planis propositi solidi, ait enim*. Singula plana, quæ in toto motu concipiuntur in proposito solido, simul collecta, vocentur *Omnia Plana* propositi solidi &c. *Poterit aliquis in sua definitione uocari uelle lapidem & animal sensibile, hoc ut à nemine obtinebit. ità per motum illum*

cum

*cum fiat solidum, illud dici numquam cum ueritate poterit omnia plana propositi solidi.*

Nunquam autem ipse dixi solidum,& omnia plana idem esse, vnde hoc non est perinde ac lapidem velle vocare animal sensibile. Prosequitur deinde Auctor sic obijciens Definitioni tertiæ in Sect. 20. Pag. 341.

Sectio XX. *Quod duæ præcedentes Definitiones determinant de omnibus lineis rectis in figura plana comprehensis, & secunda de omnibus planis in solido contentis,hoc vt,mihi quidem videtur, definitio tertia concludere vult de omnibus punctis in linea contentis; vt nimirum concipiamus in linea descripta à pūcto aliquo, aut aliquibus, trāsitus, ut ille uocat, hoc est in motu, ut puncta in illa linea vocentur*, Omnia puncta transitus propositę lineæ. *Verum has tres definitiones nullus admittere potest Geometra,& multò minus Corollaria, quæ definitionibus annectuntur: Verbo sese expedit Geometra, & dicit, punctum, lineam, planum, in motu semper esse in maiori loco se, quod etiam Philosophi concedunt de omnibus mobilibus, & sic punctum post se non relinquit punctum, sed lineam; linea superficiem, superficies solidum. Ab hoc uero ut solido Geometrarum fundamento nulla me unquam dimouebit Methodus neque diuisibilium, neque Indiuisibilium.*

Ad hæc nihil præter superius allata addendum est, non enim in his est alia difficultas à prædictis.

Post hæc aggreditur duo sequentia Postulata, quæ videat Lector in dicta Exercit. 1. pag.14. vbi reliquæ pariter habentur Propositiones à Guldino examinatæ. Dicit ergò in Sect. 21. in eadem Pag. 341.

Sectio XXI. *Post definitiones (quas omnes perpendere nolumus) sequntur duo Postulata. Primum nimirum. Congruentium planarum figurarum omnes lineas esse congruentes, & solidorum omnia plana; si intelligit superficiem congruere superficiei, & solidum solido concedimus, de omnibus lineis, & omnibus planis, nihil scimus, quod idem dictum volumus de Postulato secundo.*

Ad horum discussionem iterum consideremus præassumptum quadratum, cui aliud quadratum æquale superpositum intelligamus, eidem congruens. Motum ergo planum

pro

pro vna recta duas rectas sibi inuicem congruentes quolibet momento designabit. Vnde quod de duabus ad libitũ assumptis verificabitur, de reliquis eadem ratione verificari concludemus. Sic namq; in figura, quam volumus ostendere esse circulum, assumptis duabus vtcunque rectis lineis ab eo puncto ductis, quod volumus probare esse centrum circuli, & ostendentes eas esse æquales vni tertiæ, de infinitis pariter, quæ ab eo puncto ad periphæriam duci possunt id tamquam probatum recipitur. Qua ratione ergo concipimus omnes lineas, omnia plana, eadem ratione congruentiam apprehendimus, vel si mauis dicere congruibilitatem, si ea omnia actu assignarentur.

## CAPVT. VIII.

*Examinantur Sectiones 22. 23. 24.*

POst Definitiones, & Postulata procedit Guldinus ad Propositiones aliquas ex Libro Secundo examinandas, & incipiens à prima, quę talis est nempè. *Quarumlibet planarum figurarum omnes lineæ recti transitus; & quarumlibet solidarum omnia plana, sunt magnitudines inter se rationem habentes.* sic instat contra eandem in Sec. 22. in eadem Pag. 341.

Sectio XXII. *Hæc Propositio absolutè negatur, & hoc oppono argumentum; Omnes lineæ, & omnia plana vnius & alterius figuræ sunt infinitæ, & infinita; sed infiniti ad infinitum nulla est proportio, siuè ratio. Ergo. Tam maior, quàm minor clara est apud omnes Geometras, vt pluribus verbis non indigeat. Ergò conclusio Caualerianæ Propositionis falsa est.* Subdit deindè. *Vidit hoc occulatissimus vir, & ex Lyncea descendens Progenie Bonauentura Caualerius*, quare demonstrationi subiungit Scholium sic incipiens. Hoc verò Scholium ibidem & ipse affert.

Recolat hic Lector, quæ superius dicta sunt Cap. 5. ad Sectionem 15. vbi Guldinus fatebatur meam Methodũ, quę prefatam Propositionem tamquam primarium fundamentum supponit, ad inuentionem Theorematum, & Proble-

matum plurimum valere: ſi enim illa abſolutè falſa eſt, vt apertè hic pronuntiauit, non niſi falſas concluſiones parere poterit, & tamen nihil adhuc falſi ex tali methodo oriri animaduerſum eſt, neq; oriri poterit, ſi modo rectè, hoc eſt iuxta prǽſcriptas regulas adhibeatur. Ad hanc autem difficultatem enodandam, concedo infiniti ad infinitum nullam eſſe proportionem, ſi loquamur de infinito ſimpliciter, & vndequaque: at de illis infinitis, quę non ſunt vndequaq; infinita, ſed ſecundum quid finitatis ſubeunt rationem, dico poſſe comparari ea ratione, qua finitatem ſortiuntur, cum ex ea parte illis poſſit fieri additio, & ſubtractio, quod non contingit in infinito ſimpliciter. Modo omnes lineę, & omnia plana iam dicta ſunt de genere infinitorum ſecundum quid, etſi enim quoad numerum ſint infinita, quoad magnitudinem tamen, cum ſingulę lineę, & ſingula plana finita ſint, omniumq; aggregata vndequaq; limitibus circumſepta, quapropter clarè intellectus agnoſcat illis poſſe fieri additionem, & ſubtractionem, qualiſcumq; ſit numerus Indiuiſibilium, quæ addi, vel ſubtrahi concipiuntur, ideò hęc poterunt inuicem comparari. Hoc ergo in dicta Prop. prima probatum eſt, dum res ad huius Axiomatis euidentiam reducta fuit, nempè. Totum eſt maius ſua parte. Eſſe enim hęc infinitarum linearum, vel planorum aggregata, non in ſpatio infinito, ſed finito, cum illud vndequaq; limitibus claudatur (quod fortè nulli alteri infinitorum generi conuenit) efficit vt mens ſine hæſitatione in his totum, & partem diſtinguat, quidquid ſit de illis infinitis, quę non vndequaq; ſunt limitibus circumſcripta, & in quibus idcircò rationem totius, & partis non tam clarè diſtinguere poſſumus. Si ergo appoſuerimus ex. gr. præconſiderato quadrato aliud quadratum ęquale, nonne manifeſtum erit omnes lineas primi quadrati iterum ſumi in ſecundo quadrato, & ideo vtraſq; ſimul ſumptas vnius tãtũ eſſe duplas, licet vtriuſq; aggregati numerus ignoretur? Hic enim perinde fit ac apud Algebricos, qui neſciẽtes; quę ſit, quam dicunt Radicem, Latus, aut Coſſam, ſeu quales ineffabiles radices, tamen eaſdem multiplicantes, diuidentes &c. deniq; in quæſiti inuentionem quaſi per has obſcu-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ras ambages manuducuntur. At contra id quod dixi, magnitudinem nempè omnium linearum, & planorum &c. posse comparari sic inuehitur Guldinus in Sec.23. Pag.342.

Sectio XXIII. *Dicit ergo Caualerius, se non comparare numerum omnium linearum, quem vt rectè dicit ignoramus, sed tantum magnitudinem, quæ adequatur spatio ab eisdem lineis occupato, cum illi congruat: Congruentia qualis sit, esseq; possit diximus Propos. præcedenti Num.5. Magnitudo autem, quæ adequatur spatio ab eisdem lineis occupato, duplex est aut est id spatium, quod occupant lineæ in motu, & hoc est tota superficies proposita, quam linea pertransit sine vlla dependentia à linea non mota, vel stabili, & hoc concedimus. Aut est id, quod ipse euincere vult spatium, in quo concipiantur esse lineæ indefinitæ (abhorret enim à vocabulo infiniti) quæ lineæ occupent illud spatium; & negamus, quia nihil aliud occupant nisi longitudines, quæ omnes longitudines, simul sumptæ numquam efficiunt spatium, siue latitudinem.*

De congruentia dictum est superius. Quoad magnitudinem verò, iuxta componentes Continuum ex Indiuisibilibus, respondendum erit magnitudinem omnium linearum oblatę planæ figuræ vnum, & idem esse cum magnitudine, superficiei. At iuxta aliter sentientes, concedam pro spatio ab omnibus lineis occupato, pressè loquendo, intelligendum esse aggregatum ex meris longitudinibus, quarũ singulæ singularum linearum tamquam loca concipi possunt, horumq; locorum magnitudini dicam adęquari omnium dictarum linearum magnitudinem. Hoc tamen non obstante euincitur propositum: quia cum horum locorum, & subinde omnium linearum aggregatum ex nulla parte excedat figuram, cuius dicuntur omnes lineę, sed eius limitibus coerceatur, idcirco illi poterit fieri additio, vel subtractio, & subinde huiusmodi aggregata erunt inter se cõparabilia. Hoc verò confirmaueram in pręfato Scholio, quod habetur in Exerc. prima Pag.23. à partibus, in quas continuũ est separabile, etsi enim illę sint infinitę (cum sit iuxta Philosophos diuisibile in semper diuisibilia) hoc tamen non obstante continua esse comparabilia conceduntur. Vnde à pari quamuis huiusmodi Indiuisibilia sint infinita, non tol-

letur tamen quin eorum aggregata sint ad inuicem comparabilia. Cui confirmationi sic occurit Auctor noster in Sec. 24. & in eadem Pag. 342.

Sectio XXIV. *Respondeo continuũ esse diuisibile in infinitum, non autem constare partibus infinitis actu, sed tantum in potentia, quæ numquam exhauriri possint; partes autem illæ inter Indiuisibilia comprehensæ nõ sunt, nisi ipsa assignẽtur Indiuisibilia. Ità vt si assignetur in figura plana vna linea, perimetrum figuræ vtroque termino suo attingens, vel secans, diuidet illa continuum in duas partes quæ duæ partes & componũt suum totum, & comparari possunt cum alijs partibus siuè huius, siuè alterius figuræ siuè duabus siuè tribus siuè pluribus per alias lineas assignatis, quæ etiam simul sumptæ componant suum totum: quia partes tam huius quam alterius figuræ multiplicari possunt, ità vt hæ illas superent, & contrà illæ has, quod idem de lineis assignatis, & simul quoad longitudinem sumptis dictũ volo; ac proinde ex definitione Quinta Quinti Elemẽtorum dicuntur habere inter se rationem. Et sic si sumatur aliqua congeries, siuè linearum, siuè partium planæ alicuius superficiei, erit illa finita, & inter se rationem habebunt, lineæ nimirum cũ lineis, & partes cum partibus, non autem lineæ cum partibus. Quare cum non detur, nec dari possit congeries omnium linearum, aut omnium partium possibilium, ergò nec proportionem inter se habere possunt, neque lineæ cum lineis, neque partes cũ partibus, quæ enim non sunt, nec vllo modo esse possunt, comparationem non admittunt. Plura, in re apud omnes Geometras clarissima, non addimus.*

His tamen nõ obstantibus, dico si comparentur inuicem continua, pari ratione Indiuisibilium aggregata comparari posse, nec obstare quod actu continuum non sit resolutum in suas infinitas partes. Demus enim ex. gr. quod præfata, quæ iuxtaposuimus quadrata, per impossibile de facto in suas infinitas partes resoluerẽtur, certè aggregata ex his infinitis partibus actu resolutis non essent quantitate diuersa ab ipsis quadratis, totum enim est æquale omnibus suis partibus simul sumptis. Cum ergo ipsa quadrata sint comparabilia, etiam istarum infinitarum partium aggregata essent comparabilia. Ergo & Indiuisibilium licet infinitorum

aggre-

aggregata pari ratione poterunt ad inuicem comparari,non enim obſtabit infinitas,vt & ſupra alia ratione probabatur. Non eſt autem neceſſe hæc omnia actu aſſignari in cõtinuo, vt eorum aggregata comparentur, ſed ſufficit intellectum ex aliquibus numero finitis aſſignatis, ipſa aggregata concipere, eorumq; proportionem tamquam ineffabilium radicum in lucẽ extrahere, vt eam colligat pro ipſis continuis, ſeu figuris. Quod in omnibus dictæ Geometrię demonſtrationibus liquidò apparet,in eis enim aſſumptis tantum quatuor vtcumq; magnitudinibus ex infinitis Indiuiſibilibus, quæ forent conſideranda, nempè ea ratione, qua declaratur in Exerc.prima num.29.colligitur proportio quęſita. Vt ex.gr. dum in Prop.5. Libri 2. quę poſita eſt in eadem Exerc. prima Pag.31. probare intendo parallelogramma ęquealta eſſe vt baſes,duco baſibus parallelam vtcumq; rectam lineam indefinitã, cuius portiones in dictis parallelogrammis concluſas oſtendo eſſe vt baſes: cũ verò ſit eadem ratio de reliquis, hocq; intellectus ſufficienter comprehendat, abſq; eo quod ſit illi neceſſe actu omnia hęc Indiuiſibilia in ipſis parallelogrammis aſſignare, ideò concludo omnes lineas dictorum parallelogrãmorum (ſubintellige ſi omnes forent actu aſſignatæ & ſubinde ipſa parallelogramma eſſe vt baſes.

## CAPVT VIIII.

*Proceditur à Sectione 25. vſq; ad 29. incluſiuè.*

AVctor noſter in ſuaProp.3.trãſit ad examinãdas Prop. 2.& Tertiã eiuſdẽ Libri Secundi cũ ſuis Corollarijs, vt Pag.343.videre licet.Dicit enim in Sectione 25.Pag.343.

Sectio XXV. *Propoſitio ſecunda ſic ſe habet.* Aequalium planarum figurarũ omnes lineę ſunt ęquales, & æqualium ſolidarũ omnia plana ſunt ęqualia,regula quauis aſſumpta. *Iam diximus omnes lineas dari non poſſe ſed neque per imaginationem aſſumi, quare reſpuunt ipſæ æqualitatem, vel rectius illas æqualitas aſſicere non poteſt. Si ſermo eſſet de lineis finitis numero æqualibus, ipſæ ſimul ſumptæ in quauis figura ſeorſim, & æquales poſſent eſſe, & inæquales, pro ſpecie figurarum,*

*rarum, & linearum varijs modis in ipsis ductarum, sed hoc non vult Auctor, neque ad ipsius facit propositum. Quod ergò de infinitis ante diximus, & hic repetita volumus.*

Ad hæc autem per superius dicta patet responsio. Subdit deinde ibidem in Sec. 26.

Sectio XXVI. *Iucundum addit Corollarium, in quo præter alia ex hac Propositione deducit quasi per exemplum, si cylindrus planis secetur, & per axem, & eidem æquidistantibus vbi creātur parallelogramma; secetur & alijs basi æquidistantibus vbi fiunt circuli, dicit omnia illa parallelogramma simul sumpta æqualia fore omnibus circulis simul sumptis. Sed idem dicendum est quod de lineis diximus, infinita scilicet plana esse, aut dari non posse: si sunt finita poterunt esse æqualia, vel inæqualia. Itaque Propositio hæc cū suo Corollario non subsistit.*

Non ab re hoc Corollarium iucundum appellauit, quod & admirabile dicere poterat. Licet enim hic infinitorum circulorum quodamodo intueri quadraturam, quod de vno tantum non adhuc protulit Geometria. Prosequitur deinde ibidem in Sectione 27. sic loquendo.

Sectio XXVII. *Propius iam accedit, ad iaciendum, stabiliendumque fundamentū pro sua Noua Geometria, vndè tertiò sic proponit.* Figuræ planę habent inter se eandem rationē; quam earū omnes lineæ iuxtà quamuis regulam assumptę, & figuræ solidæ, quam earum omnia plana iuxtà quamuis regulam assumpta. *Pro demonstratione proponit circulum, A & triangulum, D, & sic argumentatur:* Si continuum componitur ex Indiuisibilibus, patet absque alia demonstratione figuram, A, ad figuram, D, esse vt omnes lineæ figuræ, A, ad omnes lineas figuræ, D, tunc enim comparare continuum ad continuum non esset, nisi ipsa Indiuisibilia comparare. *Si hoc negetur, sumit figurarum propositarum æquè multiplicès, & sic dependenter à Propositione antecedente, eiusque Corollario propositum vult concludere; sed quia antecedens Propositio cum suo Corrollario nihil probat, etiam in hac Propositione nihil probatur. Ad quam absolutè respondemus figuras posse habere ad inuicem rationes, non autem omnes lineas, aut omnia plana vnius ad lineas omnes aut omnia plana alterius, hoc est infiniti ad infinitum. De finitis ex supradictis patet responsio.*

De

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

De hoc ſatis ſuperius dictum eſt. Addit deinde ibidem in Sec.28.

Sectio XXVIII. *Sed audiamus Corollarium.* Liquet ex hoc *inquit*, quod vt inueniamus quam rationem habeant inter ſe duæ figuræ planæ, vel ſolidæ ſufficiet nobis reperire, quam in figuris planis inter ſe rationem habeant earundem omnes lineæ, & in figuris ſolidis earundem omnia plana, iuxtà quamuis regulam aſſumpta, quod Nouæ huius meæ Gometriæ veluti maximum iacio fundamentum. *Verum hoc fundamentum nullum eſt, nullius enim figuræ dari, aut aſſignari poſſunt omnes lineæ, aut omnia plana; quare per ea, quæ nullo modo ſunt, aut eſſe poſſunt, nihil probare poſſumus.*

Hoc pariter non alia reſponſione indiget. Pręfatis verò continuat hic Auctor Scholium ſubſequens in Sectione 29. Pag. 344.

Sectio XXIX. *Cum fundamentum præcipuum huius nouæ Geometriæ meo iudicio nõ ſubſiſtat in hac Methodo vlterius pro hac vice progredi nolumus: ipſe verò Auctor licet ſua fundamenta adeò firma, atq; inconcuſſa in Præfatione Libri Septimi deprædicet, vt velut adamantina ſummorum ingeniorum tamquam arietum ictibus pulſata, ne minimum quidem nutantia agnoſcantur, & ſubdit hoc deberi Mathematicarum dignitati. An id ego ſufficienter præſtiterim, aliorum iudicio relinquam; vnicuique enim hæc perlegenti, ex animi ſui ſententia iudicare licebit. Hac fretus inuitatione auſus ſum, ea, quæ obiter occurrebant in medium proferre prout feci hactenus: & adhuc fortaſſis facturus ſum. Cæterum ipſe poſt aliqua, quæ ad propriam pertinebant defenſionem, & ego in ſupradictis attuli, ex aliorum mente ſic loquitur.* Hic dicendi modus adhuc videtur ſubobſcurus, durior quam par eſt euadit hic omnium linearum, ſeu omnium planorum conceptus; quaproter hunc tuę Geometriæ, ceu Gordium nodum, aut auferas, aut ſaltem frangas niſi diſſoluas. *Et paulò poſt.* Interim qualiſcumque mea fuerit illius (*nodi*) tentata diſſolutio, ipſum tamen in præſenti Libro, nouis alijs denuò ſtratis fundamentis, quibus ea omnia, quæ Indiuiſibilium Methodo in antecedentibus Libris iam oſtenſa ſunt, alia ratione ab infinitatis exempta conceptu comprobantur, omninò è medio tollen-

dum

dum esse censui. *Itaque hoc Septimo Libro omnia ea, quæ in prioribus sex Libris per Methodum Indiuisibilium probata sũt, independenter ab ea, nouis alijs denuò stratis fundamentis promittit se demonstraturum. Relictis ergò tantisper sex prioribus Libris, ad hunc Septimum inspiciendum, etsi quæ occurrent difficultates, eadem, quà supra breuitate, & synceritate, annotandas me accingo: quem ità legere incipiam, ac si solus, vt promittitur, subsistat, & absque præcedentibus intelligi queat.*

In hoc ergo Scholio patet Auctorem censuram complere circa Libri Secundi meę Geometriæ has paucas Propositiones, cęteris relictis, quæ reperiuntur tum in eodem Libro Secundo, tum in Tertio, Quarto, Quinto, ac Sexto, vbi ingens Propositionum est numerus ex dictus fnndamentis deductarum. Miror autem hunc Auctorem ex tot vel vnã saltem non delegisse, quam ostenderet expresse falsam esse, cum tamen in tot cõclusionibus saltem aliqua falsa esse deberet, si earum principia falsa sunt. His ergo cum eo inposito fine, transibimus in subsequenti Cap. ad eiusdem examen Libri Septimi.

## CAPVT X.

*Expenduntur Sectiones 30. & 31.*

AD eorum intelligentiam, quæ à Guldino contra Librum 7. meę Geometriæ afferuntur satis erit Lectorem in Exerc. Secunda pro nunc videre Prop. primam dicti Libri 7. quæ ponitur Pag. 88. quæ superaddita fuit, vt con. ceptus infinitorum Indiuisibiliũ posset euitari, prout iuxta posteriorem Methodum ibidem explicatum fuit. Ille ergo n Prop. 4. & in eadem Pag. 344. proponit se velle. *Quid de prima Propositione Libri septimi sentiendum sit aperire*, quare sic incipit in Sec. 30.

Sectio XXX. *In hac propositione prima Auctor sic loquitur.* Figuræ planæ quæcumq; in ijsdem parallelis constitutæ, in quibus, ductis quibuscunq; eisdem parallelis æquidistantibus rectis lineis, conceptæ cuiuscunque rectæ lineæ portiones sunt æquales, etiam inter se æquales erunt. Et figu-

ræ

ræ ſolidæ quæcumque in eiſdem parallelis conſtitutæ, in quibus ductis quibuſcumque planis eiſdem planis parallelis æquidiſtantibus, conceptæ cuiuſcunque ſic ducti plani in ipſis ſolidis figuræ planæ ſunt æquales, pariter inter ſe æquales erunt. Dicantur autem figuræ æqualiter analogæ, tum planæ, tum ipſæ ſolidæ inter ſe comparatæ, ac etiam iuxtà regulas, lineas, ſeu plana parallela, in quibus eſſe ſupponuntur, cum hoc fuerit opus explicare. *Conatur hoc demonſtrare per ſuprapoſitionem tam in planis, quam in ſolidis, verum ſi preſsè, ac geometricè loqui velimus, nihil demonſtrat. Nam cum ipſe figurarum qualitates non ſolum nō determinet, ſed eas omninò irregulares, ac diuerſiſsimarum ſpecierum cauas, plenas, inflexis, varijſque modis ſeſe habentibus terminis comprehenſas, eſſe poſſe admittat, quis nobis indicabit (loquamur primò de figuris planis tantum) quādo altera alteri ſuperponitur, an ſibi congruat nec ne? Quis erit iudex manuſuè, an oculus, aut intellectus? Reſpondebitur intellectum fore iudicem (nam & tactus, & viſus hinc excluditur) & ideò conditionem neceſſariā poſitam eſſe hanc; vt æquales ſibique correſpondentes lineæ rectæ ſibi ſuperponantur, hæ enim cum æquales ſint, ſibi congruent, intellectu iudice. Eſto ſint ſibi ſuprapoſitæ, & congruant, quid concludetur? Lineas eſſe æquales Sed hoc habetur etiam ex hypotheſi, neque hoc quæritur. Superficies inter rectas lineas parallelas interceptas eſſe æquales? Nequaquam: nihil enim intellectui conſtat de binis alijs terminis, qui has particulares ſuperficies vnà cum duabus rectis parallelis comprehendunt, an ſibi congruant nec ne, cum diuerſimodè inflexarum linearum eſſe poſsint. Sed quod de vna particulari ſuperficie dicitur de quibuſuis & infinitis alijs particularibus ſuperficiebus dicendum eſt. Ergò de lineis rectis tantum, nihil autem de ſuperficierum aut planarum figurarū propoſitarum æqualitate concluditur. Ergò, vt diximus, propoſitum de figuris planis non demonſtratur.*

Obijcit ergo me nihil demōſtrare, quia ego qualitates figurarū nō determino. Ad quod dico inconuenientem hanc determinationē, quam per me fieri voluiſſet, futuram fuiſſe, cum de figuris planis æqualiter analogis quibuſcumq; ſit ipſa Propoſitio. Quoad ſuperpoſitionem verò modus præ-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ſcribitur, dum pręcipitur extrema tangentia figuras ſemper in extremis tangentibus eſſe cōſtituenda, & nō aliter. Cum verò petit quis ſuperpoſitionis futurus ſit iudex. Reſpondeo intellectum, cui ex hypotheſi conſtat fieri aliquam ſuperpoſitionem, quomodocumq; illa fiat, dumodo ea iuxta pręſcriptam legem effecta ſit. Et cum ſubdit. *Eſto ſint ſuperpoſitæ, & congruant quid concludetur? lineas eſſe æquales?* Dico non hoc concludi, ſed partem figuræ ſuperpoſitæ (niſi primò tota toti cōgruat) parti eius, cui ſuperponitur congruere, quæcumq; pars illa ſit, ſatis enim eſt intellectui ſupponere fieri aliquam ſuperpoſitionem: vnde non eſt neceſſe eidem innoteſcere binos alios terminos parallelarum, quæ ſuperponuntur; ſequitur enim ex hypotheſi aliqua partium congruentia, quicumq; ſint dicti termini. Fruſtra igitur adduxit incoueniens de lineis rectis tantum hoc demonſtrari. Pergit tamen ipſe in eadem Pagina ſic diſcurrendo in Sec. 31.

Sectio XXXI. *Sed dicet fortaſsis Demonſtrator ſe tot ducere velle lineas, immo iam ductas ſupponere, quæ ſuperficies illas intercluſas abſumant, & in nihilum redigant, aut tam daruas efficiant, vt pro nihilo habendæ ſint, & ſic manſuram illam æqualitatem figurarum, quam demonſtrare propoſuerit. Et ego, qui hoc fecerit, reſpondeo, næ ille erit mihi magnus Apollo, non autem magnus Apollonius: ſemper enim alij duo termini, qui vnà cum parallelis rectis minimam illam, quam ille putat, ſuperficiem comprehendunt, infinita ſuſcipiunt puncta, infinitaſque terminabunt rectas parallelas, quæ omnes nullam vnquā conſtituent ſuperficiem; ac proindè nullam abſumere, aut anihilare poterunt: diuiſio ſuperficiei in æternū fieri poterit in partes, quæ omnes ſimul ſumptæ, ſemper paratę ſunt componere, & reſtituere ſuum ab initio indiuiſum totum: lineæ diuidentes nihil conferunt ſuperficiei, aut ab eadem auferunt. Et ſic redire debet Demōſtrator ad argumentū proximè propoſitū ſoluendum. Tranſeat dicet aliquis quod ex ſupradictis minimam ſuperficiem exhibere non poſsim, exhibeo tamen aliundè per meas lineas parallelas ſuperficiem minorem quacumque propoſita: & ſic concluſio erit ex parte mea; æſtimabitur enim ea, cum minor dari non poſsit ſuperficies illa, quā*
per

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*per meas frequentes parallelas eò deduxi, ſuperficies minima; hoc eſt linea: & ſic ex hoc capite habeo quod volo, eritq; figura tota figuræ toti æqualis. Quod erat demonſtrandū. Feſtina lente. Dabis quidem ſuperficiem quacumque data minorem, ſed numquam talem, quæ ſit minima, vel æqualis lineæ; vrget enim adhuc ſuprapoſitum argumentum, quod per hoc non ſoluitur, quia tua illa, quam tu vocas minimam ſuperficiem, tu ipſe minorem dare poteris, quæ efficiet vt illa prior non ſit minima, neque poſterior hæc, ſed ſemper ſuperſit id, per quod minor adhuc detur. Pluribus enim in locis, & Archimedes, & plures alij puriori Geometriæ addicti, demonſtrant propoſitæ figuræ inſcribi poſſe, & circumſcribi alias figuras, ità vt circumſcripta figura excedat inſcriptam magnitudine, quæ minor ſit quacumque eiuſdem generis magnitudine propoſita. Ergò concludunt circumſcriptam æqualem eſſe inſcriptæ? Neutiquam, ſed alio adhibito medio termino demonſtrant figuram illam, cui circumſcriptio, & inſcriptio facta eſt æqualem eſſe cuidam alteri quæ minor quidem ſit circumſcripta, maior autem inſcripta. Concludimus ergò ex his quæ attulimus Propoſitionem hanc de Planis figuris nequaquam legitimè demonſtratam eſſe.*

Hic ergo denuò conatur Auctor noſter Lectori perſuadere dictam Propoſitionem primam non fuiſſe à me legitimè demoſtratā, ſed (quod illius pace dictum ſit) ex diſcurſu parum, vel nihil ad rem noſtram pertinente, vt is facilè intelliget qui à me allatam demonſtrationem rectè perpenderit. Nuſquam enim ita proceſſi per dictarum linearum æqualitatem, ceu continuū voluerim per frequentes lineas parallelas ſcindere in minimas particulas, vt ipſe putauit. Sed ſuppoſui in prima figurarum ſuperpoſitione ſaltem earum partem parti congruere, oſtendiq; reſidua eſſe quoq; figuras ęqualiter analogas. Hęc verò reſidua iterum eadem lege dixi eſſe ſuperponenda; & ſi adhuc tota figura non congruat toti, probaui adhuc remanere reſidua æqualiter analoga, & ſic ſemper fieri, continuata ſuperpoſitione. Vnde ſi aliquādo vnius nullum ſit reſiduum, neq; fore reſiduū alterius, figuraſq; inuicem congruere concludo, & ſubinde æquales eſſe. Ab his uerò quam diuerſus ſit diſcurſus huius



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Auctoris quiuis facilè intelligere potest. Non ingnoro tamen prefate demonstrationi obijci posse, quod dicta superpositio, quæ per frusta continuò facienda est, in aliquibus figuris numquam fortè absolueretur; nescimus enim, quæ, quotauè sit pars illa figuræ superpositæ, quę alteri in subiecta figura cōgruere intelligitur. Eademq; instantia fieri poterat circa Prop. primam Libri secundi, in qua fit frustatim hæc superpositio, quæ si per continuos actus fieri debeat forsan in aliquibus figuris numquam finiretur, cum hinc frusta numero infinita videantur in continua superpositione suboriri posse. Verum hanc difficultatē non animaduertit, nec in oppositum attulit Guldinus, quæ magis ad rem fecisset, quam superius ab eo allata. Huic tamen vt satisfaciam, dico non necesse esse actu efficere hanc infinitorum residuorum, quæ obuenire possunt, superpositionem (sicuti de omnibus lineis in discussione prioris Methodi Ind. dicebatur non opus esse singulas actu describere) sed sufficere quod intellectus ex vna ad libitum assumpta reliquas intelligat, quamuis infinitas, saltem conceptu negatiuo, cum sit eade ratio de omnibus. Si enim ponamus per impossibile has superpositiones absolui, hoc est continua frustorum ablatione facta à figura superposita, de ea tandem nihil remāsisse, necessariò iuxta habitam demonstrationem sequetur nihil superesse residui in figura, cui fit superpositio. Ex quo rectè hic infertur figuras ęqualiter analogas, & ibi omnes lineas æqualium planarum figurarum, æquales esse. Si enim inęquales essent, consumptis per superpositionem alterius superpositæ frustis, licet hoc fieri per infinitos actus superponeretur, nihilominus aliquid residui posset remanere in figura cui fit superpositio, si illa maior esset, quod tamē euenire non posse euincitur per dictam demonstrationem. Hoc verò de omnibus lineis suo modo intelligi potest.

# CAPVT XI.

*Fusiùs hic disseritur circa Sectionem 32.*

ALiam instantiam affert Auctor contra eandẽ Propositionem primam sic obijciens in Sec.32. Pag.346.

Sectio XXII. *Sed, & aliundè hæc, quæ vocatur demonstratio, demonstratio non est ex ipso, quem adhibet demonstrationis medio termino, qui est figurarum superpositio; de quibus multi quidem multa, & tandem tamen ea paucis probatur, quando res ipsa aliter demonstrari potest. Quando verò recipitur, certis tantum conditionibus recipitur, id quod paucissimis verbis tradit noster Cristophorus Grienbergerus ad Pronunciatum 8. Libri Primi Elementorum, quod sic habet.* Quæ sibi mutuò congruunt sunt æqualia. Debet autem, *addit ille* talis congruentia constare intellectui. *Quæ congruentia in hac demonstratione intellectui non patet, cum se vltrà æquales rectas parallelas non extendat. Sic Euclides quando vsus est hoc Pronunciato Prop.4.Lib.1. Elementorum, non solum æquales lineas rectas superponit æqualibus lineis rectis, sed tales etiam, quæ æquales continent angulos, vndè intellectus iudicare potest eas sibi congruere &c. sed quid dicemus de superpositione corporum, quæ adhuc magis intellectum fugit? in qua congruentiam aliter imaginari non possumus, quam per penetrationem, vt fingantur corpora sese mutuò penetrare, vt sic tam soliditas soliditati, quam superficies superficiei, & alij terminini alijs sibi æqualibus congruant, quod in hac Auctoris demonstratione non fit; constat enim solum de congruentia parallelorum planorum, de reliqua superficie, & terminis alijs prorsus nihil inuenit intellectus, in quo conquiescat. Vsus quidem est Archimedes hac superpositione Prop. 20. de Conoidibus, & Sphæroidibus, sed longè aliter quam noster Auctor; Archimedes enim aliam assumit figuram, quæ propositæ per omnia sit æqualis, & similis, & eodem prorsus modo sectam, & superpositiones fiunt semper magnitudinum æqualium, ità vt de congruentia dubitari facile non possit. Verum hæc ipsa demonstratio non videtur arridere Geometris, Commẽtator enim*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*Archimedis Fed. Commandinus silentio illam præterit; Riualtus verò illam tamquam Archimede indignam omittit, eique aliam a se excogitatam substituit, vt monuimus in Scholio Prop. 5. Cap. 2. Lib. huius, & eandem aliter etiam nos demonstrauimus eodem in loco Prop. 6. Pronunciamus ergò secundò Caualerium hanc Propositionem, quæ tamen huius libri fundamentum quoddam esse videtur, tam de planis, quam de solidis figuris legitimè non demonstrasse. Propositioni huic sequens subnectitur Scholium*: Cum antecedens Propositio maximi sit momenti, vt in sequentibus apparebit, aliusque modus priorem partem demonstrandi, stylo Archimedeo haud absimilis, menti succurrerit, idipsum ne pereat in Lemmata distributum hic subiungere placuit. *Lemmata ergò, & ipsam indè deductam demonstrationem breuiter examinemus.*

Hic ergò inuehitur Auctor iste prius contrà mutuam superpositionem figurarum in genere, posterius verò in specie contrà adhibitam in præfata Propositione, quam etiam ex hoc capite non fuisse legitimè demonstratam absolutè pronuntiat. Prius igitur & ipse de superpositione in genere, posterius verò de hac speciali, discurram. Etsi ergò hæc superpositio aliquibus minus arriserit, alij tamen præstantes Geometræ ipsam approbarunt. Vndè Commandinus in Commentarijs in Euclidem Libro 1. & ad Prop. 4. sic ait. *Hic demonstrationis modus, qui fit per superpositionem figurarum, præterquam quod approbatur à Proclo mathematicarum scientiarum peritissimo, est etiam maximo vsui Mathematicis. Archimedes enim eum vsurpat non solum in planis figuris, vt in Libro de centro grauitatis planorum, sed etiam in solidis, vt in Lib. de Conoidibus, & Sphæroidibus.* Hoc verò neque inficiatur ipse Riualtus, qui hic in oppositum citatur, etenim in Scholio Propositionis 20. Lib. de Conoidibus, & Sphæroidibus inquit. *Sunt .n. qui superpositiones illas reijciant in Geometria (quamquam alij, & viri graues admittant, &c.)* Qui tamen nequaquam eas refellere deberet: vel enim demonstrationes, quæ superpositione vtuntur, putat esse certas, & infallibiles, vel non. Si primum, quemadmodum in Prolegomenis Commentariorum in Archimedem non distinguit inter nobilitatem demon-

monſtrationis oſtenſiuæ, & ducentis ad abſurdum, quia inquit ibi, Mathematicæ diſciplinæ non vtuntur cauſis rei, ſed cognitionis rei (quapropter poſt pauca verba ſubiungit. *Vndè fit vt quodcunque cognitioni fuerit magis conſentaneum, Mathematicis magis conueniat:*) A pari debebit ſuperpoſitionem admittere tamquam certam parientem ſcientiam. Si verò credit ſecundum, erroneam, & falſam hanc 20. Prop. pronunciare debebit, quin & eas omnes, in quibus adhibetur circunſcriptio, & inſcriptio figurarum circà oblatam figuram, quæ videtur eſſe quædam ſuperpoſitio. Idem quoque negabit Prop. 4. Primi Elementorum, & conſequenter eas omnes, quæ ab illa pendent. Sic & noſter Auctor, ſi idem ſentit, falſitatis arguet eas omnes, & ab eis dependentes, Lucæ Valerij Propoſitiones (ab eo inſigniter laudati) in quibus & ipſe ſuperpoſitione vtitur.

Quod ſi quis diceret nec Riualtum, neq; Guldinum negaturos eſſe dictarum Propoſitionem veritatem, ac certitudinem; ſed cum ſuperpoſitio quid mechanicum redoleat, vt inquit ibidem Riualtus, quadocumq; id fieri poſſit, melius eſſe ab eadem abſtinere. Huic ſic obijcienti reſpondere poſſem quemadmodũ Clauius Peletario ſuperpoſitionem damnanti reſpondet, inquiens. *Nam non ſatis intellexiſſe videtur quo pacto Geometræ ſuperpoſitionem illam vſurpent. Neq; enim volunt reipſa faciendam eſſe figurarum ſuperpoſitionem (hoc enim mechanicum quid eſſet) ſed cogitatione tantum, ac mente, quod opus eſt rationis, atq. intellectus.* Vbi inquit illam idcircò in Theorematibus valere, ſed nõ in Problematibus, & paulò poſt ſubdit. *Viderat Peletarius (neq; enim rem adeò manifeſtam videre non poterat) ſi hunc modum argumentandi*, ideſt per ſuperpoſitionem, *è medio tollat, vniuerſam ſe Geometriam funditus euertere &c.* Quapropter mirandum eſt hos Auctores ob hanc rationem ab hac ſuperpoſitione abhorrere, quomodo enim mechanicum quid redolere dicemus, quod in euidẽtiſſimo hoc principio fundatur. Quæ ſibi congruunt ſunt æqualia? Neq. enim quia familiaris eſt artificibus hæc ſuperpoſitio, qua congruentiam oculo, vel manu iudice agnoſcunt, putandum eſt

idem

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

idem in illa Geometrarum ſuperpoſitione contingere, in qua non alius eſt iudex quam intellectus, itaut per hanc illa quodamodo infici, & labefactari poſſit. Nunquam enim ille aſſentitur duas magnitudines inuicem congruere, niſi ex præſuppoſita quorumdam æqualitate, ac mutua, debitaq. ſuperpoſitione, & ſubinde ipſorũ neceſſaria congruenta, iuxta aliud hoc principium, nempè. Quæ ſunt æqualia ſibi congruunt, ſi aptè ſuperponantur, vt apertiſſimè patet in Prop. 4. Primi Elem. Et quidem quid nobis apertius indicare poteſt ęqualitatem quam congruentia? ſi enim, vt inquit Ariſtotiles, quod eſt vnum in ſubſtantia, illud eſt æquale in quantitate, erit ſanè exactiſſima trutina æqualitatis ipſa congruentia, cum ex duabus quantitatibus tunc fiat quodamodo vna.

Liceat autem mihi ad maiorẽ dictorum confirmationem paululum circa huiuſmodi doctrinam immorari. Sæpè enim meditatus ſum num præfata duo Axiomata ſint inuicem aliqua ratione conuertibilia, ita vt æqualitas cõgruẽtiam (ſi aptè fiat ſuperpoſitio) & congruentia ſemper inferat æqualitatem. Si enim congruentia eſt exactiſſima æqualitatis trutina, profectò id valde conueniens eſſe videbatur. Attamen ex alia parte negotium faciebat quod plures quantitates æquales conſiderat Geometra, quæ tamen hoc congruentiæ beneficio neutiquam potiri valent; vt et Proclus innuit in Com. in Euclide Lib. 3. ad Prop. 4. dum examinat illud Axioma. Quæ ſunt æqualia ſibi congruunt, ait enim. *Hoc autem non in omnibus verum eſt ſed in ijs, quæ ſpecie ſimilia ſunt. Specie autem ſimilia hæc dico, vt recta linea rectæ lineæ, circumferentia circumferentiæ circuli eiuſdem, & anguli, qui a ſimilibus ſimiliter iacentibus lineis comprehenſi ſunt. Horum autem dico quod quæ æqualia data fuerint, ſibi inuicem congruunt.* Vt ergo quid circa hoc ſentiam palam faciam, dico ſi geometricarum legum ſeueritatem attendamus, rem ſanè ita ſe habere; at ſi liberiori indultu circa hoc velimus philoſophari, nihil prætereundum eſſe quod hanc conuertibilitatem aliquo modo coadiuuare poſſit. Quapropter ſi dicatur rectam periphæriæ circuli congruere non poſſe, annuo & ipſe ſtrictè loquendo, ſiq.

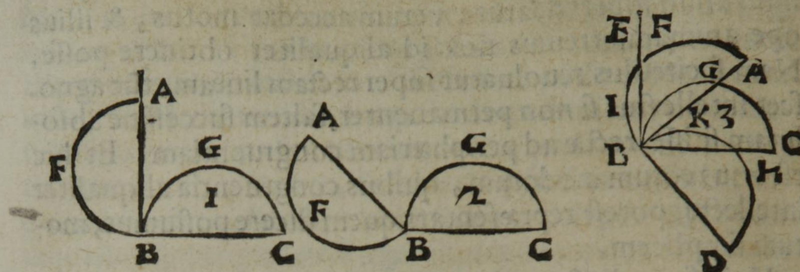
nihil

nihil aliud ſuperaddatur: verum accedat motus, & illius ope animaduertemus nos id aliqualiter obtinere poſſe. Nam ſi circulus reuoluatur ſuper rectam lineam, tũc agnoſcet intellectus ſi non permanenter, ſaltem ſucceſſiuè abſolutam fuiſſe rectæ ad periphæriam congruentiam. Et hic eſt vnus eorum modorum, quibus congruentia aliqualiter intellectui poteſt repræſentari, quem dicere poſſumus, motum ſimplicem.

Huic ſuccedit ſecundus modus, quem voco inflexionem, cum nempè concipimus alteram quantitatum æqualium propoſitarum in partes, ſeu componentia diuidi, quæ abſq. ſeparatione ſingillatim moueantur, & inflectantur ad congruentiam. Vt ſi recta linea quinq. palmorum inflectatur, & complectatur ambitum pentagoni æquilateri, cuius ſingula latera ſint vnius palmi. Sic verò patet quamlibet rectam cuilibet ex rectis compoſitæ adaptari poſſe, illam in tot rectas diuidendo, quot erunt in hac rectæ lineæ. Verum ſi recta ex. gr. æqualis periphæriæ circuli, eidem per inflexionem ſit adaptanda, tunc intelligimus illam rectam diuidendam eſſe in tot partes, ſeu in tot componentia, quæ omnem aſſignabilem numerum excedant; ſi enim illa certo quodam numero clauderentur, cum minimæ particulæ illius rectæ lineæ congruerent peripheriæ circuli, in hac eſſet aliquid recti, quod eſſet abſurdum.

Tertius, & vltimus modus eſt, quem appello fluxionem, ſcilicet cum nedum partes mouentur ad congruentiam, vt fit per inflexionem, ſed etiam loco viciſſim permutantur, nullo tamen ſpatio inter ipſa componentia interiecto (ſi enim hoc fieret, eam fluxionem rarefactioni coniunctam dicere poſſemus) quæ partes permutandæ hic pariter vel certo numero comprehenduntur, vel ſuperant omnem numerum.

Exemplum primi ſuppeditabit angulus cornicularis rectilineo æqualis. Ad cuius intelligentiam ſit, A B C, in prima ſequentium figurarum angulus rectus, in ſecunda obtuſus, & in tertia acutus. Et ſuper diametris æqualibus, BC, BA, ſemicirculi deſcribantur, BGC, BFA. Tandem verò in tertia figura erigantur duæ perpendiculares, BE,




quidem ipſi, BC, & BD, ipſi, BA, quæ ſit æqualis ipſi,BC, ſuper quam deſcribatur quoque ſemicirculus, BHD. Quoniam ergò angulus ſemicirculi, GBC, eſt æqualis angulo ſemicirculi,FBA,appoſito communi, ABG, in prima, & ſecunda figura, & eo ſubtracto in tertia, componetur in illis, & in hac relinquetur, angulus rectilineus, ABC, æqualis curuilineo, ſeu corniculari, FBG; quem ità rectilineo adaptabimus. In prima quidem, & ſecunda figura cum ſit communis angulus mixtilineus, ABG, ſufficit ſuperponere angulum,FBA, ipſi,CBG, ſic enim duæ partes,ſeu duo anguli,FBA,ABG,componentes cornicularem FBG, ad congruentiam aptatæ erunt, & ſubindè totum toti congruere dicemus. In tertia verò figura cornicularis, FBG, per rectam, BE, diuiditur in angulum, FBE, & EBG, angulum contactus. Sed eſt etiam angulus contactus, ABH, quia, AB,eſt, BD, perpendicularis. Ergò poterit,EBG,poni ſuper,ABH,nempè conſtituta,BE,in,BA,& cadente peripheria,BG,ſuper,BH,illique congruet. Similiter cum reliquus, FIBE, ſit æqualis angulo, HKBC, (ſunt enim ſemicirculi anguli,FBA,HBD,æquales,& rectilinei, EBA,CBD, pariter inter ſe æquales,cum,EBC,ABD,ſint recti, vndè ablato cummuni,ABC,relinquuntur æquales ipſi,EBA,CBD,) ſi extendatur, BE, ſuper, BC,periphæria, BIF,cadet ſuper, BKH,vndè duo anguli,FBE,EBG, ideſt totus angulus cornicularis,FBG,poſitus erit ſuper totum rectilineum, ABC, cui pariter congruet. Quod vt cernitur fit per fluxionem duarum partium cornicularem componentium, quæ euerſo ſitu ſuper rectilineum collocantur. Simile quoq. exemplum haberi poteſt in figuris rectilineis æqualibus.

Exem

Exemplum verò secundi cerni potest ex.gr.in circulo, & quadrato æqualibus, vt enim sibi congruant fortè infinitas numero partes fluere necesse erit, quod saltem certissimum est cum quadratum tantum per frusta rectilinea intelligemus superponi: nunquam enim compositum ex rectilineis numero finitis (quod est semper rectilineum) congruet curuilineo, sed necesse erit fluere infinita rectilinea, vt circulus, & quadratum sibi congruant. His ergo modis aliqualiter mihi videtur in figuris ab intellectu congruentiam dictorumq. Axiomatum conuertibilitatem inspici posse, eamq. tamquam exactam æqualitatis trutinam vbiq. recognosci.

Deniq. quoad superpositionem adhibitam in ipsa Prop. prima qualis sit, quomodoq. intellectui constare possit, satis superius dictum est in examine Sectionis 20. & 31. neque enim vt inquit ipse, quod superponitur in planis sunt meræ lineæ, sed superficies: neq. quod superponitur in solidis sunt mera plana, sed corpora, quorum hic non officit impenetrabilitas, sumus enim in materia intelligibili, in qua licet hanc penetrationem concipere, sicuti eam concepit Archimedes, & alij, qui hac superpositione vsi sunt.

## CAPVT XII.

*Proceditur à Sectione 33. vsq. ad 37. inclusiuè.*

CVm in Libro Septimo meæ Geometriæ Propositionem primam superius examinatam aliter ostédissem, hoc est stylo Archimedeo, vt de illius veritate quoad figuras planas nullus Studioso relinqueretur ambigendi locus, hanc quoq. Auctor noster carpere voluit; quapropter videat prius Lector in Exerc. 2. Pag. 93. demonstrationem Lemmatis primi, deinde examinet quid cõtra ipsũ obijciat Guldinus in hac Sec. 33. Inquit enim Pag. 347.

Sectio XXXIII. *Lemma hoc easdem planè patitur obiectiones, quas ipsa præcedens Propositio. Nihil enim demonstratur de superficiebus, sed de lineis tantum, & de superficie inter binas æquales rectas intercepta, non scimus quales sint reliqui duo termini, qui vna cum binis rectis parallelis superfi-*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*ciem illam claudunt, ſemper enim manent diuiſibiles in infinitum. Huic tamen lemmati medebitur ſi figuras illas æqualiter analogas deſcriptas ſupponamus per motum parallelæ lineæ illius, quæ dicitur baſis, eo ſcilicet modo quo Auctor deſcribere docet parallelogramma mixtilinea in demonſtratione lemmatis ſecundi. Sic enim concludere poteſt non de lineis tantum, ſed etiam de ſuperficiebus, quas linea deſcribit mota; & ſic loco puncti, R, aſſumere poteſt partem lineæ curuæ, & aduerſarium ad abſurdum deducere: terminus enim lineæ motæ poſt ſe relinquit non punctum tantum, vt fit in figuris iſtis analogis, ſed lineam, & ipſa linea mota ſemper eſt in loco maiori ſe, hoc eſt in ſuperficie, &c.*

Vide quæſo, benigne Lector, num hæc demonſtratio ſit de lineis tantum, & non de ſuperficiebus, vt Auctor putat, cum ipſum, quod hic ſuperponitur ſit ſuperficies, ſimilis enim eſt hæc demonſtratio ei, quam affert Euclides Lib. 1. Elem. ad Prop. 35. Inſimul autem intelliges quam neceſſe ſit has figuras deſcribere per motum parallelæ lineæ, vt demonſtratio concludat de ſuperficiebus, quemadmodum Auctor iſte vellet, perinde ac ſi non ſufficiat earum tradita definitio, ac ſuppoſitio quod ſint figuræ æqualiter analogæ, niſi actu deſcribantur. Opponit deinde in eadem Pagina hæc Lemmati ſecundo, quod videas in eadem Exerc. 2. Pag. 95. nempe in Sec. 34. ſic inquiens.

Sectio XXXIV. *In demonſtratione lemmatis huius pag.* 14. *linea 6. dicitur:* Cum ergò figura comprehendens ſpatium, CQPD, ſuperet ab eo comprehenſam parallelogrammis, BZ, 2 Φ, 3 Ω, △M, *quod non videtur verum eſſe, ſuperat enim trilineis tantum, BCE, 2 EI, 3 IN, △NQ, hoc eſt, ſubijcit, parallelogrammo, △P: ſed qua ratione probetur, aut demonſtretur illa, vel parallelogramma, vel trilinea æqualia eſſe huic parallelogrammo, △P, cum dicat*, hoc eſt parallelogrammo, △P, *non apparet. Debet ergò demonſtrari trilinea illa ſimul ſumpta parallelogrammo, △P, æqualia eſſe, vel minora. Ipſa porrò demonſtratio tota iiſdem ferè difficultatibus ſubiacet, quibus ipſa prima Propoſitio. Cum enim figuræ æqualiter analogæ definiantur tantum per lineas correſpondentes æquales in illis pariter exiſtentes, nihil determinare poſſumus de binis*

*aliis*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*alijs lineis, in quibus prædictæ lineæ terminantur, quæque vna cum binis parallelis figuram illam constituunt: sola enim puncta intellectui repræsentantur.*

Quod figura comprehendens spatium, C Q P D, superet ab eo comprehensam parallelogrammis, B Z, 2 Φ, 3 Ω, Δ M, intelligendum est quod superat ab eo spatio comprehensam, hoc est inscriptam, quam vtiq. superat dictis parallelogrammis. Quod verò parallelogramma, BZ, 2 Φ, 3 Ω, Δ M, æquentur parallelogrammo, Δ P, tamquam demonstratu facile, Lectoris industriæ relictum est, cum penderet hoc ex Lemmate ant. Ex eo enim patet, BZ, ęquari ipsi, E &, nec non, 2 &, ipsi, I ℞, ac, 3 ℞, ipsi, N P, quia dicta parallelogramma bina sunt in eadem basi, & æquali altitudine, vnde, Δ P, æquatur ipsis, Δ M, 3 Ω, 2 Φ, BZ, simul sumptis.

Denique absurdè hic quoque obijcit, nihil determinari posse de binis alijs lineis, quæ cum parallelis figuram constituunt, vt ex.gr. de lineis, AQ, DP, quæ cum parallelis, AD, QP, claudunt figuram, AQPD, quia figuræ æqualiter analogæ definiantur tantum per lineas correspondentes æquales: hoc enim non tollit, quin ipsæ sint figuræ, & vt tales considerari possint, vt fit in illius lemmatis demonstratione, in qua nihil aliud de lineis ex.gr. AQ, DP, opus est determinare, nisi quod sint lineæ, siue rectæ, siue curuæ, qualiscumque earum curuitas existat. Vndè non mera puncta in lineis, AQ, DP, sed & ipsæ lineæ, nulla speciei lineæ facta determinatione (quia hypothesis nulli certę alligatur) hic consideratæ fuerunt. Notandum est autem in dicta demonstratione bis duci rectas, ΔX, ΓV, BK, quod aliquis reprehendere posset. Verum sic dubitanti considerandum propono, præfatas lineas prius supponi ductas vtcumque, sed basibus parallelogrammorum æquidistantes; posterius verò ea lege, vt bifariam diuidant parallelogrammorum è regione sibi respondentium altitudines. Rursus transit Auctor ad Lemma 3. in Sec. 35. hæc habens Pag. 348.

Sectio XXXV. *Sensus huius lemmatis est fieri posse, vt talis ducatur linea tangens; id quod & nos concedimus. Possibile prætereà est inuenire verticem lineæ curuæ in figuram redactæ,*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*datæ, & geometricè quidem plurium talium figurarum, de quarum ortu, ac genesi constat, non autem per eam, quæ in demonstratione citatur Propositionem Libri Primi, de qua nos in Præfatione Libri Secundi nostrorum Centrobarycorum. Cum ergo vertex figuræ geometricè inuentus non sit, neque linea tangens geometricè detur, cadit id, quod huic lemmati subnectitur Corollarium.* Hinc manifestum est quomodo ducenda sit recta linea datam curuam totam in eodem plano cum ea existentem contingens, quæ quidem datæ rectæ lineæ sit æquidistans. *Nihil enim manifestum est quam possibilitas.*

Ad hæc patet responsio per iam dicta Cap. 4. vbi ostensum est possibilitatem verticis inueniendi in figuris satis esse. Est autem hoc Lemma pag. 98. eiusdem Exerc. 2. & ibidem pag. 99. est Lemmma 4. cui sic contradicit ibidem in Sec. 36.

Sectio XXXVI. *in demonstratione huius Lemmatis desideratur in primis ratio, & modus describendi lineam variè flexuosam, A N E, per motum rectæ, F E, quæ quidem qua ratione & sibi ipsi, & lineæ, S A, semper esse possit parallela, capit intellectus: quomodo autem punctum, E, describat illam, A N E, aut aliam diuersimodè flexuosam lineam, nullis præscriptis conditionibus, intellectus non videt, maximè cum iam posita sit alia curua linea, S R O I F, in puncto, F, lineæ, F E, motæ terminata. Dicitur quidem ad punctum, E, esse attendendum, vt describat lineam, E N A, cum recta, A E, figuram comprehendentem, quæ propositæ figuræ, S P F R, sit æqualiter analoga iuxtà regulam, F E. Sed quæro per quam viam incedere debeat punctum illud, E, vt vna cum, A E, quæ hic proponitur recta, comprehendat figuram ipsi, S P F R, æqualiter analogam? Si respondeatur producendas esse lineas, H I, Q O, P R, vsque ad rectam, A E, vt ipsam secent in punctis, D, C, B, ex quibus in productis abscindantur, D L, M C, B N, ipsis, H I, Q O, P R, æquales; atque per hæc puncta, L, M, N, transeundum esse puncto, E, quod mouetur, quæ quidem hic pro instructione necessaria danda omittuntur: Sed quis huic puncto, E, viam monstrabit inter, E, &, L, inter, L, &, M, inter, M, & N, & inter, N, &, A? Si dicatur plures esse ducendas lineas: redibit tamen rursus eadem quæstio, semper enim manebunt* spa-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*ſpatia, per quæ punctum, E ſine duce tranſire debet. Nihil ergò concludemus etiam hoc Lemmate: Multò minus admittetur Corollarium hoc.* Hinc habetur figuram, S P F R, ipſi, A N E, æqualem eſſe, & vniuerſaliter figuras planas, in quibus earum regulæ æquidiſtantium quotcunque linearum conceptæ portiones integræ ſunt, inter ſe æquales eſſe. *Ergò vlterius progrediendum erit, quod ſi fecerimus perueniemus ad ipſam, quæ demonſtranda Archimedeo modo promiſſa fuit, Propoſitionem primam, ſupra Propoſitione noſtra quarta relatam, quæ ſub eodem nomine Propoſitionis Primæ Septimi Libri ſic proponitur.*

Suppoſito Lectorem hoc Lemma vbi ſupra vidiſſe, dico in eo, quod ſpectat ad progreſſum puncti, E, vt deſcribat lineam, E L M N A, eodem prorſus modo id perficiendum eſſe, quo Auctor noſter inquit, nēpè a rectis, H D, Q C, P B, abſcindendo, D L, æqualem ſibi reſpondenti, IH, &, M C, ipſi, Q O, vt &, N B, ipſi, P R.

Hoc verò ſatis Lector ibidem intelligere poteſt, dum dicitur punctum, E, ità in ipſa, F E, incedere debere, vt deſcribat lineam, E N A, cum, A E, comprehendentem figuram æqualiter analogam ipſi, S P F R, regula, F E. Quid enim aliud eſt hoc, quam dicere, producta quacumque recta in, S P F R, aſſumpta, vſque ad, A E, ex eadem punctum, E, in tranſitu abſcindere debere æqualem ei, quæ eſt illi in directum in ipſa figura, S P F R? Et ſiquidem Problematicè id exequendum eſſet, certè omnes lineæ figuræ, S P F R, producendæ eſſent vſque ad, A E, & ex ſingulis abſcindendæ æquales ſibi reſpondentibus: ſed Theorematicè ſufficit ex vna intellectum percipere modum, quo in reliquis id præſtandum ſit. Non enim pro demonſtrationis veritate neceſſe eſt, has figuras æqualiter analogas actu deſcribere, ſed ſufficit intellectui illas ſupponere deſcriptas, quia ex eo, quod in vna recta fieri apprehendit, id in reliquis percipit eſſe poſſibile, & conſequenter nihil abſurdi inferri, ſi iſtæ figuræ tanquam factæ ſupponantur. Cum ergò, & hic Problematis poſſibilitas ſufficiat, nihilominus loquutus ſum tanquam Problematicè id præſtarem (quocumque modo id fieri poſſit) quia hoc demonſtrationis veritati non derogat.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

derogat. Transibit ergò punctum, E, inter, E, &,L, inter, L, &, M, &c. non alio duce, quam intellectu, qui percipit ipsum debere semper abscindere rectam æqualem sibi respondenti in figura, S P F R, etsi Problematicè id fortè nonnisi mechanicè, stante hac figurarum generalitate, & nisi ad ipsarum species descendamus, exequi sit possibile. Hæc igitur nihil officiunt veritati subsequentis Corollarij, quo deindè vsus sum ad priorem partem Propositionis Primæ Libri Septimi meæ Geometriæ demonstrandam.

Deniq; Auctor insurgit contra aliam demonstrationem prioris partis eiusdem Prop. ant. ex præcedentibus Lemmatibus constructam, quam videre licet in eadem Exerc. 2. Pag. 101. Sic autem de eadem effatur in Sec. 37. Pag. 349.

Sectio XXXVII *Ostensa quidem in charta per varias figuras (quas qui videre velit ipsummet consulat Auctorem) sed non demonstrata pro communi saltem Geometrarum intellectu. Mirabiles quidem ostendit figuras, quas vocat æqualiter analogas, sed quæ sint figuræ æqualiter analogæ, si quæramus more Geometrarum definitionem, respondetur illas esse figuras æqualiter analogas, quæ eas habeant proprietates, quas Prima Propositio Libri Septimi illis attribuit, quam retulimus Propositione nostra quarta, Numero primo. Si quæsiero quomodo Geometricè describantur, vnum affertur exemplum in parenthesi demonstrationis Lemmatis 2. de parallelogrammo tantum hoc modo*; quo pacto data basi, & curua linea tota in eodem plano cum ipsa basi, ac vni extremorum eiusdem conterminante, parallelogrammum curuilineum, ab ijsdem apprehensum describere docemur. *Quomodo autem reliquæ, quæ non sunt parallelogramma describendæ sint, altum silentium. Mouetur quidem linea paralleliter alteri, & ad eius extremum vnum attenditur, sed quid fit de altero? quod ipsum deberet esse via descriptionis. Pulchra fuisset huius operis siuè Lemma, siue Propositio. Data figura quacumque inter parallelas exposita, describere ei figuram aliam, quoad perimetrum quidem diuersimodè dissimilem, sed æqualiter analogam.*

Frustra Auctor iste vim facit in hac figurarum æqualiter analogarum geometrica descriptione, cum in gratiam demonstrationis easdem vt factas, supponere tantum sufficiat

ciat

ciat, nihil enim ex hoc sequitur absurdi, aut impossibilis. Quare cum ea, quæ hic opponit, nonnisi hisce Problematicis descriptionibus innitantur, tamquam ex eiusdem sententia necessarijs, patet incongruè ab eodem pronuntiatum esse hanc tantum ostensam esse in charta per varias figuras, sed non demonstratam pro communi saltem Geometrarum intellectu, nihil enim apparet, in quo illi hæsitandum sit. Posteriorem autem partem eiusdem Prop. 1. non dissimili methodo confirmatam videre potest studiosus in eadem Exer. 2. à pag. 120. vsq. ad pag. 174.

## CAPVT XIII.

*In quo examinantur obiecta à Sec. 38. vsq. ad 42. & vlt.*

CVm Guldinus ea omnia, quæ in vtraq. Methodo Ind. ipsi negotiū faciebant protulisset, deniq. talem subiunxit conclusionem in Sec. 38. & in eadem Pag. 349.

Sectio XXXVIII. *Visis ergò istis, tam in Methodo Indiuisibilium, quam in hoc Libro Septimo ab Indiuisibilibus, iuxtà Auctoris sententiam independente, occurrentibus plurimis difficultatibus, nolumus, neglectis proprijs nostris in Libris Centrobarycorum omissis parergis, inquirere vlterius; maximè cum hæc inquisitio facta non sit, protestor, ad confundendum, aut supprimendum Auctorem, quem magni facimus sed vt ex illis nouis Inuentis aliquid obtineremus, quo Vsum, Fructum, & Gloriam Centri grauitatis augeremus. Quare cum nostrum propositum hac ratione assequi posse hac vice desperaremus; incerta enim pro certis proponere noluimus: Ideò hoc labore supersedendum esse iudicauimus. Reliqua huius negotij in aliud tempus, vti monuimus, si Deus vitam, & bonam valetudinem dederit reseruantes. Modestè tamen ipsum Caualerium rogatum volo, ne id vitio vertat, quod ipse vt fieret vltrò expetierat; & reliqua, quæ in fine Propositionis 11. Capitis præcedentis de Keplero diximus, ipse etiam sibi dicta esse putet: Scopum enim veritatem, eiusq; cognitionem manifestam posuimus; illum enim attigisse.* Hoc Mathematicarum dignitati, ac summæ certitudini, quam præ omnibus alijs hu-

 manis

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

manis scientijs, nemine Philosophorum reclamante, ipsæ sibi vindicarunt, maximè conuenire manifestum est. *Ipso illo (in Præfatione Lib. 7.) hoc edicente.*

Quod Auctor iste vtramq. Methodum Ind. tamquam incertam pronuntiarit, & ideò neglexerit, iam dixi mirandum non esse, cum non accuratè, vt sæpè fassus est, nec totam dictam Geometriam inspexerit. Quod verò hæc mea censere voluerit, æqui boniq. facio, solius enim veritatis amore hanc eum suscepisse prouinciam facilè mihi persuadeo. Quod si accuratiorem, quam promiserat, de his quoq. habuisset disquisitionem, multò gratior hæc fuisset: vel enim hæc Indiuisibilia tamquam geometrica portenta perpetuis tenebris fuissent damnata, aut ab eodem quoq. approbata, è tot difficultatum latebris fælicius emersissent. Is verò in eadem Pagina diluit in fine quamdam obiectionem, quam fortè aliquis ex Clauio in fauorem Indiuisibilium contra ipsum affere posset, quæ est huiusmodi, vt patet in Sec. 39.

Sectio XXXIX. *Vnum tamen hoc loco, id nimirum, quod his omnibus scriptis vltimò memoriæ debilitatæ occurrit est; quod tam Caualerius, quam alij fortassis contrà ea, quæ adhuc disputauimus obijcere possent, quod omninò diluendum ante finem huius Capitis videtur; Christophorum videlicet Clauium, quem in omnibus, & vbiq. quasi ex professo defendere constituimus, vsum fuisse in aliquo saltem loco hoc, quem nos reiecimus argumentandi modo: Ipsum nimirum ex pluribus punctis conclusisse de lineis; immo vsum fuisse vocibus istis a nobis reprobatis,* omnia puncta, omnes lineæ; *& hoc non tam argumentando induxisse, quam vt principium proposuisse, adeò clarum, vt lumine naturali cognitum sit, nemoque sanæ mentis illud negare possit. In Scholio enim Propositionis* 28. *Lib. Primi Elementorum, vbi axioma,* 3. *Euclidis, quod indicarat tanquam principium assumendum non esse, demonstrare conatur Geometricè; postquam Procli demonstrationem (qui idem sentit) retulisset, eamq. non satis validam, aut omnibus numeris absolutam, quasi reprobrasset, ipse Clauius Numero* I. *hoc ponit principium. Linea, cuius omnia puncta à recta linea, quæ in eodem cum ea plano existit, æqualiter distant, recta est.*

Cir-

Circa quam dubitationem non opus erat ipsum laborare, eam enim nunquam in fauorē Indiuisibilium attulissem, cum loco Clauij supracitato manifestum sit illum loqui de omnibus lineæ punctis non collectiuè, sed distributiuè sumptis, perinde ac in definitione circuli dicuntur omnes lineę à centro ad periphæriam ductæ inter se æquales, quod manifestum est non collectiuè, sed distributiuè intelligendum esse. Hoc autem dico, si loquamur de priori Methodo Ind. in quo ipsa Indiuisibilia collectiuè sumuntur. Quoad posteriorem verò Methodum, in qua vtimur Indiuisibilibus tamquam distributiuè sumptis, haud negandum est potius hunc Clauij loquendi modum ipsis fauere Indiuisibilibus, quam aduersari. At Guldinus hæc postea subiungit in Sec. 40. Pag. 350.

Sectio XXXX. *Ad quod respondendum iudico: Si hoc loco omnia puncta sumantur simul collecta, vt facit Caualerius de suis punctis, aut lineis, idem de illis dicendum esse, quod hoc capite de ijsdem dicimus. Si vero intelligantur per omnia puncta, tot, quot assignari possunt, adhuc in eadem manemus sententia, & dicimus nihilominus nihil probari per ista puncta de linea, quia omnia puncta, cum sint infinita, assignari nequeunt, ea autem, quæ assignantur finita, nullam componunt lineam, sed adhuc semper inter duo proxima puncta duci potest linea, siue recta, siue curua, & hoc in infinitum. Ergo nihil constat de linea; atq. ex hoc capite claudicat hoc principium.*

Circa hæc autem nō aliud addam, nisi, si per tot puncta, quot assignari possunt, nihil de linea, Clauius concludere potuit: à pari nullum Geometram per tot linearum, quot intra circulum ab eodem puncto duci possunt, æqualitatem, de ipso circulo quidquam concludere posse, quia quotcūq. lineæ nullam constituere possunt superficiem, quemadmodum, inquit ipse, quotcumq. puncta nullam vnquam faciūt lineam. His verò ibidem subdit paulò post in Sectione 41. huiusmodi verba-

*Nullus autem dubito Clauium hoc vidisse, vel si non vidit (nam quandoq. bonus dormitat Homerus) nihilominus tamen ac si sibi, & iurè merito quidem non satisfecisset per hoc princi-*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*pium, aliud Num. 2. subiungit his verbis. Si recta linea super aliam rectam in transuersum moueatur, constituens in suo extremo cum ea angulos semper rectos, describet alterum illius extremum lineam quoq. rectam. Dignum nimirum Clauio principium, quodq; sine illo priori intento suo & Geometris omnibus satisfacit; potest enim vt principium per se solum assumi eo in loco, quo Clauius supponit 28. Propos. Primi Libri Elem. demonstratas, & si opus esset ab illis, & alijs Principijs præmissis dependens; nulla enim alia indiget probatione: Huic enim soli assentitur intellectus Geometræ illius, qui saltem illa de quibus diximus principia, & Propositiones percepit: non priori, licet Clauius addat: Est principium hoc æquè clarum, & euidens, atq antecedens. Est enim hoc non æquè clarum, sed longè clarius; quia per hoc ex motu rectæ lineæ ipsa suo vno termino, altero autem ità affixo rectæ alteri lineæ, vt neq; in motu, neq; consistens in ea, aut ab ea dimoueri, aut ipsa linea mota inclinationem mutare possit, describit lineam, de qua rectè concluditur eam fore rectam. Illud autem principium, si principium dicendum, non nisi sola, solitariaq. assignat puncta, quæquidem omnia in eadem erunt linea recta, quę tamen prius cogitetur per duo saltem puncta, id quod vltro admittimus, ducta, & quantum opus est ad vtramque partem producta: Puncta tamen illa quotquot tandem fuerint; repetimus idem; nullam partem lineæ ductæ constituunt, ac proindè nihil ex illis de qualitate lineæ probare aut assumere possumus. Ergò sine priori illo principio per posterius, & reliqua sequentia Clauius id quod proposuit sufficienter demonstrat. Quod ad tuendam Clauij auctoritatem, & nostram sententiam roborandam nunc sufficiat.*

Si prius principium (cui posterius æquè clarum dixit Clauius, licet hoc neget Guldinus) iuxta eundem repudiandum est, posteriori retento: à pari definitio circuli tradita per æqualitatem linearũ repudianda erit petenta illa tantum, quæ assumit reuolutionem rectæ lineæ circa manens punctum, quod nemo non videt quam sit absurdum.

Deniq. in Sec. 42. & vltima habitam censuram placidis hisce verbis concludit in eadem Pag. 350.

*Sed vt finem tandem desideratum aliquando attingamus,*

*cum*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*cum bona pace & Archimedis, & Euclidis, quos singulari honore prosecuti sumus; immo & Pappi Alexandrini, quem præteriuimus, Kepleri etiam, & Caualerij, quos vt amicos tractauimus, huic libro quarto, & toti Operi de Centro Grauitatis finem imponimus. Coronidem tamen superimponimus, & Epilogi loco denuò in medium producimus Problema quoddam Arithmeticum quod Anno 1622. Viennæ ad excitandos nostros discipulos composuimus, & per vnum illorum publicè demonstrare curauimus, ea ratione, vt sequitur.*

Quibus & ipse addo me hæc ab eo, tamquam ab amico, solamq. veritatem affectanti dicta excepisse, vt & supra innuebam. Namq. amicorum est admonere mutuum. Ego enim in maiori lucro reponam amici liberè redarguentis censuram, quam blandientis adulatoris assensum. Vnde cum Plauto in Trinummo sic eum compellare possum.

*Sed tu ex amicis certis mihi es certissimus,*
*Si quid me scis fecisse inscitè, aut improbè,*
*Si id non accusas tu ipse obiurgandus es.*

Ego autem quoq. non contradicendi studio, aut philautia deceptus, sed solius veritatis amore, quæ obiectis responderi posse mihi visa sunt, silentio nequaquam prætereunda esse duxi.

## CAPVT XIV.

*In quo manifestatur insignis quædam vtilitas, quæ ab Indiuisibilibus in ipsius Guldini Centrobarycam, ni illa respuisset, poterat deriuari.*

CVm nostri Auctoris regula generalis sæpius commemorata, quæ in eiusdem Centrobaryca ponitur Pag. 147. tanti esset momenti, quanti in ipsa apparet, tota enim in ea fundatur; vnde nequaquam deceret illam demonstratiuè non probatam relinquere, mihi monendus erat idem Auctor, dum viueret, quod, nisi renuisset, insigne hoc beneficium ab ipsis Indiuisibilibus obtinere poterat, saltem quoad figuras planas, earumq. Potestates. Id verò, eo iam mortuo, nunc reticerem, nisi ipse dixisset Pag. 349. in Scholio



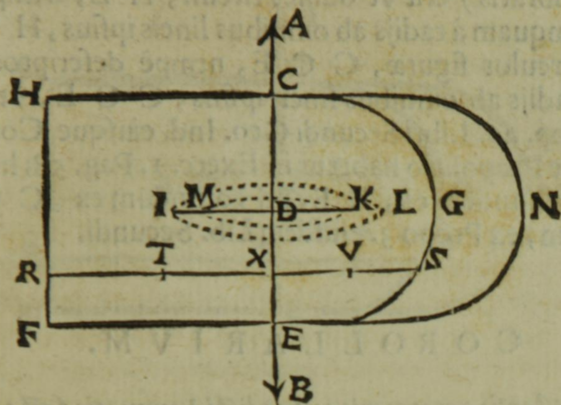
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

lio se huiusmodi Indiuisibilia aggressum fuisse, vt aliquid obtineret, quo Vsus, Fructus, & Gloria Centri grauitatis augeretur, sed frustra laborasse. Inquit enim ibidem. *Quare cum nostrum propositum hac ratione assequi posse desperaremus &c.* Vt ergo amplius eorum vtilitas appareat Studiosis, hacq. occasione eisdem indicetur qua ratione hunc ab Indiuisibilibus fructum ad Gloriam Centri grauitatis augendam sibi ipse comparare potuisset, placuit in huius explicationem præsens Caput adiungere. Id verò eò libentius feci, quod non mei, sed alterius opera & industria in huiusmodi Indiuisibilium cultura strenuè laborantis, eiusdem regulæ suppetias afferi posse demonstrauit. Is autem fuit acri ingenio præditus, & insignis Geometra Ioannes Antonius Roccha, qui duobus annis antequam hic appareret dicta Guldini Centrobaryca præsens Lemma ostenderat, ac mihi communicarat, à quo præfata Regula pendet, nempè.

*Si figura plana super aliqua sui recta linea figuram ipsam secante libretur, erunt momenta segmentorum figuræ, vt sunt solida rotunda ab ipsis segmentis, circa secantem lineam reuolutis, descripta.*

Huius rationem vnusquisq. videre potest in Operibus Geometricis Torricellij Problemate 1. de Dimensione Parabolæ, Pag. 77. Vt verò totam hanc rem percipere quoq. possint, qui carent dictis Operibus, ponitur hic sequens demonstratio, ex qua dicti Lemmatis veritas manifestatur, procedens iuxta mentem eiusdem Rocchæ.

Supponatur recta, A B, tanquam axis, circa quem reuoluatur quæcumque plana figura, C G E, adiacens ipsi, C E, suæ altitudini, vt fiat solidum rotundum. Sit autem eiusdem figuræ, C G E, centrum grauitatis, K, in dicta rotatione describens periphæriam, K M, quam Guldinus appellauit viam rotationis centri grauitatis, K, vt &, K D, radium rotationis. Rursus lateri, C E, in plano figuræ, C G E, sit applicatum quodcumque parallelogrammum rectangulum, H C E F, cuius centrum grauitatis sit, I, & recta, I D, sit perpendicularis ipsi, A B, nempè sit radius eiusdem rotationis




nis. Inſuper extendatur quæcunque recta linea, R S, ipſi, F E, parallela, ita vt eius portio, R X, ſit in parallelogrammo, H E, &, X S, in figura, C G E, quæ bifariam ſecentur in punctis, T, V. Momentum ergo ipſius, R X, ad momentum, X S, ſi vtrẹque circa, X, librari intelligantur, eſt in ratione compoſita ex ratione, R X, ad, X S, & ex ratione diſtantiarum centrorum grauitatis, T, V, earundem linearum, R X, X S, à puncto, X hoc eſt ex ratione ipſius, T X, ad, X V, vel, R X, ad, X S: Facilè enim hoc de quibuſcunque magnitudinibus eiuſdem generis probari poteſt, ex eo quod molium ęqualium momenta ſunt vt diſtantiæ à puncto librationis; & ab eodem æquè diſtantium molium momenta ſunt vt ipſę moles. Duæ autem rationes, R X, ad, X S, componunt rationem quadrati, R X, ad quadratum, X S: ergo momentum rectæ, R X, ad momentum rectæ, X S, eſt vt quadratum, R X, ad quadratum, X S, hoc eſt vt circulus deſcriptus radio, R X, ad circulum deſcriptum radio, X S. Hoc idem verò de cæteris vt ſic aſſumptis ipſi, F E, parallelis in dictis figuris eodem modo probabitur, ſuntque omnia antecedentia æqualia. Ergo momenta omnium linearum, H E, ad momenta omnium linearum figuræ, C G E, parallelarum ipſi, F E, hoc eſt momentum rectan-

guli,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

guli, H E, ad momentum figuræ, C G E, (ijs circa, A B, axim libratis) erit vt omnes circuli, H E, nempè descripti tamquam à radijs ab omnibus lineis ipsius, H E, ad omnes circulos figuræ, C G E, nempè descriptos tanquam à radijs ab omnibus lineis ipsius, C G E, vt elicitur ex Prop. 26. Libri Secundi Geo. Ind. eiusque Corollario 3. quæ Propositio habetur in Exerc. 1. Pag. 58; hoc est erunt vt rotundum ex, H E, ad rotundum ex, C G E, descriptum, ex Propo 3. eiusdem Lib. Secundi.

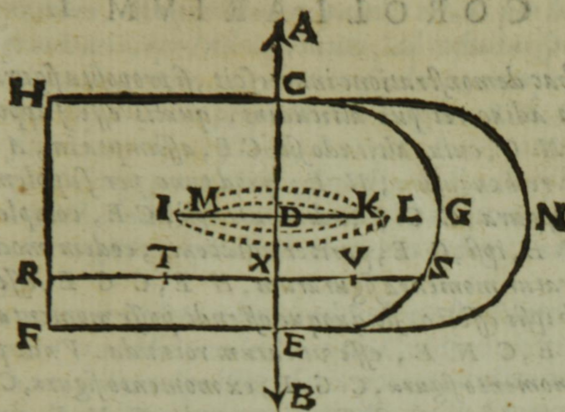
## COROLLARIVM.

*Ex præostensis patet veritas prædicti Lemmatis facta collatione segmentorum libratæ figuræ cum parallelogrammo, vt, H E, in eadem cum figura altitudine constituto, ac cum ijsdem pariter librato.*

HIs demonstratis remanet ostendendum quomodo ex his inferatur regula Guldini quoad figuras planas, earumque Potestates, quod nunc patefiet. Namque figurarum, H E, C G E, momenta, iuxta superius dicta, sunt in ratione composita ex ratione ipsarum figurarum, H E, C G E, & radiorum, I D, D K, (nam hi sunt distantiæ centrorum grauitatis, I, K, ab axe, A B,) hoc est peripheriarum, seu viarum rotationis, I L, M K. Ergo dicta rotunda erunt in ratione composita ex ijsdem rationibus. Sed eædem rationes componunt quoque rationem corporum columnarium, hoc est (iuxta appellationem vsitatam in mea Geometria) cylindricorum, qui in basibus dictis figuris, H E, C G E, altitudinibus verò ijsdem peripherijs, I L, M K, in rectum extensis intelligi possunt, vt à me ostenditur in Prop. 11. & 14. Libri Secundi dictæ Geo. Ind. explicaturq. in eadem Exerc. 1. num. 22. Ergo rotunda ex, H E, C G E, descripta, erunt vt dicti cylindrici. Rotundum autem ipsius, H E, equatur cylindrico in basi, H E, altitudine periphæria, I L, quod sic probo. Illud rotundum idem est cum cylindrico in basi circulo radij,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




dij, F E, & altitudine, C E. Hic verò cylindricus æquatur cylindrico in basi, H E, & altitudine via rotationis, I L, cum vtrique bases habeant altitudinibus reciprocas. Etenim circulus radij, F E, habetur ex ductu ipsius, F E, in semiperiphæriam ab, F E, descriptam, hoc est in viam rotationis, I L, quia, I D, est dimidia ipsius, F E, & subinde etiam periphæria, I L, est dimidia periphæriæ radij, F E. Parallelogrammum quoque, H E, fit ex ductu eiusdem, F E, in, E C, vnde vt circulus radij, F E, ad parallelogrammum, H E, ita reciprocè est via rotationis, I L, ad, E C. Cum ergo cylindricus in basi, H E, altitudine via rotationis, I L, æquetur rotundo ipsius, H E; etiam cylindricus in basi figura, C G E, altitudine via rotationis, M K, æquabitur rotundo ab eadem, C G E, descripto, sunt enim hæc quatuor solida proportionalia, vt probatum est. Ergo si via rotationis, M K, ducatur in ipsam figuram, C G E, fiet rotundum ipsius, C G E. Hoc autem est conforme regulæ Guldini, quæ est huiusmodi, nempè.

*Quantitas rotanda in viam rotationis ducta producit Potestatem rotundam vno gradu altiorem Potestate, siue quantitate rotata, vt ait Pag.* 147. Hoc est figura plana producit solidum rotundum.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIVM I.

EX hac demonstratione innotescit, si proposita figura plana non adiaceret suæ altitudini, qualis esse supponatur, C G E N G, cuius altitudo sit C E, assumpta in, A B, cuiq; adiaceat rectangulum, H E; quod tunc per supplementum factum à figura, C G E, adiacente ipsi, C E, completa figura, C N E, ipsi, C E, pariter adiacente, eodem modo, quo demonstratur momenta figurarum, H E, C G E, esse vt rotunda ab ipsis effecta, sic quoque ostendi posse momenta figurarum, H E, C N E, esse vt earum rotunda. Vnde patebit, dempto momento figuræ, C G E, ex momento figuræ, C N B, & rotundo ipsius, C G E, ex rotundo, C N E, momenta figurarum, H E, C N E G C, esse vt rotunda ex, H E, C N E G C, descripta. Hæc ergo erunt in ratione composita ex ratione figurarum, H E, C N E G C, & distantiarum centrorum grauitatis ab axe, A B, librationis, hoc est viarum rotationis. Quapropter vt in superiori demonstratione concludetur viam rotationis centri grauitatis figuræ, C N E G C, in eandem figuram ductam producere rotundum ab ea in rotatione circa, A B, descriptum, quomodocunque locetur ad alteram axis partem proposita figura. Ex quibus manifestum euadit regulam Guldini quoad figuras planas, earumque solida rotunda vniuersaliter veram esse.

## COROLLARIVM II.

INsuper ex eadem demonstratione liquidò apparet, si pro quadratis, seu circulis ab, R X, X S &c. tamquam a radijs descriptis, substituerimus alias quascumque planas, ac similes figuras, vni cuidam parallelas & ab ijsdem, R X, X S &c. tamquam ab homologis descriptas, eodem modo, qui supra adhibitus est, nos concludere posse non tantum de solidis rotundis, sed vniuersalissimè de quibuscunque solidis similaribus, genitis ex ijsdem figuris, H E, C G E, ut declaratur in ipsa Exerc. 1. num. 17. ea esse in ratione composita ex ratione genitricium figurarum, & ex ratione radiorum, nempè rectarum

tarum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*tarum inter axem librationis, & centra grauitatis earundem interceptarum. Ex quo denique patebit etiam per hanc uiam centri grauitatis, ope Indiuisibilium, ad infinitas species solidorum (siue sint recta, siue etiam scalena, nempe etiamsi, A B, non supponeretur perpendicularis ipsis, R X, X S, seu planis figurarum ab, eisdem, R X, X S &c. tamquam ab homologis descriptarum) processum fieri posse, non secus ac in methodo Ind. demonstrationes circa solida rotunda ad infinitas species iugiter ampliari dicebatur in eadem Exerc. prima num.* 38.

Scio autem præfata omnia ad stylum Archimedeum reduci posse (quod saltem indicatum Guldino ab ipsis Indiuisibilibus, si illa respuisset, satis poterat deseruire nempè conuersa demõstratione per Indiuisibilia in Archimedeam, vt sunt quæcunque per Ind. methodum ostenduntur: Licet ille vbique affectans demonstrationis ostensiuæ nobilitatem, quam sola Indiuisibilia poterant illi suppeditare, ab ijsdem recedere non debuisset. Frustra enim tunc Euclidis, & Archimedis Propositiones per absurdum ostensas vt præfata ostensiuæ demonstrationis nobilitate potirentur Libro Quarto restaurasset, nisi & dicta regula generalis ostensiuè probata fuisset, secus enim omnes ab ea pullulantes demonstrationes vitio radicis laborassent.

Hanc quidem regulam pluribus rationibus, ijs tamen non nisi probabilibus, quæ in concordantia cum aliorum inuentis plerumque fundantur, confirmare conatus est; hęc verò vbi deficit, remanet manca, & inperfecta demonstratio, cum ad omnia nequeat se extẽdere. Obiter autem innuo, dum hoc nititur probare de solidis rotundis Pag. 175. eum sic procedere. Probat enim conum partialem descriptum à triangulo, A B F, ad totum conum descriptum, ab, A B C, esse vt 1. ad 4. quia illius radius ad huius radium rotationis est vt 1. ad 4. hoc est, inquit, per Cor. 1. Prop. 3. Cap. 8. Libri Secundi Verum hoc Cor. pendet ex regula generali Pag. 147. quam hic per hoc medium intendit probare.

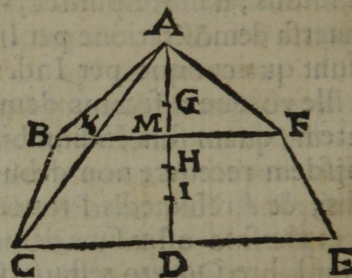
Deniq; præfatæ rationes non maiorem videntur habere probabilitatem, quam illæ, quas affert Libro Primo eius-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

dem Centrobarycæ Pag. 127. vt consideranti innotescet, vbi asserit, data Sphæræ, Sphæroidis, aut Conoidis portione, si per axem, & centrum basis ducatur planum, conceptæ figuræ centrum grauitatis esse quoquè centrum grauitatis superficierum dictorum corporum, exceptis basibus. Ait enim hoc similitudinem probare, quam habent hæc solida cum Cono, eiusque frusta, in quibus eadem sunt centra figurarum per axem, & conicæ superficiei sine base, vel basibus; hocque subdit per inscriptionem, et circumscriptionem superficierum conicarum, &c. probari posse. Quod an verum sit subsequens demonstratio satis, puto, indicabit.

Esto enim triangulus ęquicruris, B A F, in base, B F, quam secet bifariam, A M, quæ extendatur vtcumque in, D, sit autem circa, M D, quoque tamquam axim trapezium æquicrure, B C E F, itaut, AB, non sit in directum




ipsi, B C, nec, A F, ipsi, F E. Oportebit ergo iuxta Guldinum centrum grauitatis figuræ, A B C E F, per axem, A D, transeuntis, quod sit, H, esse etiam centrum grauitatis compositi ex superficie conica, B A F, & frusti conici, B C E F, si currit dicta similitudo, quod videamus an verum sit. Supponamus centrum grauitatis trianguli, B A F, esse, G, & trapezij, B C E F, esse, I, quæ erunt quoque centra grauitatis superficierum, nempe, G, conicæ, B A F, &, I, frusti, B C E F, superficiei per ibidem ostensa à Guldino. Erit ergo vt, I H, ad, H G, ita triangulum, B A F, ad trapezium, B C E F, & ita superficies, B A F, ad superficiem, B C E F, quod serua. Insuper triangulus, A B F, ad trapezium, B C E F, est, vt rectangulum sub, A M, M B, ad rectangulum sub, M D, & aggregato ex, B M, C D, (quia his rectangulis singillatim æquantur dictus triangulus, & trapezium) hoc est in ratione

tione composita ex ea, quam habet; A M, ad, M D, & ex ea, quam habet, B M, ad, B M, cum, C D, quod pariter serua. Superficies similiter, B A F, æquatur circulo, cuius radius medius est proportionalis inter, A B, & B M, ex Archimede Libro primo de Sphæra, & cylindro, Prop. 14. & superficies frusti conici, B C E F, æquatur circulo, cuius radius medius est proportionalis inter, B C, & aggregatum ex, B M, C D, ex eiusdem Libri Prop. 16. Erit ergo superficies, A B F, ad superficiem frusti, B C E F, (subintellige semper sine basibus) vt ille circulus ad hunc circulum, vel vt quadratum illius radij ad quadratum radij istius, vel vt rectangulum sub, A B, B M, ad rectangulum sub, B C, & aggregato ex, BM, C D, hoc est in ratione composita ex ratione, A B, ad, B C, & ex ratione, B M, ad aggregatum ex, B M, C D. Si ergo triangulus, A B F, ad trapezium, B C E F, est vt superficies, A B F, ad superficiem frusti, B C E F, cum ostensum sit triangulum, B A F, ad trapezium, B C E F, habere rationem compositam ex ratione, A M, ad, MD, & ex ratione, B M, ad aggregatum ex, B M, C D, oportebit rationē, A M, ad, M D, &, B M, ad, B M, cum, C D, componere eamdem rationem, quam componunt rationes, A B, ad, B C, & B M, ad, B M, cum, C D. Ergo ablata communi ratione ipsius, B M, ad, B M, cum, C D, erit vt, A M, ad, M D, ita, A B, ad, B C, quod est absurdum. Si enim iunxerimus, A C, quę secet, B M, productam, si opus sit, in, K, cum vt, A M, ad, M D, ita sit, A K, ad, K C, erit, A B, ad, B C, vt, A K, ad K C, vnde per Prop. 3. Sexti Elem. angulus, C B K, qui est obtusus erit æqualis angulo, A B K, qui est acutus, quod esse non potest. Non ergo, H, centrum grauitatis figuræ, A B C E F, erit centrum, grauitatis superficiei, C BAFE, vt putat Guldinus. Ex quo patet hoc falsū quoq; esse in inscriptibilibus, & circumscriptibilibus superficiei sphęricæ, sphęrodis, & conoidis parabolici, vnde per has neutiquam intentum Guldinus obtinere potuisset.

Si ergo hoc ipse animaduertisset, insimul quoq; agnouisset, quam parum in geometricis probabilibus rationibus, similitudinibus, & analogijs, quas & ipse Keplero exprobrauerat, fidendum sit. Vnde rationibus demonstratiuis suum

sun-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

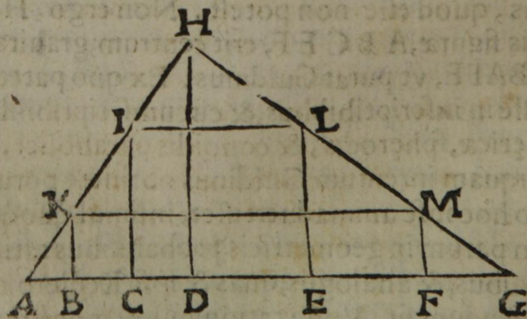
fundamentum probare non neglexiſſet, nec fortè adeò ab Indiuiſibilibus abhorruiſſet, à quibus tantum beneficium vbiq; retenta quæ adeò illi probabatur demonſtratione oſtenſiua obtinere poterat, niſi Archimedeam methodum, quam ob demonſtrationem ad impoſſibile ducentem auerſabatur, proſequi maluiſſet, qua per inſcriptionem, & circumſcriptionem &c. puto, & reliqua pars regulæ de lineis, earumq; Poteſtatibus, vniuerſaliter poterat demonſtrari. Verum hæc cum omni Guldini honore, ac reuerentia dicta eſſe volo, quem ob aureum hoc inuentum, plurimi facio, æternaq; fama dignum & ipſe cenſeo.

## CAPVT XV.

*In quo ſoluitur quædam difficultas, quæ contra Indiuiſibilia fieri poterat, licet eam Guldinus non animaduerterit, cum alia quadam ab Anonymo obiecta.*

INter ea, quę contra Indiuiſibilia ab Auctore noſtro allata fuere, nihil eſt fortè, quod tantam habeat apparentiã, & ex Geometriæ proprijs magis procedat, quam hæc, quæ nunc producetur, licet eam ipſe non viderit, eſt autem huiuſmodi.

Sint duo triangula, H D G, H D A, in eadem altitudine, H D, ſed in baſibus, G D, maiori, &, D A, minori. Ipſi verò, H D, ducantur quotcumq; æquidiſtantes, B K, C I, & per K, I, puncta aliæ ipſi, A G, parallellæ extendantur,




KM,

K M, I L; & per, M, L, pariter ipsi, H D, æquidistantes, M F, L E. Quoniam ergo, K F, I E, sunt parallelogramma, erunt, K B, M F, inter se æquales, vt &, I C, L E. Hoc verò eodem modo de quibuscumq; alijs ostendetur. Ergo omnes lineæ trianguli, H D A, ęquabuntur omnibus lineis trianguli, H D G, regula communi, H D, Vnde per Prop. 3. Libri Secundi Geo. Ind. quæ ponitur in Exerc. prima Pag. 25. triangulus, H D A, erit ęqualis triangulo, H D G, quod est absurdum. Cum enim, G D, sit maior, D A, ex hypothesi, etiam triangulus, H D G, maior est triangulo, H D A, per Prop. primã Sexti Elem. Falsa est ergo dicta Propositio Geo. Ind. supracitata, ergo corruunt omnia, quę in illa fundantur, hoc est tota huiusmodi Geometria.

Ad huius ergo solutionem difficultatis recolat studiosus ea, quæ dicta sunt in Exerc. prima, num. 13. 14. 15. ex eis enim intelliget me semper omnes lineas planarum figurarũ vsurpare sub eodem transitu, nempe vel semper recto, vel semper obliquo, qui transitus explicatur in dicto Numero 13. Ostensum est autem num. 15. ex hoc sequi, si non fiant, vel supponantur sub eodẽ transitu, non esse inuicem ęqualiter distantes quascumq; duas vnius transitus, cum alijs duabus illis respondentibus, quæ sunt alterius transitus: & quæ sunt eiusdem transitus semper æqualem distantiam inter se continere, quæ sibi è regione respondent. Cum ergo duæ, K B, I C, non æqualiter distent inter se ac duæ, M F, L E, prædictis respondentes ideò erunt omnes lineæ triangulorum, H D A, H D G, hac ratione assumptæ, perinde ac si fierent sub diuersis transitibus, quapropter excluduntur à definitione, quam tradidi omniũ linearum planarum figurarum. Perperam ergo sumptis omnibus lineis triangulorum H D A, H D G, mirum non est ea æqualia concludi, cum tamen sint inæqualia. Hanc autem solutionem apprimè declarat tela filis contexta, è quà decerpta supponantur dicta triangula. Si enim ponamus in H A D, esse 100. fila ipsi, H D, parallela; erunt signata in, H A, 100. puncta, in triangulo, H A G, alia 100. fila ipsi, A G, æquidistantia, & subinde in, H G, alia 100. puncta, & in triangulo, H D G, pariter 100. fila. At si, D G, supponatur ex. gr. dupla

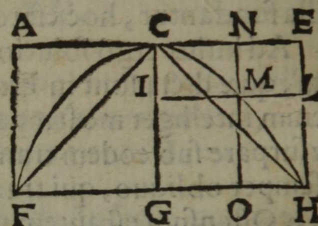
ipsius

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ipſius, D A, erunt in triangulo, H D G, cum fingatur decerptus ex eadem tela, fila 200. Ergo 100. reliquuntur: quapropter hæc rariora erunt quam fila trianguli, H D A. Ita ergo res ſuo modo ſuccedit in omnibus lineis dictorū triangulorum vt ſic acceptis, non enim ęqua ratione ſibi reſpondent, quemadmodum fit dum omnes lineę ſumuntur tamquam ſub eodem tranſitu effectæ.

Supradictam difficultatem mihimet obieci, aliam verò fecit quidam Anonymus ex Gallia, quæ, vt ex quodam amico intellexi, talis fuit.

Demonſtratum eſt Coroll. 2. Prop. 19. Libri Secundi Geo. Ind. quod omnes maiores abſciſſę ſint ad omnes abſciſſas in ratione dupla. Prop. 24. eiuſdē oſtenſum eſt quadrata omnia maiorum abſciſſarum eſſe ad omnia quadrata abſciſſarum in ratione tripla. Prop. prima Libri Quarti, (cuius Schema hic appono), G H, ſiue, C E, quadratum ad, I M, aut, C N, quadratū eſt vt, G C, ad, I C; ideoq; omnia quadrata parallelogrammi, C H, ſiue omnia quadrata maiorum abſciſſarum, C E, ad omnia quadrata dimidiæ parabolæ, C G H, ſiue ad omnia quadrata abſciſſarum, C E, erunt vt reliquę maiores abſciſſæ, G C, ad reliquas abſciſſas eiuſdem, G C. Sed quadratorum tripla eſt ratio, linearum dupla ex demonſtratis: itaq; ratio tripla æqualis eſt rationi duplæ, quod eſt abſurdum.




Ad quam difficultatem reſpondeo nō benè accipi maiores abſciſſas, & abſciſſas ipſius, C E. Non enim parallelogrammum, C H, exhibet maiores abſciſſas, C E, & ſemiparabola, C G H, eiuſdem abſciſſas, vt putat Anonymus: ſed abſciſſæ exhibentur à triangulo ipſi, C E, adiacente, vt ab ipſo, C E H, (ſi, H E, ſupponatur æqualis ipſi, E C,) & maiores abſciſſæ tunc etiam à parallelogrammo, C H, exponentur, iuxta dicta in præfato Cor. Propoſitionis 19. Libri Secundi, quod habetur in Exerc. prima Pag. 36. Circa quod Cor. vide ibidem dicta num. 25. Cum ergo abſciſsas hic rectè non acceperit, ideò potuit abſurdum ex his colli-

colligere, quod nempè ratio tripla esset æqualis rationi duplæ. Verum, vt admonui in dicto nu. 25. possumus sine istis abscissis Propositiones demonstrare, si illæ aliqualiter Lectori negotium faciant.

Sed iam tempus est vt huic dissertationi finē imponam, in qua non alium scopum habui, quam vt ipsa veritas elucesceret, Indiuisibiliumq; vsum tibi amplius, benigne Lector, aperirem, quò de his æquius dijudicare posses. Iam tibi notum est quibus rationibus priorem Methodum Ind. probauerim, & ab oppositionibus vindicari posse existimauerim: quod si non sufficiat, habes posteriorem methodum, liberam à conceptu infinitorum Indiuisibilium collectiuè sumptorum. At si hæc tibi adhuc non satisfaciant, recole quæ iuxta Archimedis stylum in confirmationem vsus Indiuisibilium allata sunt, præcipuè in Exerc. 2. His enim te omni circa eadem ambiguitate expoliari posse reor. Hæc ad inueniendum plurimum valere vel ipse Guldinus fassus est Lib. 4. Pag. 331. tu autem quoq; perpende num & ad demonstrandum recipi possint, nempè vel sub ea forma, qua à me vsurpata fuerunt, vel saltem relatiuè ad methodum Archimedeam, iuxta quam confirmata sunt; ac deniq; eis vtere prout tibi libuerit, in his enim iurgijs, & disputationibus potius philosophicis, quam geometricis mihi ferè semper ægrotanti, nequaquam quod superest tempus inaniter terendum esse censeo. Iudices erunt tot præstantes Geometrę, quot scimus hac nostra ętate florere, quorū gratiam meis hisce Indiuisibilibus conciliare pluribus dictis frustra tentauero, nisi ab eisdem accuratè examinata, eorum suffragijs approbentur.





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# EXERCITATIO QVARTA

## In qua, ad Indiuisibilium vtilitatem, & energiam amplius declarandam, vſus eorundem in Poteſtatibus Coſſicis, ſeu Algebraicis explicatur.



*INter ea, quæ ſubtiliſſimus Keplerus Geometris inueſtiganda propoſuit, famoſa extat duorum inſignium ſolidorum mẽſura, quæ ab eodem in Stereometria Doliorum ſub nomine fuſi parabolici, & hyperbolici (quia ille gignitur ex parabola, hic verò ex hyperbola, ambabus hiſ e figuris circa proprias baſes reuolutis) promulgata fuere. Huiuſmodi ergò ſolidorum menſuræ ſpeculandæ dum aliquando & ipſe incumberem, factum eſt vt mentis ligone geometrici campi terram effodiens, in theſaurum præter omnem expectationem inciderim, maiori apud me in pretio habitum, quam prę dictorum ſolidorum anxiè quæſita, & poſtmodum obtenta menſura, vt in ſequentibus apparebit, ſi tamen pro hyperbolico ipſius hyperbolæ quadraturam ſuppoſueris. Cum enim præcipuè ſuſum parabolicum animo circumuoluerem, animaduerti illius menſuram haberi poſſe, ſi in propoſito*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*quocunque parallelogrammo ducta diametro, sumptoq; pro regula quolibet illius latere, patefieret ratio omnium quadratoquadratorum parallelogrammi ad omnia quadratoquadrata cuiuslibet factorum à diametro triangulorum. Quærens ergo huiusmodi proportionem, eam quintuplam esse tandem cognoui. Recolens autem ex mea Geometria Lib. 2. Prop. 19. omnes lineas dicti parallelogrammi esse duplas omnium linearum dicti trianguli; omnia quadrata ex Pro. 24. esse tripla oı̄um quadratorum eiusdem, ne hiatus mihi relinqueretur inter quadrata, & quadratoquadrata, animum applicui ad detegendam quoque rationem omnium cuborum parallelogrammi ad omnes cubos dicti trianguli, eamque quadruplam adinueni. Ita vt deniq; non sine magna admiratione comprehenderim omnes lineas esse duplas, &c. omnia quadrata esse tripla, omnes cubos esse quadruplos, omnia quadratoquadrata esse quintupla, &c. ex quibus arguebam omnes quadratocubos esse sextuplos, omnes cubocubos octuplos, & sic deinceps iuxta naturalem ordinem numerorum ab vnitate deinceps expositorum. Hic autem est ille thesaurus, quem primus, quod sciam, occasione mensuræ fusi parabolici, detexi, quemque & ipse ante annum 1640. Geometris in mea Centuria, Problemate vltimo patefeci, atq; proposui. Ex eo enim immediatè pendet proportio eiusdem parallelogrammi ad spatia, quæ à diagonalibus lineis in sequenti Prop. 23. consideratis disseparantur (ex quibus ea, quæ à cauitate dictarum diagonalium continentur alij infinitarum parabolarum, nempè primæ, secundæ, & tertiæ, &c. seu linearis, quadraticæ, cubicæ, &c. nomine nuncuparunt) Et innumera alia admiranda emanare possunt. Contigit eo tempore, quo in hæc incideram,*

*hac*

hac transire P. Niceronium, Perspectiuæ Curiosæ eleganti Opere conspicuum, quem cum de his certiorem fecissem, placuit illi & dictæ progressionis, & fusi parabolici rationem Parisijs proponere inuestigandam prestanti Geometræ Ioāni de Beaugrand, quem prius & ipse de facie noueram. Cumque ego ad alia studia vi coactus non amplius de his cogitarem, en repentè literis eruditissimi P. Mersennij admoneor dictum Beaugrand è vita cessisse, ab eoque eiusdem Beaugrād per Niceronium illi propositorum peractam demonstrationem insimul recipio. Dolui vehementer tanti ingenij virum, quanti fuisse declarant hæ ad me missæ demonstrationes, perijsse. Qui cum circa hæc laborandi occasionem præripuißet, multò minus de his amplius cogitaui. Denique multo transacto tempore iterum ad hæc animum intendens hac occasione animaduerti doctrinam Lib. Sec. meæ Geom. Ind. quæ tantum circa lineas, & quadrata versatur, ad omnes potestates Cossicas planarum figurarum extendi poße. Operi ergo manum admouens, sequentes Propos. meliori, qua mihi licuit, studui ratione concinnare. Quibus & ipsius Beaugrand inuenta, ne perirent, ac ne tuo dignis ingenio, benigne Lector, te fraudarem, fideliter inserenda curaui. Hæc ergo omnia in tui commodum elaborata libenti animo excipe, & si quæ offenderis, haud ita, vt velles, affabrè disposita, æqui boniq; consule, &c. Vale.

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO I.

*In serie numerorum ab vnitate continuè proportionalium; ductis inter se duobus quibuscumq; producitur in eadem serie numerus, cuius exponens conflatur, simul additis exponentibus multiplicatorum numerorum.*

VIdeatur sequens Tabella, in cuius prima serie sunt numeri, 0.1.2.3.4.&c. qui dicuntur exponentes numerorum ab vnitate continuè proportionalium, quos exhibet secunda series, nempè, 1.2.4.8.16. &c. Illis verò in tertia serie subscribuntur characteres, dignitatum, siuè potestatum, vt vocant, Cossicarum, seu Algebraicarum, quarũ l. significat latus. q. quadratum. c. cubum. qq. quadratoquadratum. q c. quadratocubum, &c. Esto ergo ex. gr. quod ducamus q. in c. hoc est 4. in 8. Dico fieri qc. nempè 32. cuius exponens 5. fit simul iunctis exponentibus 2. & 3. ipsorum q. & c. Quoniam enim vt vnitas ad alterum ductorum numerorum, vt ad 4. ita reliquus ductus 8. est ad productum 32. vt patet ex elementis Arithmeticis: ideò tot proportiones æquales primæ proportioni, nempè ei, quam habet 1 ad 2. component proportionem vnitatis ad 4. quot ex ijsdem componunt proportionem ipsius 8. ad 32. nempè duę. Ostenditur autem numerus dictarum proportionum ab vnitatibus, ex quibus constant exponentes numerorum dictarum proportionum, nimirum exponens 1. significat inter vnitatem, & 2. contineri vnam proportionem, exponens 2. indicat duas proportiones inter 1. & 4. & sic deinceps: ergo sicuti exponens ipsius 4. nempè 2. superat 0. exponentem vnitatis duabus vnitatibus, ita exponens numeri 8. qui est 3. superabitur ab exponente producti 32. per duas vnitates. Erit ergo exponens producti ipse 5. qui conflatur ex 2. & 3. exponentibus multiplicatorum numerorum 4. & 8.

Tabel-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*Tabella Potestatum Cossicarum.*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Exponentes | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Potestates | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |
| Characteres | o | l | q | c | qq | qc | cc | qqc |

## COROLLARIVM I.

*HInc & in lineis res suo modo facilè percipi potest. Quod nempè, linea posita tanquã latere, si illa ducatur in seipsam producet quadratum, ducta in quadratum faciet cubum, & vlterius procedendo in potestatibus imaginarijs, ducta in cubum faciet quadratoquadratum, &c. Sicuti quadratum quoq; ductum in cubum faciet quadratocubum. Cubus in quadratoquadratũ faciet quadratoquadratocubũ, &c.*

## COROLLARIVM II.

*VNde hinc quoque manifestum fit, si pro vna linea substituamus omnes lineas oblatæ figuræ planæ, respectu datæ regulæ: vel pro eius quadrato, cubo, quadratoquadrato, &c. eiusdem figuræ omnia quadrata, vel omnes cubos, vel omnia quadratoquadrata, &c. quod ductis inuicem omnibus lineis oblatæ figuræ in omnes lineas eiusdem, fient omnia illius quadrata: similiter omnes lineæ ductæ in omnia quadrata facient omnes cubos: eædemque ductæ in omnes cubos facient omnia quadratoquadrata, &c. Sicuti omnia quadrata ducta in omnes cubos facient omnes quadratocubos, vt & omnes cubi ducti in omnia quadratoquadrata facient omnes quadratoquadratocubos, &c. eiusdem oblatæ figuræ planæ respectu datæ regulæ.*

## SCHOLIVM.

*ADuerto autem quod in posterum, breuitatis causa, pro significandis dictis nominibus, tantum primas literas scribemus. Pro linea ergo, quadrato, cubo, quadratoquadrato, &c.*

*to,&c. ponemus tantum l. q. c. qq. &c. sicuti pro omnibus lineis, omnibus quadratis, omnibus cubis, omnibus quadratoquadratis, &c. tantum o. l; o. q; o. c; o. qq. &c. scribemus. Productum verò ex multiplicatione duarum quarumuis potestatum, vel eorũ, quæ fiunt ex ductis in se potestatibus factum sub ijsdem appellabimus. Et Omnes potestates talis, vel talis figuræ planæ, regula tali, pariter per simplices literas o. p. exprimentur.*

## PROPOSITIO II.

*Si potestas aliqua tanquam indiuisa ducatur in aliquam potestatem diuisam, factum sub ijsdem æquabitur facto sub potestate indiuisa, & singulis partibus diuisę.*

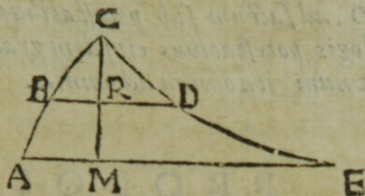
HAec facilè ostendetur ad modum Propositionis primę secundi Elem. vel Propositionis 35. Libri Secundi meę Geometrię, nempe ex eo quod totum ęquatur omnibus suis partibus simul sumptis: & subinde extendetur ad o. p. quascunq; oblatę planę figurę, vt in Cor. 2. Prop. ant. ipsa ad o. p. pariter extensa fuit.

## PROPOSITIO III.

*Si duę quęlibet figurę planę in eadem altitudine fuerint constitutę, ductis autem in ijsdem quotcunq; rectis lineis vni regulę parallelis, scilicet respectu cuius sumitur altitudo, repertum fuerit potestates eiusdem gradus portionum dictarum linearum, quę figuris intercipiuntur, eße proportionales; homologis in eadem figura semper existentibus: o. p. vnius dictarum figurarum*

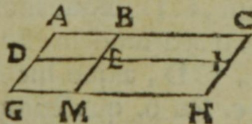
***rarum ad o. p. alterius erunt, vt quęcunquè ex potestatibus antecedentibus ad suam potestatem consequentem.***

VNiuersalior est hæc, quam Prop. 4. Lib. Secundi Geomet. Ind. quę habetur quoq. in Exerc. 1. Pag. 27. vbi enim illa de solis lineis, vel solidorum planis proposita est, hęc extenditur ad o. p. Ita vt assumpta denuò illius figura, si fuerit ex gr. vt c. AM, ad c. ME, ita c. BR, ad c. RD, concludemus o. c. figuræ, CAM, ad o. c. figuræ, CME, esse vt vnum antecedentium ad vnum consequentium, nempè vt c. AM, ad c. me, vel vt c. BR, ad c. RD.




### *COROLLARIVM I.*

*EX hac elicitur parallelogrammorum in eadem altitudine existentium o. p. eiusdem gradus, vt o. c. vel o. q q. &c. regula basi, esse inter se, vt basium potestates eiusdem gradus. Vt in parallelogrammis, A M, MC, o. q q. parallelogrammi, A M, ad o. qq. parallelogrammi MC, regula, GH, erunt vt q q. GM, ad q q. MH. Ducta enim ipsi, GH, vtcumque parallela DF, est q q. DE, ad q q. EF, vt q q. GM, ad q q. MH.*



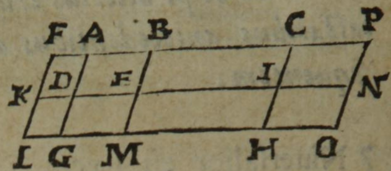

### *COROLLARIVM II.*

*SEd & hoc verum esse percipitur, scilicet factum sub o. p. parallelogrammi, FM, & sub o p. parallelogrammi, AM, ad factum sub o. p. parallelogrammi, PM, & sub*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*o. p. parallelogrammi, C M, esse vt factum sub potestatibus, L M, M G, ad factum sub potestatibus O M, M H, vel vt factum sub potestatibus, K E, E D, ad factum sub potestatibus, N E, E I, existentibus homologis potestatibus eiusdem gradus. Et hoc quia vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia.*




## PROPOSITIO IV.

*Parallelogrammorum in eadem, vel æqualibus basibus existentium o. p. eiusdem gradus, regula basi, sunt vt altitudines, vel vt latera æqualiter basibus inclinata, cum illa sunt æquiangula.*

QVod docet Prop. 10. Lib. Sec. Geomet. Ind. de solis q. seu figuris similibus, hoc vniuersaliter pronuntiat hæc Prop. de o. p. Vt in præsenti schemate expositis parallelogrammis, A D, B D, in eadem basi, C D, altitudinibus, A O, C N, vel lateribus, A C, C B, basi, C D, æquè inclinatis. Dico nedum, regula, C D, o. q. eorumdem esse vt dictas altitudines, vel latera basi, C D, æquè inclinata, sed & o. c. item o. q q. & o. q c. seu o. quascunque potestates eorundem parallelogrammorum. Quod sic probatur ad modum quo dicta Prop. ostensa fuit. Producantur ergo, C A, C B, indefinitè ad partes oppositas, ex quibus summantur quotcunque partes æquales, A I, I H, nempè æquales ipsi, C A, & B P, æqualis ipsi, B C, compleanturque parallelogramma, A M, I K, B Q. Sunt igitur parallelogramma, C F, A M, I K, in æqualibus altitudinibus, ac basibus, & ideò singulorum




o. p.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

o. p. eiusdem gradus erunt vt basium potestates hoc est æquales. Pari ratione ostendemus o. p. parallelogrammorum, B D, B Q, esse æquales. Altitudines autem parallelogrammorum, C F, A M, I K, sunt æquales ipsi, A O, & ipsorum, C E, P Q, ipsi, C N. Habemus ergo æquemultiplices primæ, & tertiæ, scilicet compositum ex altitudinibus parallelogrammorum, C F, A M, I K, & compositum ex o. p. parallelogrammorum, C F, AM, I K, quorum illæ sunt ęquemultiplices altitudinis, A O, ac o. p. parallelogrammorum, C F, A M, I K, seu parallelogrammi, C K, sunt multiplices o. p. parallelogrammi, C F. Sic ostendemus compositum ex altitudinibus parallelogrammorum, B D, P E, tam multiplex esse altitudinis, C N, quam multiplex est compositum ex o. p. parallelogrammorum, B D, P E, seu parallelogrammi, P D, o. p. parallelogrammi, B D. Si autem multiplex primæ, nempè aggregatum ex altitudinibus parallelogrammorum, C F, A M, I K, fuerit æquale multiplici secundę, nempè aggregato ex altitudinibus parallelogrammorum, B D, P E, hoc est si altitudo parallelogrammi, C K, fuerit æqualis altitudini parallelogrammi, P D, etiam multiplex tertiæ erit æquale multiplici quartæ, hoc est etiam o. p. parallelogrammi, C K, erunt æquales o. p. parallelogrammi, P D, quia illæ sunt vt potestates basium; si maior, maius, & si minor, minus. Ergo prima ad secundam erit vt tertia ad quartam. Hoc est vt altitudo, A O, ad altitudinem, C N, & consequenter vt quoque, A C, ad, C B, cum hęc basi, C D, ęqualiter inclinantur (quia tunc triangula, A O C, C N B, sunt æquiangula) ita erunt o. p. parallelogrammi, C F, ad o. p. eiusdem gradus parallelogrammi, B D. Quæ etiam verificarentur si parallelogramma, CF, B D, essent in æqualibus basibus, vt per se patet. Quod, &c.

Cor. 1. ant.

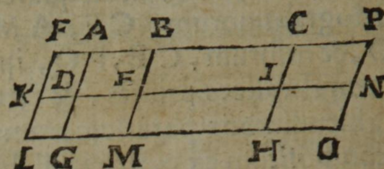
Per ant.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*COROLLARIVM.*

*Ex hac innotescit, si denuò exponatur Schema Corollarij 2. Prop. ant. intelligaturque K N, secare vtcumq. altitudinem ex. gr. parallelogrammorũ*

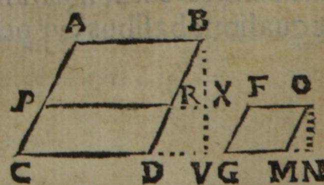



*FM, AM, factũ sub, o.p. K M, M D, ad o.p. M D, esse vt pot. K E, ad pot. E D, hoc est vt factum sub o.p. F E, E A, ad o.p. E A. Vndè permutando, factum sub o p. K M, M D, ad factum sub o p. F E, E A, erit vt o p. M D, ad o. p. D B. Sed hæ ostensæ sunt esse vt altitudines parallelogrammorum, M D,* Per Cor. 2. ant. *D B, seu vt latera, M E, E B, æquè ipsi, K E, inclinata. Ergo & factum sub o. p. K M, M D, ad factum sub o. p. F E, E A, erit vt dictæ altitudines, vel latera, M E, E B. Existentibus tamen eiusdem gradus tam potestatibus parallelogrammorum, K M, K B, interse, vt &, K E, quam potestatibus ipsorum, D M, D B, vt &, D E, inter se, licet hæ essent diuersi gradus à prædictis.*

## PROPOSITIO V.

***Quorumlibet parallelogrammorum o. p. eiusdem gradus, regulis basibus, habent inter se rationem compositam ex ratione altitudinum, vel laterum æqualiter basibus inclinatorum, cum illa sunt æquiangula; & ex ratione potestatum basium, eiusdem gradus cum prædictis potestatibus.***

Sint quæcumq. parallelogrãma, AD, FM, quorũ altitudines, BV, ON, bases verò, ac regulæ, C D, GM. Dico o. p. parallelogrammi, AD, ad, o.p. parallelogrammi, F M, eiusdem




gra-

gradus habere rationem compositam ex ratione altitudinis, B V, ad altitudinem, O N, vel, B D, ad, O M, cum sint æquiangula, & ex ratione potestatis, C D, ad potestatem, G M, eiusdem gradus cum prædictis potestatibus. Hæc autem respondet Prop. 2. Lib. Secundi Geomet. Ind. quæ ad modum ipsius tali ratione probatur. Abscindatur à, B V, versus, V, ipsa, V X, ęqualis ipsi, O N, & per, X, ducatur, X P, parallela, C D, secans, B D, in, R; erit autem D R, æqualis ipsi, O M, si parallelogramma sint æquiangula, quod facilè probari potest. Erit etiam parallelogrammum, P D, in eadem basi cum parallelogrammo, A D, sed in eadem altitudine cum parallelogrammo, F M. Igitur o. p. parallelogrammi, A D, ad o. p. parallelogrammi, F M, habebunt rationem compositam ex ratione o. p. parallelogrammi, A D, ad o. p. eiusdem gradus parallelogrammi, P D, idest ex ea, quam habet, B V, ad V X, vel, O N; Prop. ant. seu ex ea, quam habet, B D, ad, D R, vel, O M, si parallelogramma sint æquiangula, & ex ratione o. p. parallelogrammi, P D, ad o. p. parallelogrammi, F M, Cor. 1. Prop. 3. idest ex ratione potestatis, C D, ad potestatem, G M. Ergo o. p. parallelogrammorum, AD, F M, sunt in ratione composita ex ratione altitudinum, vel laterum æqualiter basibus inclinatorum, cum sunt æquiangula, & ex ratione potestatum basium. Quod, &c.

## PROPOSITIO VI.

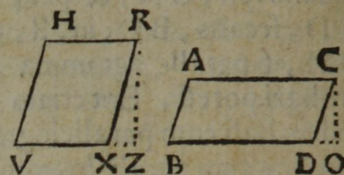
*Parallelogramorum, quorum basium quæqunque potestates eiusdem gradus, altitudinibus iuxta easdem bases assumptas, vel lateribus æqualiter basibus inclinatis, reciprocantur, o. p. eiusdem gradus, regulis eisdem basibus, sunt æquales. Et quorum parallelogrammorum, regulis basibus, o. p. sunt æquales, basium quoque potestates eiusdem gradus cum prædictis*

*alti-*

*altitudinibus, vel lateribus basibus æqualiter inclinatis, reciprocantur.*

RESpondet hæc Prop. 12. eiusdem Libri Sec. Geomet. Ind. sicque iuxta illius normam de quibuscunque potestatibus probatur.

Sint parallelogramma, HX, AD, quorum basium, VX, BD, non solum quadrata (ad quæ sola, figurasque similes, contrahitur dicta Prop.) sed quæcunque potestates eiusdem gradus, altitudinibus, RZ, CO, vel lateribus, RX, CD, æquè basibus inclinatis, reciprocentur. Dico o. p. parallelogrammorum, HX, AD, eiusdem gradus cum prædictis, esse æquales. Nam o. p. ipsius, HX, ad o. p. ipsius, AD, habent rationem compositam ex ratione, RZ, ad, CO, vel, RX, ad, CD, cum parallelogramma sunt æquiangula, & ex ratione potestatis, VX, ad potestatem, BD, eiusdem gradus cum prædictis, hoc est per hypothesim ex ratione, CO, ad, RZ, vel, CD, ad, RX. Duæ autem hæ rationes, nempè, RZ, ad, CO, &, CO, ad, RZ; vel duæ, RX, ad, CD, &, CD, ad, RX, componunt rationem æqualitatis. Ergo o. p. ipsius, HX, erunt æquales o. p. ipsius, AD.




Sint nunc o. p. dictorum parallelogrammorum æquales. Dico basium, VX, BD, potestates eiusdem gradus cum prædictis, ipsis, RZ, CO, vel ipsis, RX, CD, ęquè basibus inclinatis, reciprocari. Etenim o. p. ipsius, HX, ad o. p. ipsius, AD, cum illis adęquentur, sunt vt, RZ, ad, RZ, vel vt, RX, ad, RX. Habet autem, RZ, ad, RZ, de foris sumpta, CO, rationem compositam ex ratione, RZ, ad, CO, & ex ratione, CO, ad, RZ. Ex his ergo componetur quoque ratio o. p. ipsius, HX, ad o. p. ipsius, AD, vel pro, RX, deforis sumpta, CD, eadem componetur ex rationibus, RX, ad, CD, &,



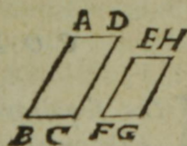
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

CD, ad, RX. Sunt autem o. p. HX, ad o. p. AD, in ratione composita ex ratione, RZ, ad, CO, vel, RX, ad, CD; & ex ratione potestatis, VX, ad potestatem, BD. Ergo eandem rationem componunt rationes, RZ, ad, CO, &, CO, ad, RZ, vel, RX, ad, CD, &, CD, ad, RX, ei quam componunt rationes, RZ, ad, CO, vel, RX, ad, CD, & potestatis, VX, ad potestatem, BD. Ablata ergo hinc inde communi ratione, RZ, ad, CO, remanebit ratio potestatis, VX, ad potestatem, BD, æqualis rationi ipsius, CO, ad, RZ, vel, CD, ad, RX. Igitur basium potestates altitudinibus, vel lateribus æquè basibus inclinatis, reciprocantur. Quæ ostendenda erant. Per ant.

## PROPOSITIO VII.

*Similium parallelogrammorum o. p. quæcunque eiusdem gradus, regulis homologis lateribus, sunt in ratione multiplici rationis laterum homologorum, vt est multiplex vnitatis numerus exponentis potestatis assumptæ, vnitate auctus.*

HÆc pariter correspondet Propositioni 12. eiusdem Lib. Sec. Geomet. Ind. quæ consimili eiusdem methodo sic ostendetur.




Sint similia parallelogramma, AC, EG, quorum latera homologa, itidemque bases, BC, FG, sint regulę. Dico o. p. eorundem esse in multiplici ratione proportionis, BC, FG, vt est multiplex vnitatis numerus exponentis potestatis assumptæ, vnitate auctus. Hoc est ex. gr. dico eorum o. l. esse in ratione duplicata rationis, BC, ad, FG; o. q. esse in triplicata, o. c. in quadruplicata, o. qq. in quintupli-

cata,

cata, o. q c. in sextuplicata ratione eiusdem rationis, B C, ad, F G, & sic deinceps in o. p. eorundem parallelogrammorum. Quoniam enim parallelogramma, A C, E G, sunt similia, ideò erunt æquiangula, & circa æquales angulos habebunt latera proportionalia; ipsa verò, B C, C D; F G, G H, erunt latera æqualiter ad inuicem inclinata, quorum bases, B C, F G, assumuntur tanquam regulæ. Habebunt ergo o. p. ipsius, A C, ad o. p. ipsius,
5. huius. E G, rationem compositam ex ratione, D C, ad, H G, & ex ratione potestatis, B C, ad potestatem, F G, eiusdem gradus cum prædictis, idest ex ratione composita ex tot rationibus ipsius, B C, ad, F G, quot vnitates habet exponens assumptæ potestatis (vnitates enim exponentium singulæ indicant singulas rationes æquales primæ in instituta progressione geometrica) quibus rationibus si addatur ratio ipsius, D C, ad, H G, quæ est æqualis rationi ipsius, B C, ad, F G, hoc est si prædictis rationibus addatur insuper vna ratio ipsius, B C, ad, F G; & si prædicto exponenti potestatis assumptæ, pro addita ratione adiungatur vnitas: erunt o. p. ipsius, A C, ad o. p. ipsius, E G, in ratione composita ex omnibus dictis proportionibus, hoc est ex tot proportionibus ipsius, B C, ad, F G, componetur, quot vnitates habebit dictus exponens vnitate auctus. Ergo similium parallelogrammorum o. p. regulis homologis lateribus, erunt in ratione multiplici rationis laterum homologorum, vt erit multiplex vnitatis numerus exponens assumptę potestatis, vnitate auctus. Quod, &c.

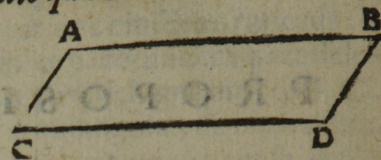
## *COROLLARIVM.*

*Hinc sequitur o. p. AC, EG, esse vt pot. laterum, BC, FG, vno gradu altiores. Vt o. q. AC, EG, erunt vt o. c. BC, FG, o. c. vt o. qq. &c. Nam hæ pot. laterum habent eandem multiplicem rationem supradictæ rationis laterum.*

# PROPOSITIO VIII.

*Cuiuscunque parallelogrammi o. p. regula quocunque latere, ad o. p. eiusdem gradus, regula altero laterum, cum prædicto latere angulum continente, erunt vt potestas primæ regulæ ad potestatem secundæ: existentibus ambabus hisce potestatibus eiusdem gradus, & immediatè inferioris gradu eiusdem parallelogrammi assumptæ potestatis.*

Esto parallelogrammum quodcunque, AD, duæque regulæ, CD, DB. Dico o. p. parallelogrammi, AD, regula, CD, ad o. p. eiusdem parallelogrammi, eiusdemq; gradus, regula, DB, esse vt potestatem ipsius, CD, ad potestatem ipsius, DB, sed his existentibus vno gradu inferioribus assumpta parallelogrammi potestate. Etenim o. p. parallelogrammi, AD, regula, CD, ad o. p. eiusdem, regula, DB, (perinde ac si essent duo parallelogramma in basibus, CD, DB,) habent rationem compositam ex ratione ipsius BD, ad, DC, & ex ratione potestatis, CD, ad potestatem, DB, eiusdem gradus cum prædictis. 5. huius. Sed vt, DB, ad, DC, assumpta tanquam communi basi potestate ipsius, DB, sed vno gradu inferiori, ita est factum sub, DB, & hac potestate, ad factum sub, CD, & eadem ipsius, DB, potestate. Ergo o. p. parallelogrammi, AD, regula, CD, ad o. p. eiusdem, AD, regula, DB, & eiusdem gradus, habent rationem compositam ex ratione potestatis, CD, eiusdem gradus ad factum sub, BD, & potestate, BD, sed vno gradu inferioris, & ex ratione huius facti ad factum sub, CD, & eadem, BD, potestate.




Quapropter o.p. parallelogrammi, A D, regula, C D, ad o. p. eiusdem parallelogrammi, eiusdemque gradus, regula, D B, erunt vt potestas, C D, eiusdem gradus, hoc est vt factum sub, C D, & potestate, C D, vno gradu inferiore, ad factum sub, C D, & potestate ipsius, D B, vno gradu inferioris potest. parallelogrammi. Cum verò horum duorum factorum eadem sit altitudo, nempè, C D, illa erunt vt bases, scilicet vt potestates ipsorum, C D, D B, vno gradu inferiores parallelogrammi potestatibus. Sed vt illa duo facta, ita ostensæ sunt esse o. p. parallelogrammi, AD, regulis, CD, DB. Ergo o. p. parallelogrammi, AD, regula, CD, ad o. p. eiusdem parallelogrammi, eiusdemque gradus, regula, DB, erunt vt potestas ipsius, CD, ad potestatem ipsius, D B, vtrisque tamen vno gradu potestatibus parallelogrammi, A D, inferioribus. Hoc est ex. gr. o. qc. parallelogrammi, A D, regula, C D, ad o. qc. eiusdem, A D, regula, D B, erunt vt qq. ipsius, C D, ad qq. ipsius, DB, & sic in reliquis. Quod, &c. Respondet autem hæc Propositioni 29. Libri Sec. Geomet. Ind. quæ de solis quadratis ibidem enuntiatur.

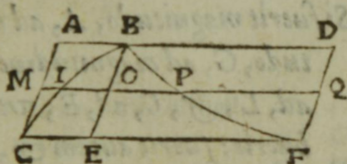
## SCHOLIVM.

*Quoniam verò in Exerc. 1. omnes istæ Propositiones superiorem Propositionem 2. subsequentes prætermissæ fuerunt: ideò ex hic vniuersaliter in o. p. parallelogrammorum demonstratis, intelliget Studiosus illi defectui suppleri. Sub hac enim vniuersali cognitione percipit quoq; hæc singulariter vera esse prò o. q. figurisuè similibus datorum parallelogrammorum, respectu datarum regularum, ad quæ illæ propositiones ibidem tantum extendebantur.*

PRO-

## PROPOSITIO IX.

*Si duo quæcunque parallelogramma fuerint inter se, & cum eisdem duabus quibuscunque inscriptis figuris, in eadem altitudine, regula sumpta linea, cui altitudo perpendicularis est: regulæ verò parallelæ quælibet ductæ in inscriptis figuris, vel earum quæcunque potestates, omnes tamen eiusdem gradus, fuerint binæ semper in eadem ratione. Erunt dictorum parallelogrammorum potestates dictarum figurarum potestatibus proportionales.*




Sint parallelogramma, A E, ED, in eadem inter se, & cum ipsis inscriptis figuris, BCE, BEF, altitudine, regula sumpta, CF. Ipsi verò, CF, parallelæ quæcunque ductæ in figuris, BCE, BEF, vt, IO, OP, sint vt, CE, EF, vel harum quatuor rectarum linearum quæcunque potestates, omnes tamen eiusdem gradus, sint proportionales. Dico o. p. parallelogrammi, A E, ad o. p. figuræ, BCE, fore vt o. p. parallelogrammi, D E, ad o. p. figuræ, B E F. Hoc autem elicitur ex Prop. 3. superiori, per eam enim concluduntur tam o. p. figurarum, B C E, BFE, inter se, quam o. p. parallelogrammorum, AE, ED, inter se esse vt potestates, C E, E F, basium. Ergo illæ erunt inter se proportionales, quapropter permutando, o. p. parallelogrammi, A E, ad o. p. figuræ, B C E, erunt vt o. p. parallelogrammi, D E, ad o. p. figuræ, B F A. Et hæc respondet propositioni 25. Lib. Sec. Geomet. Ind. quæ ponitur in Exerc. 1. Pag. 56. Quod, &c.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## SCHOLIVM.

*QVoniam verò, quando o p. parallelogrammi, AE, & figuræ, BCE, licet eiusdem inter se gradus, sunt tamen diuersi gradus ab o. p. parallelogrammi, DE, & figuræ, BEF, non potest antecedentium inter se, vt nec consequentium, fieri comparatio, propter eorum heterogeneitatem, propterea, vt vniuersaliter pateat dictas o. p. esse proportionales, etiamsi sint diuersi gradus, vt dictum est, ad hoc demonstrandum libuit duas sequentes Propositiones subiungere, cum annexis Corollarijs.*

## PROPOSITIO X.

***Si fuerit magnitudo, A, ad magnitudinem, D, vt magnitudo, G, ad magnitudinem, K; item, B, ad, E, vt, H, ad, L, &, C, ad, F, vt, I, ad, M, &c. quotcunq; libuerit: fuerit autem &, A, ad, B, vt, G, ad, H; B, ad, C, vt, H, ad, I. Erunt omnes, A, B, C, &c. ad omnes, D, E, F, &c. vt omnes, G, H, I, &c. ad omnes, K, L, M, &c.***

CVm enim sit, A, ad, D, vt, G, ad, K; &, A, ad, B, vt, G, ad, H; conuertendo, B, ad, A, erit vt, H, ad, G; ergo ex æquali, B, ad, D, erit, vt, H, ad, K. Ergo, A, B, ad, D, erit vt, G, H, ad, K. Eadem ratione ostendemus, C, ad, D, esse vt, I, ad, K, &, A, B, C, ad, D, esse vt, G, H, I, ad, K. Non dissimiliter probabimus, A, B, C, ad, E, esse vt, G, H, I, ad, L. Item vt, A, B, C, ad, F, ita ostendemus esse, G, H, I, ad, M. Ergo colligendo consequentia, erunt, A, B, C, ad,

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | D | G | K |
| B | E | H | L |
| C | F | I | M |

C, ad, D, E, F, vt, G, H, I, ad, K, L, M. Patet ergo propositum in his quatuor magnitudinum ordinibus, siue tres, siue quatuor, siue quotcunq; termini exponantur, dummodo æquales numero termini in singulis ordinibus, sibi inuicem correspondeant. Hæc quoque demonstrat Torricellius Probl. de Dim. Parabolæ, Lem. 18. & 29.

## *COROLLARIVM.*

*HInc manifestum est, si, A, B, C, sint magnitudines singulæ inter se æquales, vt &, G, H, I, inter se; ideò, A, B, C, ad, D, E, F, esse vt, G, H, I, ad, K, L, M. Tunc enim, A, ad, B, est vt, G, ad, H, &, B, ad, C, vt, H, ad, I, &c. propter eorum æqualitatem.*

## *SCHOLIVM.*

| | |
|---|---|
| *A* | *F* |
| *B* | *G* |
| *C* | *H* |
| *D* | *I* |
| *E* | *K* |

*SEd & hoc verum esse comperitur. Si fuerint quotcunq; magnitudines eiusdem generis, A, B, C, D, E, & tot aliæ, F, G, H, I, K, pariter inter se eiusdem generis, siuè eiusdem siuè diuersi à genere prædictorum; & si vt, A, ad, B, ita fuerit, F, ad, G; & vt, B, ad, C, ita, G, ad, H, & sic deinceps in reliquis. Erunt quotcunq; A, B, C, ad quotcunq; D, E, vt aliæ tot, F, G, H, quot, A, B, C, ipsis, A, B, C, correspondentes, ad tot alias, I, K, ipsis, D, E, correspondentes.*

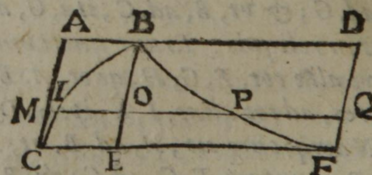
*Namq; cum sit, A, ad, B, vt, F, ad, G, componendo, A, B, ad, B, erunt vt, F, G, ad, G; &, B, ad, C, est vt, G, ad, H, ergo ex æquo, A, B, ad, C, erunt vt, F, G, ad, H, & componendo, A, B, C, ad, C, erunt vt, F, G, H, ad, H. At, C, ad, D, est vt, H, ad, I. Ergo ex æquo, A, B, C, ad, D, erunt vt, F, G, H, ad, I. Et quoniam, D, ad, E, est vt, I, ad, K, ex æquo erunt, A, B, C, ad, E, vt, F, G, H, ad, K. Ergo colligendo consequentia, erunt, A, B, C, ad, D, E, vt, F, G, H, ad, I, K.*

*Cum*

*Cum verò, A, B, C, D, E, ſunt eiuſdem generis cum, F, G, H, I, K, quoniam permutando, A, ad, F, eſt vt, B, ad, G, et, C, ad, H, etc. et vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia, idcirco, A B C, ad, F G H, erunt vt, D, ad, I, hoc eſt vt, D, E, ad, I, K, et ideò permutando, patet per viam ant. Prop. A, B, C, ad, D, E, eſſe vt, F, G, H, ad, I, K: licet hoc quoq; manifeſtum ſit per eandem ſuperiorem demonſtrationem.*

## PROPOSITIO XI.

*Expoſitis adhuc omnibus, quæ ſunt in ſchemate Prop. 9. regula, C F, ſit poteſtas, M O, ad poteſt. O I, eiuſdem gradus, vt poteſt. q o. ad poteſt. o p. eiuſdem inter ſe gradus, ſed à prædictis diuerſi. Dico o. p. AE, ad o. p. figuræ, B C E, eiuſdem gradus cum poteſt. M O, O I, eſſe vt o. p. D E, ad o. p. figuræ, B E F, eiuſdem gradus cum poteſt. q o, o p.*




VT ex.gr.ſit c. MO, ad c. OI, vt q. QO, ad q. OP, & ſic in cæteris ipſi, CF, parallelis. Dico o. c. A E, ad o. c figuræ, B E C, eſſe vt o.q. DE, ad o. q. figuræ, BEF, licet ſint poteſtates diuerſi gradus. Hoc autem patet per Cor. Propoſitionis ant. Habemus enim quatuor ordines magnitudinum, in quibus ſunt termini numero æquales, hoc eſt quot in vno tot in alio ordine, & ſunt æquales magnitudines primi ordinis, nempè o. c. A E, ſinguli inter ſe, vt & tertij ordinis,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

nis, nempè o. q. D E, ſingula inter ſe ſunt æqualia; & quæcunq; magnitudo primi ordinis, vt c. M O, ad ſibi reſpondentem in ſecundo ordine, nempè ad c. O I, eſt vt correſpondens in tertio ordine, ſcilicet vt q. Q O, ad ſibi reſpondentem in quarto ordine, nempè ad q. O P. Ergo o. c. AE, ad o. c. figuræ, BEC, erunt vt o.q. DE, ad o.q. figuræ, BEF. Quod, &c.

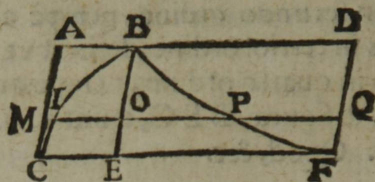
## *COROLLARIVM I.*

*Ex hac intelligitur, expoſito quocumque parallelogrammo, cum illi inſcripta figura, vt in eodem ſuperiori Schemate parallelogrammo, A E, cum figura, B I C E, ſumptaque regula baſi, C E, facta ſub o. p. parallelogrammi, A E, ad inſtar altitudinis, & ſub alijs quibuſcunque o. p. eiuſdem parallelogrammi, A E, tanquam baſi, necnon ſub eiuſdem o. p. A E, vt communi altitudine, & ſub o. p. figuræ, B I C E, vt alia baſi, eiuſdem tamen gradus cum poteſt. A E, tanquam altera baſi, eſſe vt o. p. A E, & inſcriptæ figuræ, B I C E, prædicti gradus. Vt ex. gr. ſi ſumamus o. q. A E, tanquam communem altitudinem, & concipiamus duo facta, vnum nempè ſub o. q. A E, & ſub o. qc. eiuſdem, A E, vt baſi; aliud verò ſub eiſdem o. q. A E, & ſub o. qc. figuræ, B I C E; erit primum factum ad ſecundum, vt o. qc. A E, ad o. qc. figuræ, B I C E. Hoc enim deducitur ex eodem Cor. Prop. ant.*

## *COROLLARIVM II.*

*Patet inſuper eadem verificari, etiamſi baſis datæ figuræ non æquaretur ipſi, C E, (tunc autem non eſſet inſcripta) currit enim in hoc quoque caſu ratio eiuſdem Corollarij.*

CO-




## COROLLARIVM III.

*Similiter si prò communi altitudine sumerentur non o. p. parallelogrammi, A E, sed alterius cuiuscunque parallelogrammi in eadem cum, A E, altitudine constituti, vt o. p. ipsius, E D, pateret ob eandem rationem factum ex gr. sub communi altitudine o q. parallelogrammi, E D, & sub basi o. qc parallelogrammi, A E, ad factum sub eadem altitudine, & sub o. qc. datæ figuræ, esse vt o. qc. parallelogrammi, A E, ad o. qc. datæ figuræ.*

## COROLLARIVM IV.

*Ac denique si fieret collatio eiusdem parallelogrammi, vt, A E, cum duabus quibuscunque figuris, vt, B C E, B F E, cum ipso æqueàltis, constaret eadem ratione hæc duo facta, nempè sub altitudine ex gr o. q parallelogrammi, A E, basibus verò o qc figurarum, BCE, BFE esse vt o. qc earundem figurarum. Namque factum sub o q A E, & o qc B C E, ad factum sub o q A E, & sub o. qc. eiusdem, A E, est vt o. qc. figuræ, B C E, ad o. qc A E. per dicta in Cor. 1. & 2. superiori. Sed factum sub o. q. A E & sub o qc. A E, ad factum sub o q A E, & sub o. qc figuræ, B F E, est vt o. qc. A E, ad o. qc. figuræ, B F E, per eadem Corollaria.*

Ergo

*Ergo ex æquo factum sub o. q. A E, & sub o qc. figuræ, B C E, ad factum sub o. q. A E, & sub o. qc. figuræ, B F E, erit vt o. qc. figuræ, B C E, ad o. qc. figuræ, B F E, & sic in cæteris pot. Hæc eadem verò, sed tantum circa rectangula, attinguntur quoque Lib. Septimo Geomet. Ind. ad Prop. 13. & in eiusdem Corollarijs.*

## PROPOSITIO XII.

*Quæcunque sectio fit in proposita quacunque recta linea, eiusdemque potestatibus quibuscunque; eadem subintelligitur fieri in o. l. earumque potestatibus eiusdem gradus, cuiuscunq. oblatæ plane figuræ.*

VT ex. gr. ficuti in Prop. 23. Lib. Sec. Geo. Ind. quæ habetur in Exer. 1. Pag. 46. & cuius Schema denuò hic apponimus, dum probatum præsupponebatur Secundo Elem. secta linea, vt, B D, in puncto, F, q. B D, æquari quadratis, B F, F D, & duobus rectangulis, seu factis, sub, BF, FD, hoc ipsum extendimus ibidem ad figuram, ABIDA, dicentes in eiusdem Corollarij Sec. 4. o. q. figuræ, ABIDA, per vnicam lineam, AFI, diuisæ, æquari o. q. figurarum, A B I, A I D, & duobus rectangulis, seu factis sub dictis figuris, ABI, AID: ita si sciamus ex. gr. in quę frusta diuidatur, seu resoluatur qq. ipsius, BD, sectæ vtcumq. in, F, intelligemus in talia quoq. frusta diuidi posse, seu resolui per lineam, A F I, o. qq. figuræ, A B C D A, regula, B D, & sic in reliquis potestatibus quibuscunque. Quod, &c.






Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO XIII.

*Si recta linea in vno puncto vtcumque secta sit, q. totius æquatur quadratis partium, ac duobus factis sub partibus.*

HOc ostenditur ab Euclide Libro Secundo Elem. Prop. 4.

## PROPOSITIO XIV.

*Si recta linea in vno puncto vtcunque secta sit, c. totius æquatur cubis partium, ac tribus factis sub qualibet partium, & q. reliquæ. Vel æquatur cubis partium, & tribus factis sub tota, & ducto partium inter se.*

HÆc à me demonstratur Lib. Sec. meæ Geomet. Prop. 38. quæ inde petatur.

## PROPOSITIO XV.

*Si recta linea in vno puncto vtcumque secta sit, qq. totius æquatur qq. partium, vna cum 6. factis sub q partium, & 4. factis sub singulis partibus, ac c. reliquæ partis.*

HAnc & ipse methodo Euclidiana sic ostendo. Sit recta, A C, diuisa vtcumq. in, B, Dico qq.ipsius, A C,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

A B C

A C, æquari qq. A B, &, B C, vna cum 6. factis ſub q. A B, & q. B C, ac 4. factis ſub, C B, & c. B A, ac 4. factis ſub, A B, & c. B C. Namque qq. A C, hoc eſt factum ſub, A C, & c. A C, (quia exponentes lineæ, A C, & c. A C, ſunt 1. & 3. qui ſimul iuncti faciunt 4. exponentem qq. qua ratione intelligemus aliquando commu- 2. huius.
tari poteſtates) æquatur factis ſub partibus, A B, B C, & eodem c. A C. Cum verò c. A C, ſecetur in c. A B, c. B Per ant.
C, ter factum ſub, A B, & q. B C, ac ter factum ſub, C B, & q. B A; ideò factum ſub, A B, quantitate indiuiſa, & ſub c. A C, quantitate diuiſa, æquabitur facto ſub, A 2. huius.
B, & ſingulis partibus diuiſæ. Hoc eſt factum ſub, A B, & c. A C, æquabitur facto ſub, A B, & c. A B, nempè q q. A B, item ter facto ſub, A B, & ducto ipſius, A B, in q. B C, hoc eſt ter facto ſub q. A B, & q. B C; inſuper ter facto ſub, A B, & ducto q. A B, in, B C, ſcilicet ter facto ſub, C B, & c. B A, & ſemel ſub, A B, & c. B C. Similiter factum ſub, B C, & c. A C, æquabitur facto ſub, B 2. huius.
C, & c. D C, ideſt qq. B C, item ter facto ſub, B C, & ducto ipſius, B C, in q. B A, hoc eſt ter facto ſub q. A B, & q. B C; inſuper ter facto ſub, B C, & ducto q. B C, in, B A, hoc eſt ter facto ſub, A B, & c. B C, & ſemel ſub, B C, & c. B A. Hæc verò omnia ſimul iuncta faciunt qq. A B, qq. B C, 6. facta ſub q. A B, & q. C B, 4. facta ſub, C B, & c. B A, ac 4. facta ſub, A B, & c. B C, quibus æquatur qq. A C. Quod, &c.

## *SCHOLIVM.*

*CVm ad ea, quæ mihi demonſtranda propoſueram non eſſet neceſſe procedere vltra qq. propterea quæ in reliquis poteſt. oſtendi poterant prætermiſi. Verum tamen eſt quod ſi quis voluerit per hanc viam Euclidianam procedere, difficiliorem ſemper eam offendet in altioribus pot. propter factorum varietatem, ac multiplicitatem occurrentem. Facilius autem hoc obtinebit per multiplicationes Algebraicis*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*familiares, quas exhibet sequens Tabella. In ea autem per, a. b. intelligimus partes datæ lineæ: nempe per a. partem, A B, & per b. partem, B C; quas multiplicamus in seipsas, & adinuicem, sicuti & hinc facta iterum per a. b. multiplicari supponimus; & sic deinceps in infinitum; in qua pariter trium præcedentium Propositionum veritas apparet.*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| l | a + b<br>a + b | | | | | | |
| | aq + a<br>a | in b<br>in b | + bq | | | | |
| q | aq + a2<br>a + b | in b | + bq | | | | |
| | ac + aq2<br>aq | in b<br>in b | + a<br>+ a2 | in bq<br>in bq | + bc | | |
| c | ac + aq3<br>a + b | in b | + a3 | in bq | + bc | | |
| | aqq + ac3<br>ac | in b<br>in b | + aq3<br>+ aq3 | in bq<br>in bq | + a<br>+ a3 | in bc<br>in bc | + bqq |
| qq | aqq + ac4 | in b | + aq6 | in bq | + a4 | in bc | + bqq |

Et sic infinitum.

## PROPOSITIO XVI.

*Si recta linea bifariam, & non bifariam secta fuerit, quadrata inæqualium partium æquantur 2. q. dimidiæ, & 2. q. sectionibus intermediæ.*

HAEc ostenditur Libro Secundo Element. Propositione 9.

PRO-

# PROPOSITIO XVII.

*Si recta linea bifariam, & non bifariam secta fuerit, Cubi inæqualium partium æquantur 2. c. dimidiæ lineæ, & 6. factis sub ipsamet dimidia, & sub q. sectionibus interiectæ.*

A D B C

HAnc etiam more Euclidiano sic demonstro. Sit recta, A C, diuisa bifariam in, D, & non bifariam in, B. Dico c. A B, cum c. B C, æquari 2. c. A D, & 6. factis sub, A D, & q. D B. Etenim c. A B, æquatur c. A D, c. D B, & 3. factis sub, A D, & q. D B, vna cum 3. sub, BD, & q. D A. Sed 3. facta sub, A D, vel, C D, & q. D B, æquantur 3. factis sub, C B, & q. B D, & 3. c. B D. Similiter 3. facta sub, B D, & q. D A, vel q. D C, æquantur 3. factis sub, B D, & q. D B, idest 3. c. D B; item 3. factis sub, D B, & q. B C, & 3. sub, D B, & 2. rectangulis, D B C, idest, 6. sub, D B, & rectangulo, D B C, nempè 6. sub, C B, & q. B D. Vnde colligendo partes c. A B, inueniemus ipsum æquari 9. factis sub, C B, & q. B D, 3. sub, D B, & q. B C, 7. c. D B, & vni c. A D. Simul autem iungendo vnum c. D B, cum c. B C, in principio habito, cum 3. factis sub, D B, & q. B C, & cum 3. factis sub, C B, & q. B D, fit c. D C, vel c. D A, & remanent 6. c. D B, & 6. facta sub, C B, & q. B D, quæ componunt 6. facta sub, C D, vel, A D, & q. D B, & prius habebamus c. A D. Ergo c. A B, cum c. B C, æquatur, 2. c, AD, cum 6. factis sub, AD, & q. DB. quod, &c.

14. huius
2. huius.
2. huius.
14. huius
2. huius.

PRO-

## PROPOSITIO XVIII.

*Si recta linea bifariam, & non bifariam secta fuerit qq. inæqualium partium æquantur 2. qq. dimidiæ, 2. qq. sectionibus interiectæ, & 12. factis sub q. dimidiæ, & sub q. eiusdem sectionibus interiectæ.*

A D B C

SIt pariter recta, A C, bifariam secta in, D, & non bifariam in, B. Dico qq. A B, cum q q. B C, æquari 2. qq. A D, 2. qq. D B, & 12. factis sub q. A D, & sub q. D B. Namque qq. A B, æquatur qq. A
15.huius D, qq. D B, 6. factis sub q. A D, & q. D B, 4. factis sub, A D, & c. D B, vna cum 4. factis sub B D, & c. D A. Seruentur ex his qq. A D, & qq. D B, ac reliqua examinentur. Sunt ergo 6. facta sub q. A D, hoc est sub q. D C, &
2. huius. sub q. D B, æqualia 6. factis sub q. D B, & sub eodem q.
13.huius D B, hoc est 6. qq. D B; item 6. factis sub q. DB, & q.BC, & 6. factis sub q. D B, & sub 2. rectangulis, D B C, nempè 12. factis sub q. D B, & rectangulo, D B C, ideſt 12.factis
2. huius. sub, C B, & c. D B. Et 4. facta sub, AD, vel, CD, & c.DB, æquantur 4. factis sub, C B, & c. B D, & 4. factis sub, D
2. huius. B, & c. D B, hoc est 4. qq. D B. Insuper 4. facta sub, BD,
14.huius & c. D A, vel c. D C, æquantur 4. factis sub, B D, & c. D B, hoc est 4. qq. DB, & 4. factis sub, B D, & c. B C; item 4. factis sub, D B, & ducto ipsius, D B, in 3. q. B C, scilicet 12. factis sub q. D B, & q. B C, & 4. factis sub, B D, & ducto 3. q. D B, in, B C, ideſt 12. factis sub, C B, & sub c.B D. Collectis ergo partibus qq. A B, & seiunctis, quæ sunt eiusdem generis, inueniemus ipsum resolui in seruatum qq. A D, in 15. qq. D B, in 18. facta sub q. D B, & q. BC, in 4. facta sub, D B, & c. B C, ac in 28. facta sub, C B,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

in c. BD, quibus iungendum est vnum qq. BC. Nunc ergo secernamus vnum qq. AD, seruatum, ac 2. qq. DB. Cum verò hæc sint 15. remanebunt 13. qq. DB. Videamus ergo qualiter ex residuis componantur vnum qq. AD, & 12. facta sub q. AD, & q. DB. Iungatur qq. BC, cum vno qq. BD, cum 6. factis sub q. CB, & q. BD, cum 4. factis sub, CB, & sub c. BD, & cum 4. factis sub, DB, 15. huius & sub c. BC, quæ componunt qq. CD, vel, DA; & remanebunt adhuc 24. facta sub, CB, & sub c. BD, 12. facta sub q. CB, & q. BD, cum 12. qq. DB. Sed 12. facta sub q. DB, & q. BC, 24. facta sub, CB, & c. BD, idest 24. facta sub q. DB, & sub rectangulo, DBC, idest 12. facta sub q. DB, & 2. rectangulis, DBC, cum 12. factis sub eodem q. DB, & q. DB, scilicet cum 12. qq. DB, constituunt 12. facta sub q. DB, & sub q. DC, vel sub q. DA. 2. & 13. huius. Ergo qq. AB, cum qq. BC, æquatur 2. qq. AD, 2. qq. DB, & 12. factis sub q. AD, & sub q. DB. Quod, &c.

## COROLLARIVM.

*Has autem æquationes transferri quoque posse ad q. q figuræ cuiuscunque, iuxta datam regulam, in qua o. l. bifariam, & non bifariam secta sint, vt & eas, quæ in proximis 4. Propositionibus consideratæ fuerunt, ad similes figuræ datæ potestates pariter extendi, patet per Propos. 12 superiorem.*

## SCHOLIVM.

*Cvm verò propter demonstranda mihi non opus esset procedere vltra qq. vt superius dixi propterea in his quoque Prop. constiti in ipsis qq. Verum si quis vlterius procedere velit, id ei licebit facilius per multiplicationem consuetam in Algebra vt supra quoque innuebatur, & vt amplius patebit inferius.*

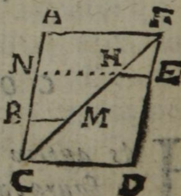
PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO XIX.

*Si in quocunque parallelogrammo ducatur diameter; basisque sumatur prò regula: omnes lineæ parallelogrammi duplæ erunt omnium linearum cuiusuis factorum triangulorum.*

PAtet hæc per dicta in Prop. 19. Lib. Sec. Geom. Ind. quæ habetur in Exerc. 1. Pag. 35. Cum enim ibi ostēdatur circa illius Schema (quod hic denuò exhibetur) o. l. triangulorum, A C F, F C D, regula, C D, inter se adæquari, ideo, componendo, o. l. vtriusque trianguli, hoc est o. l. parallelogrammi, A D, duplæ erunt o. l. cuiusuis triangulorum, ACF, F C D. Quod, &c.




## PROPOSITIO XX.

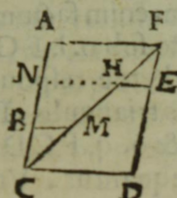
*In eodem Schemate, regula eadem: omnia quadrata parallelogrammi, A D, tripla erunt omnium quadratorum cuiusuis dictorum triangulorum, A C F, F C D.*

HAEc ostenditur in Prp. 24. Lib. Sec. Geomet. Ind. quæ habetur in Exerc. 1. Pag. 50.

PRO-

# PROPOSITIO XXI.

*In eodem Schemate, regula eadem: omnes cubi parallelogrammi, A D, quadrupli erunt omnium cuborum cuiusuis dictorum triangulorum, A C F, F C D.*




ETenim o. c. parallelogrammi, A D, æquantur o. c. triangulorum, A C F, F C D, & 3. factis sub, o. l. trianguli, A C F, & sub o. q. trianguli, F C D, vna cum 3. factis sub o. l. trianguli, F D C, & sub o. q. trianguli, F C D, vna cum 3. factis sub o. l. trianguli, F D C, & sub o. q. trianguli, A C F. Sunt autem o. c. A D, hoc est factum sub o. l. A D, & sub o. q. A D, ad factum sub ijsdem o. l. A D, & sub o. q. trianguli, F D C, vt o. q. parallelogrammi, A D, ad o. q. trianguli, F D C (quia communis est altitudo, nempè o. l. A D,) hoc est in ratione tripla. o. c. ergo, A D, tripli erunt facti sub o. l. A D, & sub o. q. F D C, trianguli: & hoc æquatur facto sub o. l. trianguli, F A C, & sub o. q. trianguli, F D C, vna cum facto sub o. l. trianguli, F D C, & sub o. q. eiusdem trianguli, F D C, hoc est vna cum o. c. trianguli, F D C. Ergo o. c. A D, tripli erunt o. c. trianguli, F D C, & facti sub o. l. trianguli, A C F, & sub o. q. trianguli, F D C. Quapropter resoluendo o.c. A D, in suas partes; erunt o. c. A C F, o. c. F C D, 3. facta sub o. l. trianguli, A C F, & sub o. q. F C D, vna cum 3. factis sub o. l. trianguli, F D C, & sub o. q. trianguli, A C F, tripli o. c. F C D, simul cum facto sub o. l. trianguli, A C F, & sub o. q. trianguli, F D C. Sed & 3. facta sub o. l. trianguli, A C F, & sub o. q. trianguli, F C D, sunt tripla vnius istorum factorum. Ergo & reliquum reliqui triplum erit. Nempè o. c.

14. huius Cor. 18. huius.

Cor. 1. 11. huius

2. huius.

14. huius & Cor. 18. huius



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ACF, o. c. FCD, & 3. facta sub o. l. trianguli FCD, & sub o. q. trianguli, FAC, simul, tripli erunt o. c. trianguli, FCD. Sunt verò o. c. trianguli, ACF, cum o. c. trianguli, FCD, dupli o. c. trianguli, FCD, ergo residuum, scilicet 3. facta sub o. l. trianguli, FCD, & sub o. q. trianguli, ACF, æqualia erunt o. c. trianguli, FCD. Quapropter 3. facta sub o. l. trianguli, FAC, & sub o. q. trianguli, FCD, vna cum 3. factis sub o. l. trianguli, FCD, & sub o. q. trianguli, FAC, & cum o. c. triangulorum, FAC, FDC, hoc est o. c. parallelogrammi, AD, quadrupli erunt o. c. trianguli, FCD, vel trianguli, FAC. Cum enim factum sub o. l. ACF, & o. q. FCD, æquetur facto sub o. l. FCD, & o. q. ACF, propter æqualitatem coalternè respondentium linearum, & quadratorum in ipsis triangulis, FAC, FCD, ideo 3. facta sub, o. l. ACF, & o. q. FCD, 3. factis sub o. l. FCD, & o. q. FAC, adæquantur. Vnde patet, &c. Quod, &c.

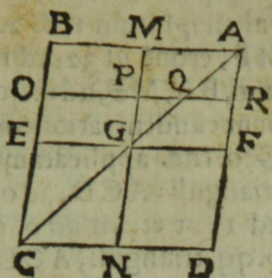
24. huius & Cor. 18. huius

## PROPOSITIO XXII.

*Similiter in quocunque parallelogrammo ducta diametro, ac regula basi: omnia quadratoquadrata parallelogrammi quintupla sunt omnium quadratoquadratorum cuiusuis triangulorum per ipsam diametrum constitutorum.*

SIt parallelogrammum, BD, in eoque ducta diameter, AC, & regula, CD. Dico o. qq. BD, esse quintupla o. qq. trianguli, ACD, vel, ABC. In hac autem methodum sequar Propositionis 24. Lib. Sec. Geom. Ind. quæ est in Exerc. 1. Pag. 50. Quoniam verò illa vtitur Prop. 22. eiusdem, ideò, & in hac eandem Prop. 22. adhibebimus, sed quatenus illa quoque de o. p. verificatur, & subinde de o. qq. Hoc enim facilè ostendetur, si in eadem

Prop.




Prop. 22. quæ habetur in Exerc. 1. pag. 40. vbicunq; assumuntur o. q. substituantur o. p. & vniuersaliter pateſiat in illus Schemate excessum o. p. figuræ circumscriptæ triangulo, O E S, super o. p. inscriptæ, æquari o. p. (subintellige o. p. eiusdem gradus cum tota hac Prop.) parallelogrammi D S, regula, E S. Namq; o. p. L P, vel, G Q, cum excessu o. p. G Q, super o. p. G Q, faciunt o. p. G Q, vel, I R: & hæc cum excessu o. p. F R, super easdem, faciunt o. p. F R, vel, H S: ac deniq; o. p. H S, cum excessu o. p. D S, super o. p. H S, faciunt o. p. D S. Cætera verò omnia pendent ex superioribus Prop. quas facilè in dicta demonstratione, o. p. applicata, studiosus animaduertet. Cor. 1. 3. huius.

Hoc supposito vt ad hanc demonstrandam procedamus bifariam secabimus diametrum, A C, in, G, & per, G, ducemus ipsis, C D, D A, parallelas, E F, quidem ipsi, C D, &, M N, ipsi, A D, & aliam quamcunq; O R, eidem C D, æquidistantem, secantemq; MN, AC, in punctis, P, Q. Erit ergo, OR, bifariam secta in, P, & non bifariam in, Q: & eadem ratione o. l. parallelogrammi, BD, erunt bifariam sectæ per lineam, M N, & non bifariam per, A C. Quapropter o. qq. triangulorum, A B C, ADC, æquabuntur o. qq. BN, & triangulorum, AMG, 18. huius. GNC, bis vna cum 12. factis sub o. q. B N, & sub o. q. cũ Cor. triangulorum, A M G, G C N: vnde dimidium dimidio æquabitur, hoc est o. qq. trianguli, ADC, tantum, æquabuntur o. qq. BN, & triangulorum, AMG, GNC, semel tantum, vna cum 6. factis sub o. q. B N, & sub o. q. eorundem triangulorum, A M G, G N C. Quoniam verò parallelogramma, B D, M F, sunt similia, ideò o. qq. BD, ad o. qq. M F, habebunt rationem multiplicem rationis 7. huius laterum homologorum, C D, G F, (quæ est vt 2. ad 1.) vt est multiplex vnitatis, numerus exponentis qq. qui & 4. vnitate auctus, nempè 5. Si ergo fiat vt 1. ad 2. ita 2.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ad 4. 4. ad 8. 8. ad 16. & 16. ad 32. quintam proportionalem ipsorum 1. & 2. conuertendo, o. qq. BD, ad o. qq. MF, erunt vt 32. ad 1. Et quia o. qq. parallelogrammorum, BA, MF, ad o. qq. triangulorum, ACD, AGF, habent eandem rationem, per ſuppoſitam Prop. 22. Lib. Sec. Geo. Ind. applicatam o. p. ideò permutando, & o. qq. trianguli, ACD, ad o. qq. trianguli, AGF, erunt vt 32. ad 1; vt etiam ad o. qq. trianguli, AMG: vnde eadem o. qq. trianguli, ACD, ad o. qq. triangulorum, AMG, GCN, erunt vt 32. ad 2. ſeu vt 16. ad 1.

Verum o. qq. ACD, æquantur o. qq. BN, & o. qq. triangulorum, AMG, GNC, vna cum 6. factis ſub o. q. BN, & ſub o. q. eorundem triangulorum, AMG, GNC, vt probatum eſt: ergo hæc ad o. qq. triangulorum, AMG, GCN, erunt vt 16. ad 1. Et diuidendo, o. qq. BN, vna cum 6. factis ſub o. q. BN, & ſub o. q. AMG, GNC, ad o. qq. AMG, GCN, erunt vt 15. ad 1. Eſt verò factum
Cor. 1. 11. huius. ſub o. q. BN, & ſub o. q. BD, ad factum ſub o. q. BN, & ſub eiſdem o. q. BN, hoc eſt ad o. qq. BN, vt o. q. BD, ad o. q. BN, ideſt vt q. DC, ad q. CN, nempè vt 4. ad 1: & factum ſub o. q. BN, & ſub o. q. BN, ad 6. facta ſub
Cor. 1. 11. huius. o. q. BN, & ſub o. q. AMG, GCN, eſt vt o. q. BN, ad ſexcuplum o. q. AMG, GCN, hoc eſt vt 1. ad 2, quod
20. huius ſic probatur. Nam o. q. BG, tripla ſunt o. q. trianguli, AMG, & o. q. EN, tripla o. q. GCN, vnde o. q. BN, tripla ſunt o. q. AMG, GNC, ergo ad horum ſexcuplum erunt vt 3. ad 6. hoc eſt vt 1. ad 2. Et quia probatum eſt factum ſub o. q. BN, & ſub o. q. BD, ad factum ſub o. q. BN, & ſub o. q. BN, quod eſt o. qq. BN, eſſe vt 4. ad 1. Ergo ex æquali factum ſub o. q. BN, & ſub o. q. BD, ad 6. facta ſub o. q. BN, & ſub o. q. AMG, GNC, erit vt 4. ad 2. Colligendo igitur conſequentia, factum ſub o. q. BN, & ſub o. q. BD, ad factum ſub o. q. BN, & ſub o. q. BN, vna cum 6. factis ſub o. q. BN, & ſub o. q. AMG, GCN, erit vt 4. ad 3. ſeu vt 20. ad 15. Sed & ſupra oſtenſum eſt idem factum ſub o. q. BN, & o. q. BN, ideſt o. qq. BN, cum 6. factis ſub o. q. BN, & ſub o. q. AMG, GCN, ad o. qq. AMG, GCN, eſſe vt 15. ad 1. Ergo denuò colligen-

ligendo hæc consequentia, factum sub o. q. BN, & sub o. q. BD, ad o. qq. BN, ad o. qq. AMG, GCN, & ad 6. facta sub o. q. BN, & sub o. q. AMG, GCN, idest ad o. qq. trianguli, ACD, quæ ex dictis consequentibus componuntur, vt superius probatum est, erit vt 20. ad 16.

Deniq; cum q. DC, sit quadruplum q. CN, etiam o. q. BD, quadrupla erunt o. q. BN. Vt verò o. q. BD, ad o. q. BN, ita (sumptis velut communi altitudine o. q. BD,) factum sub o. q. BD, & o. q. BD, ad factum sub o. q. BD, & sub o. q. BN. Ergo factum sub o. q. BD, & o. q. BD, hoc est o. qq. BD, erit ad factum sub o. q. BD, & o. q. BN, vt 80. ad 20. Factum verò sub o. q. BD, & sub o. q. BN, ad o. qq. trianguli, ACD, ostensum esse vt 20. ad 16. Ergo o. qq. BD, ad o. qq. trianguli, ACD, vel, ABC, erunt vt 80. ad 16. hoc est vt 5. ad 1. nempè quintupla. Quod ostendendum erat.

Cor. 1. 3. huius.
Cor. 1. 11. huius.

## COROLLARIVM I.

*Ex dictis in principio superioris demonstrationis circa Prop. 22. Lib. Sec. Geo. Ind. o. p. applicatam, patet quorumcunq; parallelogrammorum o. p. ad o. p. triangulorum quæ à diametris constituuntur, eiusdem tamen gradus, esse in eadem ratione. Et consequenter patet illas esse in eadem ratione ad o. p. eiusdem gradus quorumcunq; triangulorum in eadem, vel æqualibus basibus, & altitudine cum illis existentium, regulis basibus. Nam sub duobus cuiuscunq; trianguli lateribus, potest compleri parallelogrammum, vt data triangula sint constituta à diametro. Quapropter o. p. datorum triangulorum se habebunt inter se, vt o. p. circumscriptorum parallelogrammorum, & subinde vt o. p. quorumcunq; parallelogrammorum in ijsdem, vel æqualibus basibus, eademq; altitudine existentium.*

## COROLLARIVM II.

1. *Insuper ex præcedenti Corollario intelligimus quæcunq. circa o. p parallelogrammorum ostensa sunt, eadem*

*quo-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*quoque verificari circa o. p. triangulorum cum illis in æquali altitudine existentium, regulis ijsdem.*

*2. Igitur in illis o. p. regulis basibus, erunt vt potest. basium, eiusdem gradus. Immo & facta sub o. p. datorum, æquèaltorum triangulorum, erunt inter se vt facta sub potest. basium, vt in Cor. 1. & 2. Prop. 3. dicebatur de o. p. parallelogrammorum.*

*3. Similiter eadem, vel æqualibus basibus, & regulis existentium triangulorum o p. eiusdem gradus erunt vt altitudines, vel vt latera æqualiter basibus inclinata, si talia sint. Immò, & facta sub o. p. triangulorum in eadem, vel æqualibus basibus existentium, regula basi, vel basibus, erunt vt altitudines, seu vt dicta latera, &c. Vt in Cor. Prop. 4. dicebatur circa parallelogramma.*

*4. Quorumlibet quoque triangulorum, regulis basibus, o. p. eiusdem gradus habebunt inter se rationem compositam ex ratione altitudinum, vel laterum æqualiter basibus inclinatorum, & ex ratione potest. basium, eiusdem gradus cum prædictis.*

*5. Triangulorum, regulis basibus, quorum ipsarum basium potest. eiusdem gradus, altitudinibus, vel lateribus æqualiter basibus inclinatis, reciprocantur o. p eiusdem gradus, erunt æquales. Et quorum o. p. erunt æquales, basium quoq. potest. eiusdem gradus cum prædictis altitudinibus, vel lateribus æquè basibus inclinatis, reciprocabuntur.*

*6. Similium triangulorum o. p. regulis homologis lateribus, erunt in ratione multiplici rationis laterum homologorum, vt erit vnitatis multiplex, numerus exponentis potest. assumptæ, vnitate auctus.*

*7. Cuiuscunque trianguli o. p. regula quocunque latere, ad o. p eiusdem, ciusdemque gradus, regula altero reliquorum laterum, erunt vt potest. 1. regulæ ad potest. Secundæ Existentibus ambabus hisce potest. eiusdem gradus inter se, at immediatè inferioris gradu assumptæ in triangulo potestatis.*

PRO-

## PROPOSITIO XXIII.

*In quocunque parallelogrammo, vt, BD, regula basi, CD, si agatur ipsi, CD, quæcunque parallela, EF, & ducatur diameter, AC, quam illa secet in, G; erit vt, DA, ad, AF, ita, CD, vel, EF, ad, FG. Dicatur autem, AC, diagonalis prima. Rursus vt q. DA, ad q. AF, ita fiat, EF, ad, FH, & ita vbique fieri intelligitur in parallelis ipsi, CD, ita vt omnes homologæ ipsi, HF, terminentur ad curuam, AHC. Pariter vt c. DA, ad c. AF, ita quoque fiat, EF, ad, IF, & sic in cæteris, descripta curua CIA. Et vt qq. AD, ad qq. AF, ita sit, EF, ad, FL, & sic in cæteris, descripta curua, CLA. Quod & in reliquis potest. fieri supponi potest. Dicatur autem, CHA, diagonalis 2. CIA, diagonalis 3. CLA, diagonalis 4. &c. Similiter triangulum, AGCD, vocetur 1. spatium diagonalium parallelogrammi, BD, trilineum, AHCD, 2. spatium, AICD, tertium, ALCD, 4. &c. Dico ergo parallelogrammum, BD, duplum esse primi spatij, triplum secundi, quadruplum 3. quintuplum quarti, &c.*




Quod enim parallelogrammum, BD, duplum sit 1. spatij, ACD, patet quia per Prop. 19. o. l. BD,

duplæ

duplæ ſunt o. l. A C D, & ideò per Prop. 3. Lib. Secun. Geom. Ind. B D, duplum eſt ſpatij, ACD.

Quod verò, B D, ſit triplum ſecundi ſpatij, A L C D, probatur, quia vt q. D A, ad q. A F, ſiue vt q. E F, ad q. F G, ita eſt, E F, ad F H, & ſic in cæteris, ergo vt o. 
11.huius q. B D, ad o. q. trianguli, A C D, ita erunt o. l. B D, ad o. l. ſpatij, A H C D, & ſubinde ita, B D, ad, A H C D, o. q. verò, B D, tripla ſunt o. q. trianguli, A C D, ergo &, B D, ſpatij, A H C D, triplum erit.

Eadem ratione oſtendemus o. l. B D, ad o. l. tertij ſpatij, A I C D, eſſe vt o. c. B D, ad o. c. trianguli, A C D; ideſt 
21.huius ipſum, B D, ſpatij, A I C D, quadruplum eſſe.

Similiter probabimus o. l. B D, ad o. l. ſpatij, ALCD, 
22.huius eſſe vt o.qq.BD, ad o.qq. trianguli, A C D; nempe ipſum, B D, ſpatij, ALCD, quintuplum eſſe.

Et ſic ſi probetur o. p. B D, deinceps ſubſequentes o. p. trianguli, A C D, cum illis eiuſdem gradus, eſſe ſextuplas, 
11.huius ſeptuplas, octuplas, &c. eodem modo oſtendetur parallelogrammum, B D, eſſe ſextuplum quinti ſpatij, ſeptuplum ſexti, octuplum ſeptimi, & ſic in infinitum.

## COROLLARIVM.

*Ex his innoteſcit quoque ratio, B D, ad primum ſpatium reſiduum, B C A, ſecundum, B C H. A, tertium, B C I A, quartum, B C L A, &c. erit enim, B D, duplum primi reſidui, ſpatij ſexquialterum ſecundi ſexquitertium tertij ſexquiquartum quarti, &c. Similiter habetur ratio inter hæc reſidua, & ſua ſpatia. Namque primum reſiduum, A B C G A, æquale eſt primo ſpatio, A G C D: ſecundum reſiduum, B C H A, duplum eſt ſecundi ſpatij: tertium tertij triplum: quartum quarti quadruplum, &c. Inter diagonales verò manifeſtum eſt, A C, eſſe rectam lineam, C H A, parabolam cuius vertex, A per conuerſum Corollarij Prop. primæ Libri Quarti Geomet. Ind. Eſt enim ex hypotheſi, C D, ad, H F, vt q. D A, ad, q. A F. Ipſæ deniquè, E F, G F, H F, I F, L F, &c. Sunt continuè proportionales, vt facilè oſtendi poteſt.*

SCHO-

## *SCHOLIVM.*

*HAEc à me præmissa sunt circa linearum, parallelogrammorum, & triangulorum potestates, cum ijs detegendis occasionem attulerit, vt in præfatione dictum est, inquisitio mensuræ fusi parabolici. prò qua mihi erat inuenienda proportio o qq. parallelogrammi dati ad o. qq. alterutrius triangulorum per eiusdem diametrum constitutorum. Licet autem ad hanc inueniendam paucæ ex demonstratis Prop. sufficerent, non tamen cætera, quæ hac occasione inuenta sunt circa dictas potestates, negligenda, vel supprimenda duxi; tum quia scitu digna videntur, & ad alia problemata soluenda fortè non omninò euadent inutilia, tum vt ampliaretur doctrina meæ Geom. Ind eiusdemque methodus illustrior appareret. Inuenta ergo dicta proportione o. qq sequentem Prop. circa mensuram fusi parabolici immediatè libuit demonstrare.*

## PROPOSITIO XXIV.

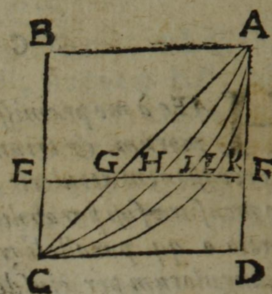
*Si parallelogrammum, & parabola fuerint in eadem basi, & circa eundem axim; conuertantur autem circa basim. Cylindrus genitus ex parallelogrammo ad solidum genitum ex parabola, quod à Keplero dicitur fusus parabolicus, erit vt 15. ad 8.*

EXponatur denuò figura Prop. ant. in qua curua CHA, est linea parabolica, vertice, A, vt dictum est; quapropter, AHCB, erit planum parabolicum, seu semiparabola. Supponatur autem nunc, AB, axis, & conuerti parallelogrammum, BD, cum semiparabola, AHCD, circa semibasim, BC, vt fiant ex, BD, cylindrus,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

& ex, A H C B, ſemifuſus parabolicus. Dico cylindrum ad hunc ſemifuſum, ( vt erit, & cylindrus huius duplus ad integrum fuſum) eſſe vt 15. ad 8. Cæteris enim manentibus vt in ant. Prop. quia, E F, ad, F H, eſt vt q. D A, ad q. A F, hoc eſt vt q. E F, ad q. F G, ergo q. E F, ad q. F H, erit vt qq. E F, ad qq. F G; & ſic oſtendemus eſſe in cęteris quibuſcunq. ipſi CD, tanquam regulę parallelis. Ergo o.q.B D, ad o. q. trilinei, AH




11.huius CD, erunt vt o.qq.trianguli, ACD, hęc verò ſunt in ratio-
22.huius ne quintupla; ergò, & o.q.BD, quintupla erunt o.q.trilinei,
11.huius AHCD. Sunt verò o.q.BD, ideſt factum ſub o.l.BD, & o.l.B
23.huius D, ad factum ſub o. l. B D, & o. l. A H C D, vt, B D, ad, A H C D, nempè tripla, hoc eſt o. q. B D, ad factum ſub. o.
2. huius. l. B D, & ſub o. l. A H C D, erunt vt 15. ad 5. Sed factum ſub, o. l. B D, & ſub o. l. AHCD, æquatur facto ſub o. l. A H C B, A H C D, & o. q. A H C D. Ergo ad hæc o. q. B D, ſunt vt 15. ad 5. Sed o. q. B D, oſtenſa ſunt eſſe quintupla o. q. A H C D, ergo o. q. B D, ad factum ſub o. l. A H C B, A H C D, erunt vt 15. ad 2. & ad duo facta, vt 15. ad 4. Cum verò o. q. B D, ad o. q. A H C D, ſint vt 15. ad
13.huius 3. erunt colligendo, o. q. B D, ad o. q. A H C D, cum 2.
& Cor. factis ſub o. l. A H C B, A H C D, vt 15. ad 7. Ergo o. q. B
18.huius D, ad reſiduum, nempè ad o. q. A H C D, erunt vt 15. ad 8. Ergo & quodcunque ſolidum ſimilare genitum ex, B D, ad ſibi ſimilare genitum ex, A H C B, erit vt 15. ad 8. per Prop. 33. Lib. Sec. Geom. Ind. quæ ponitur in Exerc. prima Pag. *69*. Et ſubindè Cylindrus ex, B D, ad ſemifuſum parabolicum genitum ex ſemiparabola, A H C B, vt & duplum ad duplum, hoc eſt cylindrus genitus ex parallelogrammo parabolæ integræ circumſcripto, qui eſt prædicti duplus, ad fuſum genitum ex ipſa parabola, erit vt 15. ad 8. quod, &c.

*CO-*

## *COROLLARIVM.*

*Constat ex hac demonstratione inuentam proportionem 15. ad 8. nedum esse inter dictum cylindrum, & fusum, sed etiam inter quæcumq; solida inuicem similaria genita ex dicto parallelogrammo, & parabola; & hoc siue, A B, sit axis, siue tantum diameter.*

## *SCHOLIVM.*

*Hoc demonstrato, vt continuetur præfata doctrina, afferentur hic ea, quæ à me inuentis superaddidit prænominatus Io. de Beaugrand, ex quibus Lector intelliget hanc Ind. methodum etiam apud insignes Geometras vsu receptam, & excultam fuisse, qui tali ratione processit, qualis in sequentibus apparet.*

## Primum Lemma Beaugrand.

*Data recta linea bifariam, & non bifariam diuisa, inuenire cui sit æquale aggregatum potestatum eiusdem gradus (quicunq; sit ille) inæqualium partium.*

Sit recta, R V, diuisa bifariam in, S, & non bifariam in, T, oportet inuenire cui sit æquale aggregatum potestatum eiusdem gradus (quicunq, sit ille) partium inæqualium, R T, T V. Ad hoc inquirendum considerabimus, R T, veluti summam, &, T V, veluti differentiam rectarum, R T, T V. Vt autem breuiori via id obtineamus, procedemus per Algebram literalem, partem, R S,

rectæ, R V, vocantes. a. & partem, S V, b. denominantes. Erit ergo, R T, a † b, & , T V, a — b. Volens itaq; inuenire cui æquetur q. R T, adiunctum q. T V, compono facta à binomia radice, a † b, nempè a a † 2 a b † b b; necnon & ab a — b. ſcilicet a a — 2 a b, † b b. Hæc q. ſimul iuncta faciunt 2 a a † 2 b b. Hinc itaq; colligitur q. R T, plus q. T V, æquale eſse 2 q. R S, plus 2 q. T S. Quod eſt illud ipſum, quod Euclides Lib. Sec. demonſtrauit.

Si velim ſcire cui æquetur c. R T, c. T V, aggregatus, ſimiliter effingo c. abs radice a † b, qui erit a a a † 3 a a b, † 3 a b b, † b b b. Vt & abs radice a — b, & c. erit a a a — 3 a a b, † 3 a b b — b b b. Cubis ſimul additis oritur hæc ſumma, 2 a a a, † 6. a b b. Vnde manifeſtum eſt c. R T, additum c. T V, æquari 2. c. R S, plus ſextuplo facti ex, R S, in q. S T. Et ita in quouis poteſtatum gradu progrediendo optatum conſequemur, vt exemplis ſubiectis liquidò apparet.

## *Exemplum primum in Quadratocubis.*

| qcubus abs a † b facit | qcubus abs a — b facit | Summa qcubi ex a † b & qcubi ex a — b |
|---|---|---|
| † $a^{V}$ | † $a^{V}$ | † 2 a |
| † 5 $a^{IV}$ b | — 5 $a^{IV}$ b | |
| † 10 $a^{III}$ $b^{II}$ | † 10 $a^{III}$ $b^{II}$ | † 20 $a^{III}$ $b^{II}$ |
| † 10 $a^{II}$ $b^{III}$ | — 10 $a^{II}$ $b^{III}$ | |
| † 5 a $b^{IV}$ | † 5 a $b^{IV}$ | † 10 a $b^{IV}$ |
| † $b^{V}$ | — $b^{V}$ | |

## Exemplum secundum in Cubocubis.

| ccubus abs a + b facit | ccubus abs a — b facit | Summa ccubi a + b & ccubi a — b |
|---|---|---|
| + $a^{VI}$ | + $a^{VI}$ | + 2 $a^{VI}$ |
| + 6 $a^{V}$ b | — 6 $a^{V}$ b | |
| + 15 $a^{IV}$ $b^{II}$ | + 15 $a^{IV}$ $b^{II}$ | + 30 $a^{IV}$ $b^{II}$ |
| + 20 $a^{III}$ $b^{III}$ | —20 $a^{III}$ $b^{III}$ | |
| + 15 $a^{II}$ $b^{IV}$ | + 15 $a^{II}$ $b^{IV}$ | + 30 $a^{II}$ $b^{IV}$ |
| + 6 a $b^{V}$ | — 6 a $b^{V}$ | |
| + $b^{VI}$ | + $b^{VI}$ | + 2 $b^{VI}$ |

## Exemplum tertium in Cubocubocubis.

| cccubus abs a + b facit | cccubus abs a — b facit | Summa cccubi a + b & cccubi a — b |
|---|---|---|
| + $a^{IX}$ | + $a^{IX}$ | + 2 $a^{IX}$ |
| + 9 $a^{VIII}$ b | — 9 $a^{VIII}$ b | |
| + 36 $a^{VII}$ $b^{II}$ | + 36 $a^{VII}$ $b^{II}$ | + 72 $a^{VII}$ $b^{II}$ |
| + 84 $a^{VI}$ $b^{III}$ | —84 $a^{VI}$ $b^{III}$ | |
| +126 $a^{V}$ $b^{IV}$ | +126 $a^{V}$ $b^{IV}$ | +252 $a^{V}$ $b^{IV}$ |
| +126 $a^{IV}$ $b^{V}$ | —126 $a^{IV}$ $b^{V}$ | |
| + 84 $a^{III}$ $b^{VI}$ | + 84 $a^{III}$ $b^{VI}$ | +168 $a^{III}$ $b^{VI}$ |
| + 36 $a^{II}$ $b^{VII}$ | —36 $a^{II}$ $b^{VII}$ | |
| + 9 a $b^{VIII}$ | + 9 a $b^{VIII}$ | + 18 a $b^{VIII}$ |
| + $b^{IX}$ | — $b^{IX}$ | |

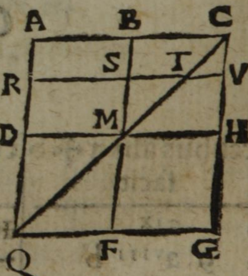
SCHO-

## *SCHOLIVM.*

*Ex his ergo Lector harum multiplicationum Algebraicarum non ignarus, intelliget hanc viam multò faciliorem esse quàm Euclidianam, cuius longiorem texturam in Propos. 17. & 18. prosecuti sumus. Sequuntur nunc tres Prop. circa potestates qq. succedentes eiusdem Beaugrand.*

## PROPOSITIO XXV.

***Si exponatur quodcunq; parallelogrammum, A G, cum diametro, Q C, & sit regula, Q G, o. qc. parallelogrammi, A G, sextupli erunt o. qc. trianguli, C Q G, vel, C A Q.***




Secetur, C Q, bifariam in, M, & per, M, ducantur rectæ, D H, B F, hæc ipsis, A Q, C G, illa verò ipsis, A C, Q G, parallela. Deinde extendatur intra, A G, vbicunq; velimus recta, R S T V, ipsi, Q G, æquidistans. Quoniam ergo, q c. R T, plus qc. T V, æqualis est 2. qc. R S, plus 20. factis sub c. R S, & q. S T, plus 10. factis sub, R S, & qq. S T, prætereaq; ducta est vbicunq; R V, sequitur o. qc. triangulorum, A Q C, C Q G, æquales esse bis o. qc. A F, plus 20. factis sub o. c. A M, & sub o. q. trianguli, B M C, plus 20. factis sub o. c. D F, & sub o. q. trianguli, Q M F, plus 10. factis sub o. l. AM, & o. qq. B M C, plus 10. factis sub o. l. D F, & o. qq. trianguli, Q M F.

Per primũ exẽplum.

Cor. 18. huius.

Verum o. qc. A Q C, æquantur o. qc. C Q G. Item factum sub o. c. A M, & sub o. q. B M C, æquatur facto

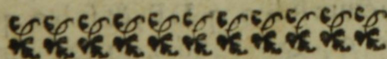
sub

sub o. c. DF, & sub o. q. QMF. Item factum sub o. l. AM, & sub o. qq. BMC, æquatur facto sub o. l. DF, & sub o. qq. QMF. Igitur æqualia æqualibus substituendo, bis o. qc. trianguli, CQG, æquantur bis o. qc. AF, plus 40 factis sub o. c. DF, & sub o. q. QMF, plus 20. factis sub o. l. DF, & sub o. qq. QMF. Et factum sub o. c. DF, & sub o. q. QMF, ad o. qc. DF, ita se habet quemadmodum o. q. QMF, ad o. q. DF, hoc est vt 1. ad 3. Igitur 40. facta sub o. c. DF, & sub o. q. QMF, æquantur $\frac{40}{3}$ o. qc. DF, hoc est $\frac{20}{3}$ o. qc. AF. Cor. 1. 11. huius 20. huius

Rursus factum sub o. l. DF, & sub o. qq. QMF, ad o. qc. DF, eam habet rationem, quam o. qq. QMF, ad o. qq. DF, hoc est 1. ad 5. Quare 20. facta sub o. l. DF, & sub o. qq. QMF, æquantur o. qc. DF, quater sumptis, hoc est bis o. qc. AF. Cor. 1. 11. huius 22. huius

Iam æqualia æqualibus subrogentur. Bis o. qc. CQG, æquantur bis o. qc. AF, plus $\frac{20}{3}$ o. qc. AF, plus o. qc. AF, bis. Ideò addendo, & triplicando, sexies o. qc. CQG, æquantur 32. vicibus assumptis o. qc. AF. Sed o. qc. AF, ad o. qc. AG, eam habent rationem, quam qc. QF, ad qc. QG, hoc est quam 1. ad 32. Quapropter o. qc. AF, 32 vicibus assumpti, æquantur o. qc AG. Quamobrem sexies. o. qc. CQG, æquantur o. qc. AG. Vnde o. qc. AG, sexcupli sunt o. qc. trianguli, CQG, vel, CAQ. Quod demonstrandum erat. Cor. 1. 3. huius.

*Huius quoque, & proximè praecedentium propost. satis elegantes misit ad me demonstrationes per Indiuisibilia, in Exerc. ant. praenominatus Roccha, quarum methodo & ad alias procedi potest.*



PRO-

# PROPOSITIO XXVI.

*In eodem Schemate antecedenti o. cc. AG, septupli sunt o. cc. trianguli, CQG, vel CAQ.*

Per exẽplum secundum. Cor. 18. huius.

NAmque cc. RT, plus cc. TV, æquatur 2. cc. RS, plus 30. factis sub qq. RS, & q. ST, plus 30. factis sub q. RS, & qq. ST, plus 2. cc. ST, atque, RV, ducta est vtcumque: patet ergo o. cc. AQC, plus o. cc. CQG, æquales esse o. cc. AF, bis, plus 30. factis sub o. qq. AM, & sub o. q. BMC, plus 30. factis sub o. qq. DF, & sub o. q. QMF, plus 30. factis sub o. q. AM, & sub o. qq. BMC, plus 30. factis sub o. q. DF, & sub o. qq. QMF, plus o. cc. BMC, bis, & plus o. cc. QMF, bis. Ideòque propter identitatem parallelogrammorum, AM, DF, nec non & triangulorum, AQC, CQG, ac triangulorum, BMC, QMF; o. cc. CQG, bis æquales erunt bis, o. cc. AF, plus 60. factis sub o. qq DF, & o. qq. QMF, plus 60. factis sub o. q. DF, & sub o. qq. QMF, plus quater o. cc. QMF. Sed vt factum sub o. qq. DF, & sub o. q. QMF, ad o. cc. DF: ita sunt o. q. QMF, ad c. q. DF, hoc est ita 1. ad 3. Quare 60. facta sub o. qq. DF, & sub o. q. QMF, ęqualia sunt 20. vicibus assumptis o. cc. DF, hoc est decies o. cc. AF.

Cor. 1. 11. huius



Rursus vt factum sub o. q. DF, & sub o. qq. QMF, ad o. cc. DF, ita o. qq. QMF, ad o. qq. DF, hoc est 1. ad 5. Igitur 60. facta sub o. q. DF, & sub o. qq. QMF, æquantur 12. o. cc. DF, hoc est 6. o. cc. AF. Iterum cum triangula, QMF, CQG, sint similia, o. cc. QMF, erunt ęquales

Cor. 1. 11. huius

7. huius.

les

les $\frac{1}{128}$ o. cc. CQG. Igitur 4. o. cc. QMF, æquantur $\frac{1}{32}$ o. cc. CQG. Iam æqualia æqualibus substituantur, 2. o. cc. CQG, sunt æquales 2. o. cc. AF, plus 10. o. cc. AF, plus 6. o. cc. AF, plus $\frac{1}{32}$ o. cc. CQG. Igitur $\frac{63}{32}$ o. cc. CQG, æquantur 18. o. cc. AF. Omnia diuidantur in 9. & ducantur in 32; manifestum est ergo 7. o. cc. CQG, æquari 64. o. cc. AF. Ast o. cc. AF, ad o. cc. AG, ita se habent vt cc. QF, ad cc. QG, hoc est vt 1. ad 64. Quapropter o. cc. AG, æquantur 64. o. cc. AF Ideoq. 7. o. cc. AQC, æquantur o. cc. AG. Vnd o. cc. AG, septupli sunt o. cc. AQC, vel, CQG. Quod, &c. Cor. 1. 3. huius.

*Cum esset similis ratio in reliquis potestatibus, hic non in alijs contexuit demonstrationem, at maioris claritatis gratia in cubocubocubis, quam nunc subiungimus, eam exarauit.*

## PROPOSITIO XXVII.

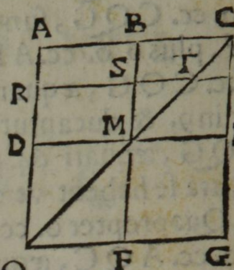
*In eodem Schemate o. ccc. AG, decupli sunt o. ccc. trianguli, CQG, vel, CAQ.*

Etenim ccc. RT, plus ccc. TV, æquatur 2. ccc. RS, plus 72. factis sub qqc. RS, & sub q. ST, plus 252. factis sub qc. RS, & sub qq. ST, plus 168. factis sub c. RS, & sub cc. ST, plus 18. factis sub, RS, & sub qcc; ST, prætereaq. RV, ducta est vtcumque. Per exemplum 3.

Hinc colligitur o. ccc. AQC, plus o. ccc. CQG, æquari 2. o. ccc. AF, plus 72. factis sub o. qqc. AM, & sub o. q. BMC, plus 72. factis sub. o. qqc. DF, & sub o. q. QMF, plus 252. factis sub o. qc. AM, & sub o. qq. BMC, plus 252. factis sub o. qc. DF, & sub o. qq. QMF, plus 168. factis sub o. c. AM, & sub o. cc. BMC, plus 168. factis sub o. c. DF, & sub o. cc. QMF, plus 18. factis sub o. l. Cor. 18. huius.

A M, & sub o. qcc, B M C, plus 18. factis sub o. l. D F, & sub o. qcc. Q M F.

Et propter identitatem triangulorum, A Q C, C Q G, item triangulorum, B M C, Q M F, necnon parallelogrammorum, A M, D F, 2. o. cc. A Q C, sunt æquales 2. o. ccc. A F, plus 144. factis sub. o. qqc. D F: & sub o. q. Q M F, plus 504. factis sub o. qc. D F, & sub o. qq. Q M F, plus 336. factis sub o. c. D F, & sub o. cc. Q M F, plus 36. factis sub o. l. D F, & sub o. qcc. Q M F.




Verum eodem, quo supra vsus sum ratiocinio, concluditur 144. facta sub o. qqc. D F, & sub o. q. Q M F, æquari 48. o. ccc. D F, hoc est 24. o ccc. A F. Item 504. facta sub o. qc. D F, & sub o. qq. Q M F, æquari $\frac{504}{8}$ o. ccc. D F, seu $\frac{252}{8}$ o. ccc. F A. Item 336. facta sub o. c. D F, & sub o. cc Q M F, æquari 48. o. ccc. D F, vel 24. o. ccc. A F. Item 36. facta sub o. l. D F, & sub o. qcc. Q M F, æquari 4. o. ccc. D F, hoc est 2. o. ccc. A F.

Igitur æqualia æqualibus subrogando 2. o. ccc. A Q C, sunt æquales 2. o. ccc. A F, plus 24. o. ccc. A F, plus $\frac{252}{8}$ o. ccc. A F, plus 24. o. ccc. A F, plus 2. o. ccc. A F.

Igitur 10. o. ccc. A Q C, æquantur 512. o. ccc. A F. Et quia o. ccc. A F, ad o. ccc. A G, sunt vt ccc. Q F, ad ccc. Q G, hoc est vt 1. ad 512: ideo 10. o. ccc. A Q C, æquantur o. ccc. A G. Ergo o. ccc. A G, decupli sunt o. ccc. trianguli, A Q C, vel, C Q G. Quod, &c.

Cor. 1. 3. huius.

## COROLLARIVM.

*Ex demonstratis ergo in suppositis hucusq; potestatibus, & subinde in omnibus, cum semper sit eadem ratio, patet in quocunq; parallelogrammo, ducta diametro, regulaq; assumpta quocunq; laterum; o. p. parallelogrammi o. p. eiusdem gradus cuiuslibet triangulorum à diametro constitutorum,*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*rum, fore multiplices secundum numerum, numero gradus potestatis vnitate maiorem. Et subindè innotescit Prop. 23. superius traditam pro o. p. pariter verificari.*

## *SCHOLIVM.*

*CVm hucusq; o. p. contemplati fuerimus tam in parallelogrammis, quam in triangulis, superest, vt nunc parallelogrammum cum trapezio conferamus, considerando in his quoq; rationem o p. eorundem. Hoc autem subiungimus nedum, quia id & ordo, & complementum huius doctrinæ postulat, sed quia sicuti fusi parabolici mensura pendebat ex Prop. 22. ita mensura segmentorum eiusdem fusi secti planis axi parallelis pendet ex nota ratione o. qq. parallelogrammi, & trapezij in eadem altitudine, & basi cum eo stantis. Horum autem, ac reliquarum potest. rationem exhibet iuxta nostram inuentionem subsequens Propositio.*

# PROPOSITIO XXVIII.

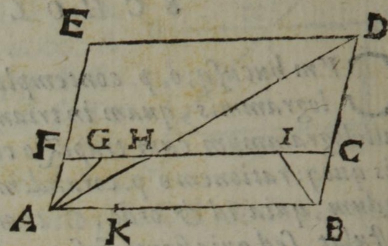
*In quocunq; parallelogrammo in eadem basi, & altitudine cum trapezio, cuius oppositæ bases sint inuicem parallelæ, existente, regula sumpta basi: o. p. parallelogrammi ad o. p. trapezij, eiusdem gradus, erunt vt factum sub multiplici differentiæ dictarum oppositarum basium, secundum numerum potestatis vno gradu maioris, & sub potestate assumpti gradus maioris basis, ad differentiam potestatum vno gradu maiorum assumpta potest. earundem oppositarum basium.*

SIt parallelogrammum, FABC, in eadem basi, AB, & altitudine cum trapezio, AGIB, cuius oppositæ



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

bases, A B, G I, sint parallelæ, & sit regula, A B. Dico o. p. parallelogrammi, F B, ad o.p. trapezij, A G I B, eiusdem gradus, esse vt factum sub multiplici differentiæ ipsarum, A B, GI, quæ sit, FH, secundum numerum potest. vno gradu maioris, & sub pot. assumpti gradus ipsius, AB; ad differentiam potestatum ipsarum, AB, GI, vno gradu maiorum assumpta potestate. Iungantur puncta, A, H, recta, AH, & producantur, A H, B C, vsq; ad concursum in, D, compleaturq; parallelogrammum, E B. Cum ergo, F H, sit differentia ipsarum, A B, G I, erit, H C, æqualis ipsi, G I, & o. p. quæcunq; trapezij, AGIB, æquabuntur o. p. eiusdem gradus trapezij, A H C B. Hoc verò ostendetur eodem modo, quo Prop. 27. Lib. Sec. Geo. Ind. posita in Exerc. 1. Pag. 60, probata est de huiusmodi trapeziorum o. q. Vnde hoc supposito satis erit ostendere o.p. F B, ad o. p. trapezij, A H C B, habere dictam rationem. Et quoniam o. p. F B, ad o. p. trapezij, A H CB, habent rationem compositam ex rationibus o. p. FB, ad o. p. EB, o. p. EB, ad o. p. trianguli, DAB, & o. p. trianguli, DAB, ad o. p. trapezij, AH CB, eiusdem semper gradus his o. p. suppositis. o. p. verò,




4. huius. FB, ad o. p. EB, sunt vt, CB, ad, BD, vel, HF, ad, AB. Et o. p. EB, ad o. p. trianguli, DAB, sunt in ratione mul-
Cor. 27. huius. tiplici secundum numerum vno gradu maiorem numero assumptæ potestatis. Vt o. l. E B, duplæ sunt o. l. trianguli, DBA: o. q. sunt tripla: o. c. quadrupli, &c. Si ergo totuplex fiat, A B, vt ipsius, A K, quotuplices sunt o. p. E B, o. p. D B A. Ex æquo o. p. F B, ad o. p. trianguli, DBA, erunt vt, FH, ad, A K, idest vt multiplex ipsius, F H, quotuplex est, B A, ipsius, A K, ad ipsam, A B. Itaq; o. p. F B, ad o. p. D B A, erunt vt multiplex ipsius, F H, quotus est numerus potestatis vno gradu maioris assũpta potestate ad, AB. Vt o.l. FB, ad o.l. trianguli, DBA, erunt

vt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

vt dupla, F H, ad, A B; o. q. E B, ad o. q. D B A, vt tripla, F H, ad, A B, o. c. &c. vt quadrupla, F H, o. c. vt quintupla, &c. Remanent comparandæ o. p. D A B, ad o. p. trapezij, AHCB. Et quia triangula, ABD, HCD, sunt similia, ideò o. p. trianguli, DBA, ad o. p. trianguli, DCH, sunt vt pot. A B, ad pot. H C, ambabus tamen vno gradu maioribus præassumptis potestatibus. Et per conuersionem rationis o. p. DBA, ad o. p. trapezij, AHCB, erunt vt potestas, A B, ad differentiam potestatum, A B, H C. Et quia prius probatum fuit o. p. F B, ad o. p. D B A, esse vt multiplex, F H, secundum numerum potestatis vno gradu maioris assumpta pot. ad, A B, idest (sumpta pot. AB, eiusdem gradus tanquam communi altitudine) vt factum sub dicta multiplici, FH, & sub pot. AB, ad factum sub, AB, & eadem pot. A B, nempè ad pot. AB, vno gradu maiorem. Postremò verò demonstratum fuit o. p. D B A, ad o. p. AHCB, esse vt pot. AB, vno gradu altiorem ad differentiam pot. A B, H C, vno gradu maiorum. Ideò ex æquo o. p. F B, ad o. p. trapezij, AHCB, & subindè ad o. p. trapezij propositi, AGIB, erunt vt factum sub multiplici, F H, secundum numerum pot. vno gradu maioris, & sub pot. A B, assumpti gradus, ad differentiam potestatum, A B, H C, vel, G I, vno gradu maiorum assumpta potestate. Vt o. l. F B, ad o. l. trapezij, A G I B, erunt vt factum sub dupla, F H, &, A B, ad differentiam quadratorum, A B, H C. o. q. FB, ad o. q. A G I B, vt factum sub tripla, F H, & q. A B, ad differentiam cuborum, A B, H C, o. c. ad o. c. vt factum sub quadrupla, F H, & c. AB, ad differentiam qqtorum, AB, H C, o. qq. ad o. qq. vt factum sub quintupla, F H, & qq. A B, ad differentiam qqc. AB, HC. Et sic deinceps in infinitum. Quod ostendere oportebat.

Cor. 7. huius. & num. 6. Cor. Secundi 22. huius.

*Respondet hæc Propositioni* 28. *Lib. Sec. Geo. Ind. quæ habetur in Exerc.* 1. *Pag.* 67. *tantumq; attingit o. q.*

PRO-

# PROPOSITIO XXIX.

*Expoſita quacunq; parabola, HBE, in baſi, HE, & circa axim BG, cum illi circumſcripto parallelogrammo, AE, ductaq; quacunq; in, AE, ipſi, BG, parallela, vt, CF, ſecante parabolicam lineam, BE, in K; ſi conuertatur, AE, & parabola, HBE, circa baſim, HE, ex, AE, fiet cylindrus, & ex parabola, HBE, fuſus parabolicus. Sed ex, CE, fiet cylindrus prædicti pars, & ex trilineo, KFE, fiet ſegmentum dicti fuſi, ſecti plano per, CF, ducto, & ad axem, HE, dicti fuſi erecto. Igitur ſi exponatur quæcunq; magnitudo, L, & vt factum ſub tripla, FE, & q. EG, ad differentiam cuborum, EG, GF, ita fiat, L, ad, MO. Vt verò factum ſub quintupla, FE, & qq. EG, ad differentiam qcuborum, EG, GF, ita quoq; fiat eadem, L, ad, MN, ſumaturq; ipſi, ON, æqualis, OP, vt fiat, MP, quæ erit minor, MQ, æquali ipſi, L, vt probabitur. Dico vt, L, ad, PQ, ita eſſe cylindrum ex, CE, ad ſegmentum genitum ex trilineo, KFE.*

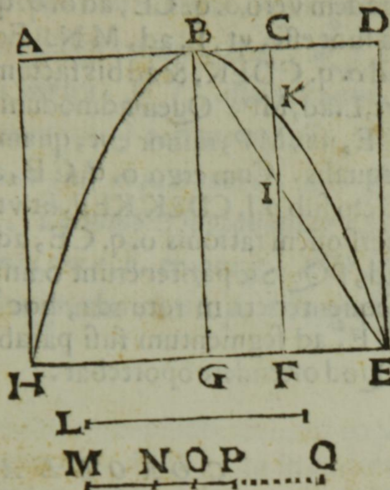
Cor. primæ Lib. Sec. Geo. Ind. Cor. 1. 11. huius.

DVcatur, BE, diameter, quam ſecet, CF, in, I. Et quia eſt, FC, ad, CK, vt q. DB, ad q. BC, hoc eſt vt q. FC, ad q. CI, & idem contingit in cæteris quibuſcunq; ipſi, BG, parallelis in parallelogrammo, CE. Ideò vt o. l. CE, ad o. l. DCKE, quadrilinei, ita erunt o. q. CE, ad o. q. trapezij, CDEI. Similiter quia vt q. FC, ad q.

ad q. CK, ita est qq. F C, ad qq. C I; ideò vt o. q. C E, ad o. q. quadrilinei, CDEK, ita erunt o. qq. C E, ad o. qq. trapezij, CDEI. Vt verò o.q. CE, ad o. q. trapezij, CDEI, ita est factum sub tripla, FI, & q. E D, ad differentiam cuborum, D E, CI; & ita factum sub tripla, EF, & q. EG, ad differentiam cuborum, E G, G F, quia, F E, respondet ipsi, F I, EG, ipsi, ED, &, GF, ipsi, C I, in eadem proportione, ob similitudinem interiorum triangulorũ. Vt verò factum sub tripla, F E, & q. E G, ad differentiam cuborum, E G, G F, ita ex hypothesi est, L, ad, MO. Ergo o. q. C E, ad o. q. trapezij, C D E I, & subindè o. l. C E, ad o. l. quadrilinei, C D E K, seu o. q. CE, ad factum sub o. l. CE, & trilinei, C D E K, erunt vt, L. ad, MO. Sed factum sub o. l. CE, CDEK, æquatur facto sub o. l. trilinei, FKE, & quadrilinei, CDEK, plus o. q. CDEK. Ergo o. q. CE, ad factum sub o. l. F K E, KEDC, cum o. q. CDEK, sunt vt, L, ad, MO, quod serua.

Cor. 1. 11. huius.

Per ant.




Cor. 1. 11. huius.

2. huius.

Insuper quia o. qq. CE, ad o. qq. trapezij, CDEI, ostensa sunt esse, vt o. q. C E, ad o. q. quadrilinei, C D E K, & illa sunt vt factum sub quintupla, F E, & qq. E G, ad differentiam qcuborum, EG, GF, hoc verò est vt, L, ad, MN. Ergo o. q. CE, ad o. q. C KED, erunt vt, L, ad, M N. Patet autem, cum o. q. C E, ad factum sub o. l. C E, & o. l. C D E K, probata fuerint esse, vt, L, ad, M O; factum autem sub o. l. CE, & o. l. C D E K, superet o. q. C D E K, cum probatum fuerit æquari facto sub o. l. FKE, KCDE, & o. q. KCDE, ideò, MO, superare, MN. Sunt ergo o. q. CE, ad factum sub o. l. trilinei, FKE, & quadrilinei. KC

Per ant.

DE,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

DE, vt, L, ad, NO, & ad idem factum bis, vt, L, ad, NP.
Eadem verò o. q. CE, ad o. q. quadrilinei, KCDE, osten-
sa sunt esse, vt, L, ad, M N. Ergo colligendo, o. q. C E,
ad o. q. CDEK, & ad bis factum sub, CDEK, KEF, erunt
vt, L. ad, MP. Quemadmodum vero illa sunt minora o. q.
CE, ita, M P, minor erit, quam, L, vel, M Q, eidem, L,
æqualis. Cum ergo o. q. C E, ad o. q. C D E K, cum bis
facto sub o. l. CDEK, KEF, sit vt, L, ad, MP; erunt per con-
13. huius. cum 18. huius. uersionem rationis o. q. CE, ad o. q. trilinei, KEF, vt, L,
ad, PQ. Sic pariter erunt omnia solida similaria, & con-
33. Exercit. 1. sequenter etiam rotunda, hoc est cylindrus genitus ex,
CE, ad segmentum fusi parabolici genitum ex, KEF.
Quod ostendere oportebat.

*COROLLARIVM.*

*MAnifestum ergo est inuentam proportionem verificari pariter de omnibus solidis similaribus genitis ex parallelogrammo, C E, & trilineo, K E F, etiam si, B G, sit tantum diameter: quæ proportio nota erit, si, GE, G F, F E, cum angulo, CFE, notæ supponantur.*

*SCHOLIVM.*

*ET quoniam prænominatus Beaugrand simul cum allatis ab eo demonstrationibus, elegantissimam quoque misit pro mensura fusi parabolici, illiusque segmentorum, vt in Præfat. innuebatur, idcircò vt Lector eadem quoque perfrui possit, eandem hic apponemus, præmisso tamen eiusdem insigni Lemmate, quod tale est.*

## Secundum Lemma Beaugrand.

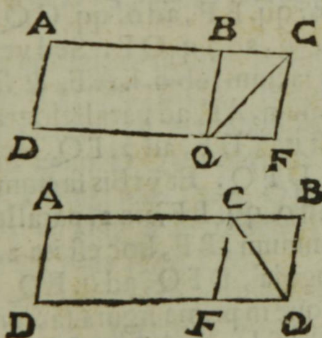
*Sed aliam, inquit ipse, satis elegantem, & vniuersalissimam, quam Prop. 30. Lib. Sec. Geom. Ind. de li-*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*neis rectis tantum enuntiauit, subnectere est animus. Hanc autem concipiam per modum canonis, seu regulæ inueniendi (expositis parallelogrammis, AQ, QC, æquèaltis, & ducta diametro, QC, assumptaquè, DF, tanquam communi regula) rationem facti sub o.p. AQ, BF, ad factum sub o.p. trapezij, ADQC, & trianguli, CQF. Dummodo supponantur o.p. AQ, eiusdem esse gradus cum o.p. trapezij, ADQC; & o.p. BF, eiusdem gradus cum o.p. trianguli, CQF.*

PRò primo termino ergo, seu antecedente rationis quęsitæ assumatur potestas rectæ, DQ, quæ in eodem gradu subsistat, quo potestates, AQ, vel trapezij, ADQC. Deinde componatur potentia abs, DF, minus, QF, in prima figura; vel abs, DF, plus, FQ, in secunda, quæ in eodem gradu quoque sit, quo o.p. AQ, vel trapezij, ADQC. Quantitates, è quibus componetur potentia, ordinentur secundum ordinem in Algebra vsitatum, atque prima quantitas diuidatur per numerum vnitate maiorem numero gradus o.p. BF, vel trianguli, CQF. Secunda quantitas diuidatur per numerum sequentem in progressione naturali numerorum, tertia per numerum in eadem progressione sequentem, atq. eodem ordine residuæ quantitates diuidantur. Veluti si prima quantitas diuidatur per 5. secundam opus erit partiri per 6. tertiam per 7. quartam per 8. &c. Quo peracto habebis secundum terminum.



*Exempli gratia, iuxta hunc canonem, assero factum sub o. q. A Q, B F, ad factum sub o. q. trapezii, A D Q C, & trianguli, C Q F, esse vt q. D Q, ad $\frac{1}{3}$ q. D F, minus $\frac{2}{4}$ rectanguli, D F Q, plus $\frac{1}{5}$ q. Q F, in 1. figura: vel ad $\frac{1}{3}$ q. D F, plus $\frac{2}{4}$ rectanguli, D F Q, plus $\frac{1}{5}$ q. Q F, in secunda figura.*

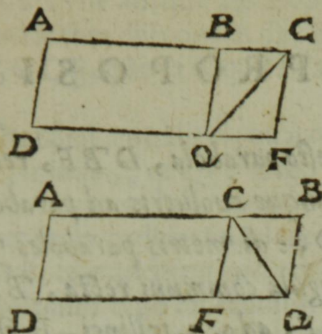
CVm autem fusi parabolici, illiusque segmentorum, certa quadam ratione resectorum dimensio ex hoc Lemmate pendeat, instituto circa o. q. propterea eius demonstrationem extendere volui, vt hinc etiam pateat quomodo demonstrandæ sint reliquæ Propositiones, quæ velut è fonte ex præcedente canone fluunt.

Est ergo factum sub o. q. AF, BF, ad factum sub o. q. A
Cor. 3. F, C Q F, vt o. q. B F, ad o. q. trianguli, C Q F, hoc est
11. huius vt 3. ad 1. vel vt q. D F, ad $\frac{1}{3}$ q. D F. Item vt bis factum
21. huius sub o. l. A F, & o. c. B F, ad factum sub o. l. A F, & o. c. C Q F, ita o. c. B F, ad o. c. C Q F, hoc est ita 4. ad 1. vel ita duplum rectanguli, D F Q, ad $\frac{2}{4}$ rectanguli D F Q. Item o. qq. B F, ad o. qq. C Q F, sunt vt 5. ad. 1. hoc est vt q. Q F, ad $\frac{1}{5}$ q. Q F. Sed vt factum sub o. q. A F, B F,
Cor. 3. ad bis factum sub o. l. A F, & sub o. c. F B, ita parallelo-
11. huius grammum, AF, ad parallelogrammum, BF, bis sumptum, hoc est ita, D F, ad 2. F Q, vel ita q. D F, ad 2. rectangula, D F Q. Et vt bis factum sub o. l. A F, & sub o. c.
Cor. 3. B F, ad o. qq. B F, ita 2. parallelogramma, AF, ad paralle-
11. huius logrammum, B F, hoc est ita 2. D F, ad, F Q, vel ita 2. rectangula, D F Q, ad q. F Q

Itaque in prima figura factum sub o. q. A F, B F, minus bis facto sub o. l. A F, & sub o. c. B F, plus o. qq. B F, ad factum sub o. q. A F, & trianguli, C Q F, minus bis facto sub o. l. A F, & sub o. c. C Q F, plus o. qq. C Q F, erit vt q. D F, minus 2. rectangulis, D F Q, plus q. Q F, ad $\frac{1}{3}$ q.
3. Sec. D F, minus $\frac{2}{4}$ rectanguli, D F Q, plus $\frac{1}{5}$ q. Q F.
Elem. cũ Sed in prima figura factum sub o. q. A Q, B F, æquatur
Cor. 18. & Cor. 11. huius facto sub o. q. A F, B F, minus bis facto sub o. l. A F, &

sub

ſub o. c. BF, plus o.qq. BF. Item factum ſub o. q. trapezij, ADQC, & trianguli, CQF, ęquale eſt facto ſub o. q. AF, & trianguli, CQF, minus bis facto ſub o. l. AF, & ſub o. c. CQF, plus o. qq. CQF. Item q. DQ, æquatur q. DF, minus 2. rectangulis, DFQ, plus q. FQ.

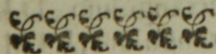



Nunc in analogiſmo ſuperius expoſito æqualia æqualibus ſubrogentur. Igitur factum ſub o. q. AQ, BF, eandem habebit rationem ad factum ſub o. q. trapezij, ADQC, & trianguli, CQF, quam q. DQ, ad $\frac{1}{3}$ q. DF, minus $\frac{2}{4}$ rectanguli, DFQ, plus $\frac{1}{5}$ q. QF.

Ordine non diſſimili concludetur in ſecunda figura factum ſub o. q. AQ, BF, ad factum ſub o. q. ADQC, CQF, eſſe vt q. DQ, ad $\frac{1}{3}$ q. DF, plus $\frac{2}{4}$ rectanguli, DFQ, plus $\frac{1}{5}$ q. QF.

Porrò ex præcedentibus colligitur factum ſub o. q. AQ, BF, ad factum ſub o. q. ADQC, CQF, ſe habere vt 60. q. DQ, ad 20. q. DF, minus 30. rectangulis, DFQ, plus 12. q. QF. Verum 15. q. DQ, æquantur 15. q. DF, minus 30. rectangulis, DFQ, plus 15. q. QF, in 1. figura. In ſecunda autem 15. q. DQ, æquantur 15. q. DF, plus 30. rectangulis, DFQ, plus 15. q. QF.

Itaque in vtraque figura vt factum ſub o. q. AF, BF, ad factum ſub o. q. ADQC, CQF, ita erunt 60. q. DQ, ad 5. q. DF, plus 15. q. DQ, minus 3. q. QF. Vel poſterioris rationis terminos per 60. diuidendo, ita q. DQ, ad $\frac{1}{4}$ q. DQ, plus $\frac{1}{12}$ q. DF, minus $\frac{1}{20}$ q. QF.

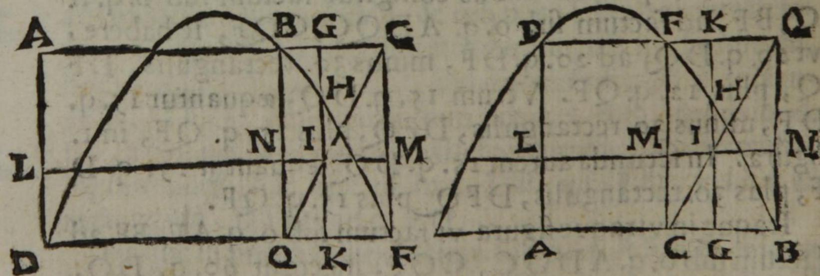


## PROPOSITIO XXX.

*Iam esto parabola, DBF, recta, DF, hinc inde vbicunque volueris ad parabolam terminata, recta, BQ, è diametris paraboles vna. Dico, assumpta prò regula communi recta, BQ, o. q. parallelogrammi, BF, ad o. q. trilinei, BQF, esse vt q. DQ, ad $\frac{1}{4}$ q. DQ, plus q. DF, minus $\frac{1}{20}$ q. QF.*

Vt in Prop. 47 Libri Quarti. Geom. Ind.

HOc autem arte, qua Caualerius vsus est Libro Quarto Geometriç Ind. vel forsitan vt sequitur demonstrari potest. Compleatur parallelogrammum, AF, iunctaque, CQ, ducatur recta, GHK, vbicunque volueris inter rectas, BQ, CF, modò sit eis parallela. Tum




3. Quarti Geom. Ind.

protrahatur per punctum, I, recta, LNM, parallela ordinatę, DF. Quandoquidem natura paraboles, vt rectangulum, DQF, ad rectangulum, DKF, hoc est rectangulum, LNM, ad rectangulum, LIM, ita esse constat, BQ, hoc est, Gk, ad, Hk. Ideòq. factum sub q. LN, & q.

NM,

NM, ad factum ſub q. LI, & q. IM, erit vt q. Gk, ad q. Hk. Cum autem, Gk, ducta ſit abſque electione inter rectas, BQ, CF, ſequitur factum ſub o. q. AQ, BF, ad factum ſub o. q. ADQC, CQF, eſſe vt o. q. BF, ad o. q. trilinei, BQF.

Sed prior ratio demonſtrata eſt æqualis ei, quæ q. DQ, ad $\frac{1}{4}$ q. DQ, plus $\frac{1}{12}$ q. DF, minus $\frac{1}{20}$ q. QF. Ergo & poſterior. Porrò fuſus parabolicus eſt ſolidum ex reuolutione plani parabolici ſuper recta ordinatim ad axem applicata. Igitur rectam, DF, eſſe ad axim ordinatim applicatam ſupponamus. Solidum ergo ex reuolutione figuræ, DBF, ſuper recta, DF, genitum erit fuſus parabolicus in prima nempè figura. Solida autem ex reuolutione trilinei, BQF, ſuper recta, QF, ex præcedentibus notam habent rationem ad cylindros rectos eiuſdem axis, & baſeos, eam ſcilicet, conuertendo, habet cylindrus ad ſolidum, quam q. DQ, ad $\frac{1}{4}$ q. DQ, plus $\frac{1}{12}$ q. DF, minus $\frac{1}{20}$ q. QF. Sed in prima figura eiuſmodi ſolida ſunt fruſta fuſi parabolici, quæ planis axi paraboles parallelis reſecantur. Quare ſi recta, DF, ſecta eſſet bifariam in, Q, puncto, cylindrus ex reuolutione rectanguli, BF, ſuper recta, QF, genitus, ad ſolidum ex trilineo, BQF, ſuper eadem recta, QF, reuoluto procreatum eam haberet rationem, quam 15. ad 8. vti rectas ad numeros reuocanti palam erit. Verum in hoc caſu cylindri prædicti duplus eſt cylindrus rectus, cuius axis, DF, & baſis circulus, cuius radius rectæ, BQ, ſit æqualis. Item ſolidi vltimò commemorati duplus eſt fuſus parabolicus ex reuolutione DBF, ſuper recta, DF, productus. Quamobrem cylindrus rectus, cuius axis, DF, & baſis circulus, qui radium habeat rectæ, BQ, æqualem, ad fuſum parabolicum ex reuolutione figuræ, DBF, ſuper recta, DF, genitum eam habebit rationem, quam 15. ad 8, Igitur non tantum fuſi parabolici, verum etiam ſegmentorum, quæ planis axi paraboles parallelis abſcinduntur, dimenſionem, iuxta propoſita ſatis ſuperq; explicauimus, & demonſtrauimus. Quod, &c.

Vt in Lem. ant.

SCHO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## SCHOLIVM.

*Haec elaborabat vir ille ingeniosissimus cum necdum ex quodam morbo conualuisset, quem lethalem Medici diiudicarant, cui idcircò paulò post, maximo Reip. literariæ detrimento mors successit. Enimuerò cum occiderit florentibus annis, tantùmq; nihilominus in Geometricis progressus fuerit, quæ, & qualia, si naturalem vitæ cursum adimpleuisset, ab eo sperari poterant, hæc sedulò perlustrans facilè quisq; poterit intelligere. Huic autem satis probabatur hæc Ind. methodus, vt propterea ad me Italicè scribens sub d. 8. Nouembris, Anno 1640. hæc de eadem protulerit. La supplico di scriuermi se lei hà applicato la sua inuentione di dimostrare per gl' Indiuisibili alla ricerca de' centri di grauità, e l'ordine, che tiene, al che giugnerà, se gli piace qualchedun' esempio. Veramente altretanto stimo questa maniera di dimostrare, poiche è breuissima, e procede direttamente, e non per l'assurdo, &c. Porrò iam demostratis quædam pauca adhuc superaddemus, finemq; imponemus præsenti doctrinæ quatenus nobis licuit excultæ, alijs immensum speculationum campum aperuisse sat iudicantes.*

## PROPOSITIO XXXI.

*In quocunq; parallelogrammo, descriptis iuxta Prop. 23. diagonalibus à prima deinceps quot libuerit, & retenta eadem regula, qua describuntur: o. p. quæcunq; dicti parallelogrammi ad o. p. eiusdem gradus cuiuscunq; spatij dictarum diagonalium, erunt vt factum*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*sub numero assumptæ potestatis, & numero spatij, vnitate auctum, ad ipsam vnitatem.*

ASsumpto quocunq; parallelogrammo, B D, in quo iuxta dictam Prop. 23. sint descriptæ quotcunq; diagonales, A G C, prima, A H C, secunda, A I C, tertia, A L C, quarta, &c. quousq; libuerit, regula latere, C D, quod hic quoq; sit regula. Dico o. p. parallelogrammi, B D, quæcunq; ad o. p. cuiuscunq; ex




dictis spatijs eiusdem tamen gradus, esse vt factum sub numero assumptæ potestatis, & numero spatij, vnitate aucto, ad ipsam vnitatem. Vt si ex. gr. assumantur cubi, quartumq; spatium, ALCD, dico o. c. B D, ad o. c. spatij, ALCD, esse vt factum sub 3. qui est numerus cubi, & sub 4. qui est numerus spatij, hoc est vt 12. vnitate auctum, scilicet vt 13. ad vnitatem. Ducta enim in, BD, quacunq: recta, EF, ipsi, CD, regulæ æquidistante, ac secante diagonales in, G, H, I, L, quoniam proportio cubi, E F, ad c. FL, est triplicata proportionis, EF, ad, FL, seu composita ex tribus rationibus, EF, ad, FL. Ratio autem, EF, ad, FL, componitur ex ratione, EF, ad, FG, FG, ad FH, FH, ad, FI, &, FI, ad, FL, (quæ sunt æquales, quia ex lege descriptionis dictarum diagonalium fiunt hæ lineæ, E F, G F, H F, I F, L F, continuò proportionales) hoc est ex 4. rationibus ipsius, A F, ad, F G. Ergo tres rationes, E F, ad, F L, æquabuntur 12. rationibus ipsius, F E, ad, F G, qui numerus 12. habetur ex ductu 3. numeri potestatis, in 4. numerum spatij. Et consequenter ratio cubi, E F, ad c. FL, duodecupla erit rationis, EF, ad, FG. Sed etiam ratio, quam habet, E F, ad eius portionem interceptam inter, AD, & duodecimam diagonalem, quæ sit, K F, componitur ex 12. rationibus ipsius, E F, ad, F G, terminat enim illa duodecimam proportionem, æqualem proportioni

Cor. 23. huius.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

tioni ipsius, AF, ad, FG, vt, consideranti manifestum erit. Ergo c. EF, ad c. FL, erit vt, EF, ad, FK, spectantem ad duodecimam diagonalem. Et, EF, ducta est vtcumq; ergo o. c. BD, ad o. c. trilinei, ALCD, erunt vt o. l. BD, ad o. l. duodecimi spatij, & subinde vt, BD, ad ipsum spatium duodecimum. Sed BD, est huius spatij tredecuplum. Ergo & o. c. BD, ad o. c. trilinei, ALCD, erunt vt 13. ad 1. seu eorum tredecupli. Rectè ergo producto ex 3. & 4. additur vnitas, vt fiant 13. qui ad 1. habent dictam proportionem.

11. huius.

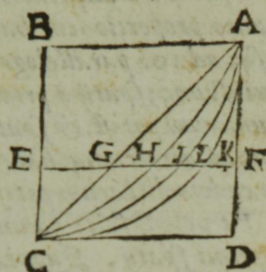
Sed vt vniuersaliter fiat demonstratio sic procedemus. Quia ratio ipsius, EF, ad quamcunq; eius portionem resectam versus, F, per diagonalem assumpti spatij, quæ sit ex. gr. FK, componitur ex tot rationibus ipsius, EF, ad, FG, quotum est ipsum spatium, nam ad diagonalem cuiusq; spatij terminatur vna ratio, æqualis rationi ipsius, EF, ad, FG. Assumpto verò quouis potest. gradu, ratio pot. EF, ad pot. Fk, eiusdem gradus totuplex est eiusdem rationis, EF, ad, FG, quotus est numerus dictæ potestatis. Ideò factum sub numero assumpti spatij, & numero pot. exhibebit numerum proportionum, AB, EF, in ratione, EF, ad, FG, continuatarum, numerumq; spatij, ad quod parallelogrammum, BD, ostenditur esse, vt ipsius, BD, o. p. ad o. p. assumpti spatij. Sed parallelogrammum, BD, ad inuentum spatium est, vt numerus eiusdemmet spatij, vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo o. p. BD, ad o. p. assumpti spatij erunt vt factum sub numero assumpti spatij, & numero potest. vnitate aucto ad ipsam vnitatem. Quod, &c.

## PROPOSITIO XXXII.

*In eadem figura proposito quocunq; spatio, regula eadem, CD, habetur ratio o. p. parallelogrammi, BD, ad o. p. propositi spatij (eiusdem tamen semper gradus cum potest. BD,) à prima, & deinceps in infinitum*

*tum continuatis potestatibus; si exponatur series numerorum à numero dati spatij vnitate aucto, deinceps eodem numero spatij sese excedentium, singuliq; referantur ad vnitatem.*

VT si proponatur tertium spatium, AICD, numerus eiusdem est 3. addita vnitate fit 4. primus numerus huius seriei, in qua numeri sese deinceps per 3. semper excedunt. Dico ergo o. l. BD, ad o. l. huius tertij spatij, BICD, esse vt 4. ad 1. o. q. ad o. q. vt 7. ad 1. o. c. ad o. c. vt 10. ad 1. o. qq. ad o. qq. vt 13. ad 1. &c. retenta semper vnitate pro communi omnium proportionum termino consequente. Hoc autem facilè ex præcedenti Prop. deducitur, nam si ducamus 3. numerum spatij in numerum primæ pot. seu lineæ, qui est 1. fiet 3. & addita vnitate, fiet 4. pro antecedente proportionis termino, qui ad 1. erit vt o. l. BD, ad o. l. spatij, AICB. Similiter ducto 3. in numerum secundæ pot. hoc est in 2. fiet 6. & addita 1. fiet 7. qui est in secundo loco seriei, ostendens o. q. BD, ad o. q. trilinei, AICD, esse vt 7. ad 1. Pariter ducendo 3. in numerum tertiæ potest. seu cuborum, qui est 3. fiet 9. & addita 1. fiet numerus 10. qui est in serie tertio loco, ostendens o. c. BD, ad o. c. AICD, esse vt 10. ad 1. Et sic patet ratio numerorum dictæ seriei; qua arte & reliquæ series pro reliquis trilineis pariter extendi possunt.




| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | &c. |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |

## SCHOLIVM.

*EXhibemus ergo in sequenti Tabella series numerorum pro dignoscendis proportionibus o. p. BD, ad o. p. eiusdem*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*dem gradus ſpatiorum primi, ſecundi, tertij, &c. vſq; ad decimum, incipiendo à prima poteſt. & progrediendo per illi ſuccedentes pariter vſq; ad decimam poteſt. quæ eſt cccuborum. Qui tamen numeri poterunt facilè per æquale eorum incrementum in infinitum tam in ſpatijs, quam in poteſt. continuari, vt per ſe patet.*

*Vſus verò ſequentis Tabellæ talis eſt. Si volueris ſcire quam proportionem habeant o. p. cuiuſdam gradus à primo vſq; ad 10. parallelogrammi, BD, ad o. p. eiuſdem gradus cuiuſcunq; ſpatij à primo vſq; ad decimum, quæres in fronte numerum poteſt. & ſpatiũ lateraliter in prima ſiniſtra columna, in directumq; habebis numerum, qui ad vnitatem erit in eadem dictarum poteſt. proportione.*

*Vt volens ſcire quam rationem habeant o.qc. BD, ad o. qc. ſeptimi ſpatij. Quoniam qc. eſt 5. poteſt. ideò quærens 5. in fronte, & lateraliter ſeptimum ſpatium, accipio in area numerum 36. qui ad vnitatem eſt vt o. qc. BD, ad o. qc. ſeptimi ſpatij.*

*Sed ijdem numeri areales facilè ſine Tabula habentur ducto numero frontali, ſeu poteſt. in numerum lateralem, ſeu ſpatij, addita enim vnitate, vt in ant. Prop. dicebatur, ipſi producto, illicò habetur dictus numerus arealis quæſitus.*

| *Poteſtates* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Primum ſpatium | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Secundum | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 21 |
| Tertium | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 |
| Quartum | 5 | 9 | 13 | 17 | 21 | 25 | 29 | 33 | 37 | 41 |
| Quintum | 6 | 11 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 | 41 | 46 | 51 |
| Sextum | 7 | 13 | 19 | 25 | 31 | 37 | 43 | 49 | 55 | 61 |
| Septimum | 8 | 15 | 22 | 29 | 36 | 43 | 50 | 57 | 64 | 71 |
| Octauum | 9 | 17 | 25 | 33 | 41 | 49 | 57 | 65 | 73 | 81 |
| Nonum | 10 | 19 | 28 | 37 | 46 | 55 | 64 | 73 | 82 | 91 |
| Decimum | 11 | 21 | 31 | 41 | 51 | 61 | 71 | 81 | 91 | 101 |



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIVM I.

SI in dicta Tabella consideremus seriem numerorum in columnis descendentium, illicò intuebimur in columna primæ potest. o. l. parallelogrammi, B D, duplas esse o. l. primi spatij, triplas o. l. secundi spatij, quadruplas o. l. tertij spatij, &c. At ex columna secundæ potest. percipiemus o. q. B D, tripla esse o. q. primi spatij, quintupla o. q. secundi spatij, septupla o. q. tertij, &c. Similiter ex tertia columna patebit o. c. B D, quadruplos esse o. c. primi spatij, septuplos o. c. secundi, vndecuplos o. c. tertij, &c. & sic in cæteris. Ita vt in omnibus columnis appareat progressionem, seu incrementum fieri iuxta numerum potest. propriæ columnæ.

## COROLLARIVM II.

ET quia ex Corollario præcedenti habetur ordinatim ratio o. q. B D, ad o. q. spatiorum, primi nempè, secundi, tertij, &c. ideò eandem rationem habebunt nedum solida rotunda genita ex parallelogrammo, B D, & dictis spatijs reuolutis circa, A D, (tunc autem, A D, debet supponi perpendicularis ipsi, AB,) sed & quæcunq; solida ad inuicem similaria genita ex ijsdem iuxta communem regulam, C D, quomodocunq; D A, sit ipsi, A B, inclinata.

## PROPOSITIO XXXIII.

*Si, proposito quocunq; ex residuis spatijs, B D, in ant. figura, eiusdem numeri spatium quæratur in latere Tabellæ præcedentis Prop. è regione cuius sumantur in prima, & secunda potestatum columna respondentes numeri. Erit factum sub his duobus numeris, ad*

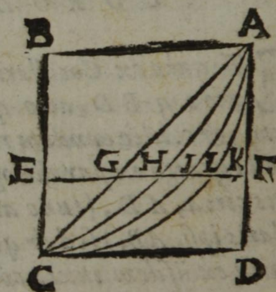


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*eiusdem facti residuum, ab eo dempto duplo differentiæ dictorum numerorum, cum numero minori; vt o. q. B D, ad o. q. residui spatij propositi, assumpta eadem vt in superioribus regula.*

EXposita denuò præcedenti figura assumatur ex. gr. primum spatium residuum, A G C B, & in Tabella præcedenti è regione primi spatij sumantur in prima, & secunda potest. columna numeri 2. & 3. qui inuicem ducti facient 6. Eorum differentia 1. duplicetur, fitq; 2. qui numero minori 2. additus facit 4. quo dempto ex 6. remanent 2. Dico ergo vt 6. ad 2. ita esse o. q. B D, ad o. q. AGCB, regula, CD. Quod verum esse patet ex Prop. 20.

Sumatur nunc secundum residuum spatium, & cum secundo spatio ex dicta Tabella accipiantur numeri col. primæ, & secundæ pot. nempè 3. & 5. Ab his factum est 15. eorum differentia 2. duplicata, iunctaq; ipsi 3. facit 9. qui demptus ex 15. relinquit 8. Dico ergo vt 15. ad 8, ita esse o. q. B D, ad o. q. residui spatij, seu semiparabolæ, AHCB. Quod verum esse ostendit Proposit. 24.




Deniq; vt hoc vniuersaliter ostendatur, assumemus ex. gr. quartum residuum spa-
11. huius. tium, A L C B. Sunt ergo o. q. B D, seu factum sub o. l. B D, & o. l. B D, ad factum sub o. l. B D, & sub o. l. spatij,
23. huius A L C D, vt, B D, ad, A L C D, nempè vt 5. ad 1. Item o. q. B D, ad o. q. A L C D, ex eadem Tabella, quæsita potest. 2. (pro quadratis) in fronte, & lateraliter spatio quarto, dignoscuntur ex numero areali esse vt 9. ad 1. Sed vt 5. ad 1. ita, ducto vtroq; in 9. est factum 45. ad factum 9. Et vt 9. ad 1. ita, ducto vtroq; per 5. est factum 45. ad factum 5. Ergo redegimus has duas proportiones ad communem terminum antecedentem 45. Quoniam ergo o. q. B D, ad factum sub o. l. B D, & o. l. A L C D,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

sunt vt 45. ad 9. Et eadem o. q. B D, ad o. q. A L C D, sunt vt 45. ad 5. Ergo o. q. B D, ad factum sub o. l. B D, A L C D, minus o. q. A L C D, hoc est ad factum sub o. l. A L C B, A L C D, erunt vt 45. ad differentiam numerorum 5. & 9. nempè ad 4. Et ad eandem bis sũptam erunt vt 45. ad 8. Sed ad o. q. A L C D, sunt vt 45. ad 5. Ergo colligendo o. q. B D, ad factum bis sub o. l. A L C B, A L C D, plus o. q. ALCD, erunt vt 45. ad 13. Dempto autem 13. ex 45. remanent 32. Igitur o. q. B D, ad o. q. A L C D, erunt vt 45. ad 32. Hoc est erunt vt factum sub 5. & 9. numeris, col. 1. & 2. pot. è regione quarti spatij constitutis, ad residuum dempto ex 45. numero 13. qui conflatur ex dupla diff. 4. dictorum numerorum, nempè ex 8. & numero minori 5. scilicet vt 45. ad 32. Quod, &c.

| Residua spatia. | Pro Quadratis | Proportio. |
|---|---|---|
| 1 | 6 | 2 |
| 2 | 15 | 8 |
| 3 | 28 | 14 |
| 4 | 45 | 32 |
| 5 | 66 | 50 |
| 6 | 91 | 72 |
| 7 | 120 | 98 |
| 8 | 153 | 128 |
| 9 | 190 | 162 |
| 10 | 231 | 200 |

*Vide proportionem o. q. B D, ad o. q. residuorum spatiorum vsq. ad decimum in praecedenti Columella.*

## *COROLLARIVM.*

*CVm ergo sit nota ratio o. q. B D, ad o. q. residuorum spatiorum eiusdem, B D, euadit quoque nota ratio omnium similarium solidorum ex dictis spatiis, iuxta datam regulam, genitorum.* 33. Exer. 1.

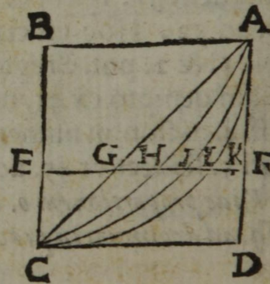
PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO XXXIV.

*In eadem antecèdenti figura, regula eadem, o.c. BD, ad o.c. cuiuſcunque reſidui ſpatij, erunt vt factum ſub numeris primæ, ſecundæ, & tertiæ columnæ poteſtatum eiuſdem Tabellæ, è regione ſpatij exiſtentibus, ad eiuſdem reſiduum, ab eodem dempto facto ſub triplo differentiæ numerorum primæ, & ſecundæ columnæ, & ſub numero tertiæ, plus facto ſub eiſdem numeris primæ, & ſecundæ columnæ.*

VT ex.gr. aſſumpto primo reſiduo ſpatio, è regione primi ſpatij in dicta tabella ſunt in 1. 2. & 3. col. poteſtatum hi tres numeri, 2. 3. 4. factum ſub quibus eſt 24. Differentia inter 2. & 3. eſt 1. eius triplum 3. factum ſub hoc triplo, & ſub 4. eſt 12. factum ſub 2. & 3. eſt 6. qui cum 12. facit 18. quo dempto ex 24. remanent 6. Dico igitur o. c. BD, ad o. c. primi reſidui ſpatij, AGCB, eſſe vt 24. ad 6. Quod patet per Prop. 21.




Sed vt vniuerſaliter fiat demonſtratio, aſſumatur ex. gr. quartum reſiduum ſpatium, ALCB. Quoniam ergò in Prop. ant. oſtenſum eſt, o. q. BD, ad factum ſub o. l. ALCB, ALCD, eſſe vt factum ſub numeris 5. & 9. 1. & 2. columnæ è regione quarti ſpatij, ſcilicet 45. ad differentiam inter 5. & 9. nempè ad 4. o. q. ergo, BD, ad triplum facti ſub o. l. ALCB, ALCD, erunt vt 45. ad 12. Sed vt o. q. BD, ad triplum facti ſub. o. l. ALCB, ALCD, ita eſt factum ſub o. l. BD, & ſub o. q. BD, hoc eſt ita ſunt o.c. BD, ad triplum facti ſub o.l. BD, & ſub ducto o.l. ALCB, in o.l. ALCD. Ergo o. c. BD, ad tria facta

Cor. 1. 11. huius

ſub

sub o. l. B D, o. l. A L C B, & o. l. A L C D, erunt vt 45. ad 12. quod serua. Item o. c. B D, ad o. c. ALCD, quarti spatij, sunt vt 13. numerus tertiæ col. ad 1. Ergo o. c. B D, ad tria facta sub o. l. B D, A L C B, A L C D, plus o. c. A L C D, erunt vt factum sub 13. & 45. nempè 585. ad 201. Nam si proportionis 45. ad 12. commutemus terminos, ducendo vtrosque per 13. fiet pro anteced. numerus 585. & prò consequente 156. similiter si alterius proportionis terminos 13. & 1. ducamus per 45. fiet prò anteced. 585. & prò consequente 45. Retento ergo communi anteced. 585. & iunctis consequentibus 156. & 45. fiet consequens 201. Quapropter o. c. B D, ad tria facta sub o. l. B D, A L C B, A L C D, plus o. c. A L C D, erunt vt 585. ad 201. o. c. verò, B D, æquantur o. c. A L C B, ALCD, & 3. factis sub o. l. B D, ALCB, ALCD, iuxta dicta ad partem posteriorem Prop. 14. Ergo per conuersionem rationis o. c. B D, ad o. c. A L C B, erunt vt 585. ad residuum 384. nempè ab eo dempto 201. Porrò 585. fit ex ductu 13. in 45. & 45. fit ex ductu 5. in 9. Quare antecedens 585. fit ex tribus hisce numeris 5. 9. 13. primæ, secundę, & tertiæ col. consequẽs verò est residuum numeri 201. qui conflatur ex numero 156. & 45. quorum ille fit ex triplo differentię numerorum 5. & 9. qui est 12. ducto in 13. hic verò fit sub 5. & 9. Patet ergo propositum ex hoc similiter in reliquis residuis spatijs quibuscunque.

32. huius

14. huius

Pro cubis.

| Residua spatia. | Proportio. | |
|---|---|---|
| 1 | 24 | 6 |
| 2 | 105 | 48 |
| 3 | 280 | 162 |
| 4 | 585 | 384 |
| 5 | 1056 | 750 |
| 6 | 1729 | 1296 |
| 7 | 2640 | 2058 |
| 8 | 3825 | 372 |
| 9 | 5320 | 4374 |
| 10 | 7161 | 6000 |

*Vide proportionem o. c. B D, ad o. c. residuorum spatiorum vsque ad decimum in præcedenti columella.*

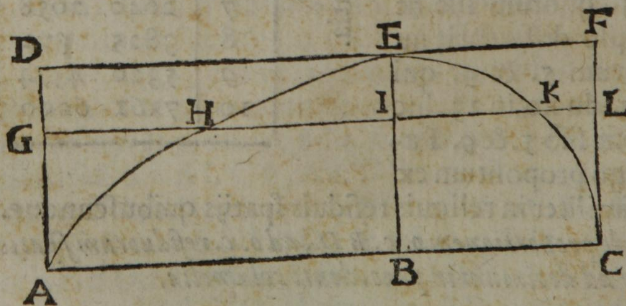
SCHO-

## SCHOLIVM I.

*Methodo igitur consimili procedendo, expensis aliis sequentibus potest. poterit, qui voluerit o.p. quarumcunque ipsius, BD, ad o.p. eiusdem gradus residuorum quorumlibet spatiorum proportionem indagare. Quoniam enim mihi non vacat circa huiusmodi doctrinam amplius immorari, propterea hæc, & alia huiusmodi, quæ circa hoc fæcundissimum theorema de infinitis diagonalibus, vel, vt alii vocarunt, infinitarum parabolarum, inquiri possunt, aliis, quibus plus est, quam mihi, otii, & sanitatis, ad alia properanti, indaganda relinquam.*

## SCHOLIVM II.

*Non reticendum autem duxi hoc insigne circa potestates circuli, vel ellipsis, eas deduci posse ex pot. parabolæ, ita vt habita in superiori figura ratione o.p. BD, ad o.p. AHEB, semiparabolæ, regula, CD, incipiendo à prima, & per reliquas deinceps progrediendo in infinitum, habeatur quoque ratio o.p. quadrati circulo, vel parallelogrammi ellipsi circumscripti, ad o.p. eiusdem gradus circuli, vel ellipsis, si non in omnibus, saltem in aliquibus pot. gradibus, quod ex subiecta figura clarius percipietur.*




Sit

*Sit enim semiparabola, A E B, diameter, A B, vertex, A, & producta, A B, in, C, ita vt, B C, sit æqualis, B E, sit descriptus quadrans circuli, vel ellipsis, E B C, quacunque existente, B C, & compleantur parallelogramma, D B, B F: ducta quoque sit quæcunque ipsi AC, æquidistans, G L, secans, A E, in, H, &, E C, in, K, & sit communis regula, A C. Quoniam ergo vt, G I, ad, I H, ita est q. L I, ad q. I K, & G L, vbilibet ducta est, o. l. D B, ad o. l. A B E, erunt vt o. q. F B, ad o. q. E B C. Similiter vt q. G I, ad q. I H, ita erit qq. L I, ad qq. I K. Ergo vt o. q. D B, ad o. q. A B E, ita erunt o. qq. F B, ad o. qq. E B C, & subinde vt 15. ad 8. Pariter quia vt c. G I, ad c. I H, ita est cc. L I, ad cc. I K: nam c. G I, ad c. I H, habet triplicatam rationem eius, quam habet, G I, ad, I H, hoc est quam habet q. L I, ad q. I K, quæ est duplicata ipsius, L I, ad, I K, & ideò ratio c. G I, ad c. I H, erit sextuplicata rationis, L I, ad, I K. Erit ergo vt cc. L I, ad cc. I K. Est enim cc. sexta pot. & ideò in ratione sextuplicata ipsius, L I, ad, I K. Vt ergo o. c. D B, ad o. c. ABE, ita erunt o. cc. F B, ad o. cc. EBC, nempè vt 35. ad 16.*

Elicitur ex. quar. Quarti Geom. Ind. Cor. 24. huius.

*Habemus ergo rationem o. l. F B, ad o. l. E B C, proximè vt 14. ad 11. Similiter o. q. F B, ad o. q. E B C, sunt vt 3. ad 2. per Cor. Propositionis 1. Lib. Tertij Geom. Ind. De ratione cuborum nil mihi constat. De qq. iam scimus o. qq. FB, ad o. qq. E B C, esse vt 15. ad 8. De cæteris pot. vsque ad cc. nil inquisiui. o. cc F B, ad o. cc. E B C, dictum est esse vt 35. ad 16. Ex reliquarum ergo pot. detecta ratione in parabola, possunt eædem rationes deriuari in pot. circuli, vel ellipsis. Et ita considerato ordine harum pot. in circulo, poterit studiosus attentare num emergat nota vera ratio o. l. F B, ad o. l. E B C, primæ potestatis; hoc est ratio parallelogrammi, F B, ad quadrantem circuli, vel ellipsis, E B C, seu vera circuli quadratura. Quod seduto Lectori sufficiat hac occasione paucis indicasse.*

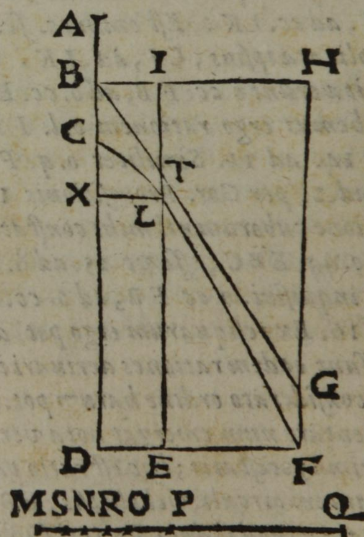
*Denique, tanquam coronidem, addimus mensuram fusi hyperbolici eiusdemq. segmentorum quæ fiunt planis secantibus axi hyperbolæ parallelis, supposita tamen eiusdem hyperbolæ quadratura, vt videre licet in Prop. subsequentibus.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO XXXV.

*Exposita quacunq; semihyperbola, C D F, cuius sit vertex, C, axis, D C, latus transuersum, C A, ordinatim ad axim, DC, applicata, DF, centrum, B, notisq; B C, C D, D F, & supposita hyperbolæ quadratura. Dico notam euadere mensuram fusi hyperbolici ex integra hyperbola geniti per reuolutionem circa basim eiusdem hyperbolæ, cuius dimidia est, D F.*




Completo enim parallelogrammo, H D, sumptaq; regula, A D, & ducto asymptoto, B G, quoniam o. q. D H, ad o. q. quadrilinei, B C F H, sunt vt q. D B, ad q. B C, plus $\frac{2}{3}$ q. H G, seu plus $\frac{2}{3}$ rectanguli sub, A D, D C. Est autem notum q. B C, propter notam, B C, & notum rectangulum, A D C, & subinde nota quoq; illius $\frac{2}{3}$, propter notas, A D, D C, notumq; est, B F, propter notas, B D, D F, erit nota proportio o. q. D H, ad o. q. B C F H. Si ergo vt o. q. D H, ad o. q. B C F H, ita fiat quæcunq; exposita magnitudo nota, M O, ad, O R, etiam ratio, M O, ad, O R, nota erit. Insuper o. q. D H, ad factum sub o. l. D H, & qua-

Elicitur ex 21. Quinti Geo. Ind.

& quadrilinei, BCFH, sunt vt o. l. DH, ad o. l. BCFH, hoc est vt, DH, ad quadrilineum, BCFH; cum ergo supponatur nota semihyperbola, CDF, & notum sit parallelogrammum, DH, erit quoq; nota ratio ipsius, DH, ad, BCFH, & subinde nota ratio o. q. DH, ad factum sub o. l. DH, &, BCFH. Fiat vt o. q. DH, ad factum sub o. l. DH, &, BCFH, (quod est maius o. q. BCFH, quia æquatur facto sub o. l. BCFH, CFD, & o. q. BCFH,) ita, MO, ad, ON, quæ idcircò erit maior ipsa, OR. Erit ergo nota quoq; ratio ipsius, MO, ad, ON. Sumatur, SN, æqualis ipsi, NR. Quia ergo, o. q. DH, ad o. q. BCFH, sunt vt, MO, ad, OR, & eadem ad factum sub o. l. DH, BCFH, sunt vt, MO, ad, ON: ideò o. q. DH, ad differentiam o. q. BCFH, & facti sub o. l. DH, &, BCFH, erunt vt, MO, ad, NR, hoc est o. q. DH, ad factum sub o. l. DFC, BCFH, erunt vt, MO, ad, NR, notam. Vnde o. q. DH, ad idem factum bis, erunt vt, MO, ad, SR. Ergo colligendo, o. q. DH, ad bis factum sub o. l. DFC, BCFH, plus o. q. BCFH, erunt vt, MO, nota ad, OS, notam. Ergo per conuersionem rationis o. q. DH, (quæ sunt æqualia o. q. CDF, o. q. BCFH, plus bis facto sub o. l. DFC, BCFH,) ad o. q. CDF, erunt vt, OM, nota ad, MS, notam. Sed vt o. q. DH, ad o. q. CDF, ita sunt quæcunq; solida ad inuicem similaria genita ex, DH, CDF, iuxta regulam, AD, inter quæ repe- riuntur cylindrus genitus ex, DH, & semifusus hyperbolicus factus ex, CDF. Ergo dictus cylindrus ad dictum semifusum, & subinde integer cylindrus (qui fieret ex duplo parallelogrammi, DH, hyperbolam integram comprehendente, essetq; illius duplus) ad fusum hyperbolicum genitum ex integra hyperbola (qui esset quoq; duplus semifusi) erit vt, OM, ad, MS, hoc est in ratione nota. Sed ille cylindrus notus est, propter notas, BD, DF; ergo & fusus. Quod, &c.

Cor. 1. 11. huius.

13. huius.

33. Exercit. 1.

## COROLLARIVM.

*INtelligitur pariter ex demonstratis nedum cylindrum supradictum ad fusum, sed etiam quæcunq; solida similaria, genita ex dicto parallelogrammo hyperbolam comprehendente, & ex hyperbola, siue, A D, sit axis, siue diameter, currit enim eadem demonstratio, si & angulus, B D F, tunc notus supponatur, regula, A D, esse in ratione nota: & subinde cum genitum ex parallelogrammo notum sit, etiam genita ex hyperbola euadere nota.*

## PROPOSITIO XXXVI.

***In eadem ant. figura, ijsdem suppositis, sit insuper inter, B D, H F, ducta quæcunq; I E, parallela ipsi, A D, secans curuam, C F, in, L, & BG, in, T. Dico, si præter superius nota, supponantur quoq; notæ, D E, E F, notam euadere mensuram vtriusq; segmentorum fusi hyperbolici, geniti ex præfata hyperbola, quæ fiunt plano axi, C D, parallelo, ac per rectam, I E, transeunte.***

ETenim simili methodo fiet demonstratio. Namq; ducta per, L, ipsa, X L, æquidistante ipsi, D F, manifestum est o. q. X I, ad o. q. quadrilinei, B C L I, esse vt q. X B, ad q. B C, plus $\frac{1}{3}$ q. I T, vel plus $\frac{1}{3}$ rectanguli, A X C, quod serua. Et quia notæ sunt, F E, E D, notę quoq; erunt, F D, D E, vel, X L, earumq; quadrata. Sed vt q. DF, ad q. XL, ita est rectangulum, A D C, ad rectangulum, AXC, & notum est rectangulum, A D C, ergo &, AXC, & cum sit nota, AC, etiam, CX, nota erit, vnde &, B X, nota erit, & subinde q. D B, & q. B X, nota erunt. Ergo o. q. DI, ad o. q. XI, (quæ sunt vt q. DB, ad q. BX,) ha-

Elicitur ex 21. Quinti Geo. Ind.

39. Primi Geo. Ind.

Cor. 1. 3. huius.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

habebunt rationem notam; sed & o. q. XI, ad o. q. BCLI, habent rationem notam, quia sunt vt notum q. XB, ad notum q. BC, vna cum $\frac{2}{3}$ rectanguli, AXC, nota. Ergo o. q. DI, ad o. q. BCLI, habebunt rationem notam. Sit hæc quam habet quæcunq; magnitudo nota, MO, ad, OR. Insuper o. q. DI, ad factum sub o. l. DI, BCLI, sunt vt, DI, notum, propter notas, BD, DE, ad spatium, BCLI, notum, propter notam semihyperbolam, CXL, cuius est residuum, & ideò in ratione nota. Sic ergo fiat, MO, ad, ON, & ipsi, NR, sumatur æqualis, NS. Concludemus ergo vt in ant. Prop. o. q. DI, ad o. q. BCLI, plus facto bis sub o. l. BCLI, CDEL, (quæ omnia nota sunt) esse vt, MO, ad, OS, quæ erit ratio nota. Et ideò per conuersionem rationis o. q. DI, ad o. q. CDEL, erunt vt, OM, ad, MS, hoc est in ratione nota. Cum verò o. q. DH, ad o. q. DI, sint vt, FD, ad, DE, hoc est in ratione nota: componendo, o. q. DH, plus o. q. DI, ad o. q. DI, habebunt rationem notam. Ergo o. q. DH, plus o. q. DI, hoc est o. q. parallelogrammi comprehendentis frustum hyperbolæ relectum per, IE, versus partem, D, erunt ad o. q. eiusdem frusti in ratione nota, nam ad o. q. semihyperbolæ deficientis sunt quoq; in ratione nota. Similiter o. q. DH, ad o. q. CDEL, habebunt rationem notam, sit autem hæc, quam habet, QM, ad, MS, & eadem o. q. DH, ad o. q. CDF, habent rationem notam, sit autem hæc, quam habet, QM, ad, MP. Ergo o. q. DH, ad o. q. LEF, erunt vt,

4. huius.

Per ant.

vt, M Q, ad, S P, & in ratione nota. Et o. q. D H, ad o. q. E H, per conuersionem rationis sunt vt, M Q, ad, O Q, quia, Q M, M O, M S, sunt deinceps vt o. q. D H, D I, C D E T, idest in ratione nota. Ergo o. q. E H, ad o. q. L E F, erunt vt, O Q, ad, S P, hoc est in ratione nota. Vt
33. Exercit. 1. vero o. q. ad o. q. ita sunt solida similaria, &c. inter quæ sunt cylindrus genitus ex, E H, & segmentum fusi geniti ex frusto hyperbolæ, L E F. Ergo nota erit ratio cylindri geniti ex, E H, ad segmentum fusi genitum ex, L E F. Sed cylindrus ex, E H, genitus notus est. Ergo & tale segmentum fusi notum erit. Eadem ratione ostendemus reliquum eiusdem fusi segmentum notum esse. Quod, &c.

## COROLLARIVM I.

*Percipimus insimul eandem rationem esse inter solida similaria, genita ex portionibus integri parallelogrammi*
33. Exercit. 1. *hyperbolæ circumscripti, & ex frustis eiusdem hyperbolæ sectis per rectam, I E, eamq; notam esse, & cum nota sint, quæ fiunt ex partibus dicti parallelogrammi, siuè, C D, sit axis, siuè diameter, tunc autem & angulus, C D F, notus esse debet, nota euadent pariter prædicta similaria solida, genita ab eisdem hyperbolæ frustis.*

## COROLLARIVM II.

*Cum ergo proposita in hac, & Prop. præcedenti, nota euadant, supposita hyperbolæ quadratura, hinc manifestum est è conuersò, si absolutè fusi hyperbolici aliquando reperiatur mēsura, illicò notam fore hyperbolæ quadraturam.*

## SCHOLIVM.

*Haec circa vsum Indiuisibilium in pot. cossicis apprimè nostræ Ind. Geometriæ congruere, rectèq; post illius traditam Epitomam in prima, & secunda Exercit. ac de hac me-*

methodo dissertationem habitam in Exerc. tertia subiungi diiudicaui: tum quia per hucusq; tradita in hac Exerc. quarta in nobilissimo Matheseos subiecto, quales sunt cossicæ pot. amplius huiusmodi doctrina elucescit; tum etiam quia per hæc aperti eiusdem riuuli in immensum campum diffundentur. Cum enim rudiora tantum huius artis, & communiora ob tenuitatem nostram attigerimus, speramus eos, qui vt diximus, maiori otio, ac meliori, quam ipse, sanitate perfruuntur, illius penitiora in lucem esse prolaturos. Quibus ideò hanc prouinciam relinquentes, hic iacta anchora, huiusmodi speculationi finem imponimus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# EXERCITATIO QVINTA.

## In qua de vniformiter difformiter grauibus per Indiuisibilia instituitur contemplatio.



*Actenus Geometria non nisi grauitatem vniformem in eodem graui supposuit, ac examinauit: quamuis autem in corporibus diuersis varios quoq; eiusdem gradus admiserit, attamen quæ circa eandem grauitatem symptomata euenirent, si in eodem graui non vniformiter, sed vniformiter difformiter illa diffunderetur, nemo, quod sciam, hucusq; in lucem protulit. Rem igitur gratam studiosis sperans me facturum esse, ad nouam hanc doctrinam excolendam non sine magna curiositate animum applicui, duoq; præcipuè in hac Exercitatione circa vniformiter difformiter grauia (prout scilicet à me in sequentibus definiuntur) meditatus sum;* Def. 8. & 9. subsequentes. *nempè quodnam sit eorum centrum grauitatis, & quam rationem habeat grauitas vniformis ad difformem in singulis grauibus. Vtrumq; mihi suppeditarunt Indiuisibilia, &*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

hoc saltem in insignioribus figuris. Decreueram quæcunq; hic per ea ostenduntur, vt Indiuisibilium parum amico amplius satisfieret, etiam stylo Archimedeo demonstrare, veluti in Prop. 8. & 10. subsequentibus studiosus animaduertet: sed quia nimis longa hæc Exerc. euasisset, ac ne tibi præriperem, benigne Lector, occasionem periculum faciendi vtrum ea, nec ne vera prodiderint, consultò ab hoc abstinui. Inanem fortè aliquis putabit huiusmodi doctrinã ex eo quod his suppositionibus natura in suis operationibus nequaquam fortè consentiat. Huic tamen puto responderi posse non omnia, quæ à Geometris considerantur, necesse eße vt ad amussim in rerum natura reperiantur, quæ plerumq; materiæ sordibus, ac imperfectionibus inuolutæ, tanquam inconstantes ægrè sub scientiam cadere possunt. Quapropter coguntur Mathematici abstrahere ab ipsa materia sensibili, ac in purissimis & simplicissimis figuris, eodem semper modo se habentibus, suas contemplationes instituere. Sic & Archimedes doctrinam de Spiralibus tradidit, etiam si fortè nulla huiusmodi linea in mundo reperiatur. Sic & Galileus, ac nouissimè Torricellius, motus localis passiones iuxta ab ijsdem suppositiones factas examinarunt, quomodocunq; natura in ipso motu locali operetur. Quæ omnia etiamsi ad humanos vsus minimè deseruirent, ea tamen vt contemplatricis nostræ virtutis alimenta neutiquam essent negligenda. Frustra enim alioquin tam anxiè quærerent Geometræ exactissimam circuli quadraturam, duarum mediarum inter duas datas linearum quantitatem, anguli rectilinei trisectionem, & similia; cum in eo, quod spectat ad physicam vtilitatem satis superq; fuerit hæc propinquè adinuenisse. Vndè

egregiè

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*egregiè Proclus in Com. in Euclidem Lib. 1. Cap. 9. de huiusmodi vtilitate ab ipsa Mathesi in intellectum redundante sic locutus est.* Eius autem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, neque necessitati studentes iudicare æquum ducemus: sic enim ipsam quoque contemplantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis separat, hæcque minimè respicere, nec cognoscere appetit. Quod sanè Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu eos auertit; ab omni verò necessitate, ac vsu benè solutam ipsorum cogitationem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. *Etiamsi igitur nihil tale, quale hic supponimus, reperiri posset in rerum natura, id tamen vti ad mentis directum vtilitatem, & oblectamentum studioso excipiendum esset. Perinde enim ac Rethores in suis declamationibus, aut docendi alios, aut exercendi se gratia fictā causam agunt, vt postea in veris causis promptius orare possint: sic & ipse etiamsi quodamodo fictam materiam proposuissem, hoc tamen & ad ingenij exercitium, & ad vsum Indiuisibilium amplius capescendum, plurimum valere nullus puto dubitabit. Quod si ex alia parte ipsius naturæ operationes attentius inspiciamus, an non vbique huiusce vniformis difformitatis illico vestigia apparebunt? Cum experiamur actiones naturales quò magis virtus à suo fonte elongatur, eò magis, ac magis elanguescere, donec omninò euanescat, quacunque ratione respectu distantiarum ab eodem fonte id contingat: ita vt si natura his nostris suppositionibus ad vnguem non consetiat, nec*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

tamen omninò dissentire videatur. Prætereo hac occasione hic quoque diuersa ab alijs ratione, inueniri centra grauitatis insigniorum tam planarum, quàm solidarum figurarum vniformiter grauium, nonnullaque in fine attingi circa materiam momentorum grauium, quæ à fulcimento sustinentur (cum affine quid redoleant dicta momenta grauitati difformi) vt hæc Exerc. saltem quoad hanc partem non omnino in physicis spernendæ vtilitatis censeri possit. Denique qualiscunque sit hæc doctrina, eam tuo iudicio studiose Lector subijcere volui, cui si haud displicuisse cognouero ad eam accuratius elaborandam, si Deus vitam, mitioremq; ægritudinem concesserit, omnes neruos contendam, vt hæc tibi melius concinnata, ac graphicè descripta, amplius satisfacere possint. Sed ommissis parergis nunc ad ipsam rem propius accedamus.





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# DEFINITIONES.

## I.

GRauitas est vis eam habentis absolutè descensiua.

## II.

GRaue dico, quod grauitatem habet, vel habere concipitur.

*Sub nomine grauis hic comprehēduntur nedum corpora, quibus tantum, physicè loquendo, grauitas competit; sed etiam superficies, lineæ, ac puncta. His enim perinde ac si à corporibus seiuncta essent, grauitatem assignat intellectus, vt subinde ab alijs ad ipsa corpora commodius transeat. Non ita tamen vt eorum grauitates promiscuè sint comparabiles, sed illorum tantum, quæ erunt eiusdem generis vt linearum inter se, superficierum inter se, &c.*

## III.

MOmentum grauis est illius conatus ad descendendum, ex quacunque distantia suspensi.

*Cum hic conatus sit in diuersis distantijs diuersus, vt in sequentibus patebit, hinc intelligitur idem graue diuersa quoq; momenta habere posse.*

## IV.

SI grauia æqualia (vt & eorum quęcunq; partes ęquales) ex ęqualibus distantijs suspensa æquèponderent: illa inter se comparata, (vt eorum vnumquodq; in seipso) dicentur eiusdem gradus grauitatis, vel vniformiter grauia.

## V.

SI grauia æqualia, quorum vnumquodq; sit vniformiter graue, ex æqualibus distantijs suspensa non æquèponderent. vel si grauia inæqualia, quorum vnumquodq; sit vniformiter graue, ex æqualibus distantijs suspensa æquèpon-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ponderent, dicentur inter se comparata diuersi gradus grauitatis.

*Alij vocant hos gradus diuersas species grauitatis; quomodocunq; tamen eos velimus appellare, nil refert, dummodo in ipsa re conueniamus, vt puto nos in hac, & superioribus definitionibus cum alijs huius doctrinæ Auctoribus concordare. Cum verò, quicunq; assignetur gradus grauitatis, eo maiorem, & minorem quantumcunq; concipere possimus, non secus ac in omni quantitate continua licet quacunq, data maiorem, vel minorem ad libitum assignare; ideò patet à dato gradu tam ascendendo, quam descendendo, per infinitos gradus deinceps semper maiores, vel deinceps semper minores, processum fieri posse. Vnde manifestum est dari posse quoq; progressum à nullo gradu semper ascendendo per infinitos gradus grauitatis.*

## VI.

IGitur limitem quotcunq;, & quorumcunq; graduum grauitatis appello nullum gradum, seù illud quod supponitur nullum habere grauitatis gradum.

*Hic limes in sequentibus erit punctum, vel linea, vel superficies.*

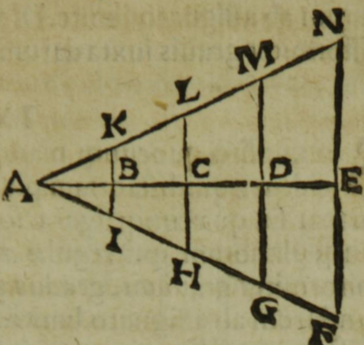
## VII.

CVm à limite graduum grauitatis ad datum quemcunq; gradum continuò ascendendo iuxta diuersas proportiones incrementum graduum fieri possit, nunc tantum illud supponemus, quo gradus grauitatis iuxta proportionem distantiarum à limite (siue is sit punctum, siuè linea, vel superficies) augentur. Hoc autem incrementum vniforme grauitatis dicetur.

*Ex hoc verò patet hoc incrementum vniforme grauitatis fieri iuxta incrementum parallelarum basi cuiuscunque trianguli constituto limite eiusdem vertice, & ab eo versus basim per æquales distantias progrediendo. Vt in triangulo, A F N, ducta ab, A, vertice, qui sit limes (subintellige semper limitem graduum grauitatis, etsi hoc non exprimatur) super basim, F N, perpendiculari, A E, secetur alterum laterum, vt, A F, in quotcunq; partes æquales, A I, I H, H G, G F; & per puncta,*

G, H,

*G, H, I, agantur eidem basi, F N, parallelæ, G M, H L, I K, secantes, A E, A N, in punctis, D, C, B; M, L, K. Si ergo intellexerimus ab, A, limite continuò procedere gradus grauitatis vsq; ad maximum in, E, per incrementum vniforme, idem processus erit linearum dicti trianguli ipsi, F N, parallelarũ. Etenim si ex. gratia in continuo*




*graduum grauitatis incremento habeatur in distantia, A B, quidam gradus grauitatis, in, C, habebimus alium gradum duplum primi ex hypothesi, quia distantia, C A, dupla est, B A; in, D, triplum, & in, E, quadruplum, vnde dicti gradus procedent vt lineæ prædictæ, I K, H L, G M, F N. Immò si ipsa, I K, assumatur pro ipsomet gradu grauitatis, qui est in distantia, A B, reliquæ, H L, G M, F N, referent reliquos gradus distantiarum, A C, A D, A E. Et vniuersaliter quæcunq; in triangulo, A F N, ipsi, F N, parallela connotabit gradum grauitatis qui erit in eiusdem parallelæ ab, A, distantia. Igitur dicti gradus nedum progrediũtur vt dictæ parallelæ, sed eadem parallelæ pro ipsismet gradibus assumi possunt.*

*Insuper cum in basi æquali ipsi, F N, possint fieri triangula maioris, & minoris altitudinis, quam, A E; si eorum bases assumantur tanquam idem gradus grauitatis, quorum vertices sint limites patebit à limite vsq; ad quemcunq; assignatum gradum grauitatis per omnes gradus intermedios sumptis eorum altitudinibus tanquam distantijs, & subinde per quãcunq; distantiam eadem, A E, minorem, vel maiorem, processum fieri posse.*

## VIII.

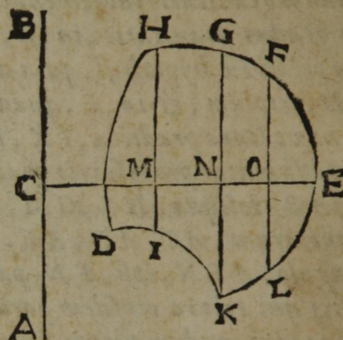
SI, exposita quacunq; recta linea tanquam limite, ac regula, in eodem cum ipsa plano, & tota ad eandem dictæ lineæ partem sit quęcunq; plana figura, in qua ductarum quotcunq; linearum ipsi regulæ parallelarum, & in seipsis vniformiter grauium, gradus grauitatis sint in ratione distã- E. Def. 2 Geo. Ind.

tia-

tiarum ab assignato limite. Dicta figura vocetur vniformiter difformiter grauis iuxta datum limitem.

## IX.

SI exposito quocunq; plano tanquam limite, ac regula eidem æquidistantium planorum, tota ad eandem illius partem sit quæcunq; figura solida; in qua ductorum quotcunq; planorum ipsi regulæ æquidistantium, & in seipsis vniformiter grauium, gradus grauitatis sint in ratione distantiarum ab assignato limite. Dicta solida figura vocetur vniformiter difformiter grauis iuxta datum limitem.




*Vt si sit, AB, recta linea limes, & regula pro figura plana, D L E F, in eodem cum ipsa plano, & tota ad alteram eiusdem, AB, partem existente; ducantur autem in ea quotcunque ipsi, A B, parallelæ, nempè, I H, KG, L F, singulæ in seipsis vniformiter graues; & sint earum gradus grauitatis in ratione distantiarum à limite, A B, nempè ipsarum, CM, CN, CO; illa dicetur vniformiter difformiter grauis iuxta limitem rectam, A B.*

*Ita quoq; si, AB, sit planum, limesq; ac regula pro figura solida, D L E F, in qua gradus grauitatis quotcunq; planorum ipsi, AB, æquidistantium, nempè, I H, KG, LF, singulorumq; in seipsis vniformiter grauium, sint in ratione distantiarum, CM, CN, CO: illa dicetur vniformiter difformiter grauis iuxta limitem planum, AB.*

*Alio modo possent figuræ tam planæ, quam solidæ vniformiter difformiter graues definiri; scilicet eas esse, quæ gigni intelliguntur per fluxum rectæ lineæ, vel plani eidem, AB, limiti semper æquidistantis, cuius gradus grauitatis continuò ab, AB, descendendo augeatur iuxta incrementum distantiarum ab eodem limite, A B.*

*Breuitatis tamen causa figuras uniformiter difformiter graues tantum difformiter graues appellabimus, tacitè uniformiter subin-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*subintelligentes. Similiter cum limes erit recta linea, vel planum, ipsum semper quoq; supponemus linearum, vel planorum æquidistantium, quorum considerabuntur grauitates, esse regulam, licet non addetur nomen regulæ.*

X.

CEntrum grauitatis tam in vniformiter, quam in difformiter grauibus, est, ex quo, vel sola cogitatione, suspensum graue, quemcunque situm dederis illum retinet.

*Hæc est Steuinij definitio pro vniformiter grauibus, quam & nos pro difformiter grauibus pariter retinemus.*

XI.

CEntrum æquillibrij dati grauis, vel duorum datorum grauium, est punctum, à quo suspenditur datum graue, seu aggregatum ex datis grauibus, per eorum centrum grauitatis.

XII.

GRauia plana, vel solida proportionaliter analoga in grauitate dicentur, quæ in eadem erunt altitudine, & in quibus ductis quotcũque planis dictam altitudinem perpendiculariter secantibus, genitarum in alterutro grauium magnitudinum (siuè hæ sint lineæ rectæ, vel plana) grauitates erunt inter se, vt grauitates genitarum in reliquo graui, in directum prædictis respondentium. Et cum illorum homologæ erunt æquales, æqualiter analoga in grauitate, si libuerit, etiam vocabuntur.

*Communis est hæc desinitio tam vniformiter, quàm difformiter grauibus. Similiter nedum conuenit grauibus eiusdem rationis, sed etiam diuersæ: vt cum inuicem comparabuntur grauia, quorum vnum erit figura plana, alterum verò solida.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# POSTVLATA.

I.

IN quocunque siuè vniformiter, siuè difformiter graui, vnicum esse centrum grauitatis.

II.

MOlium æqualium, & in seipsis, ac inter se vniformiter grauium, esse æquales grauitates.

III.

MOlium quarumcunque æquè grauium, & ab eadem, vel æqualibus distantijs suspensarum, æqualia esse momenta.

IV.

SI gradui grauitatis cuiuscunque molis in seipsa vniformiter grauis superaddi æqualis prædicto gradus grauitatis intelligatur, eiusdem molis grauitas duplicabitur. Et ita tres gradus dabunt triplam grauitatem, quatuor quadruplam, &c. tum in eadem, tum etiam in æqualibus figuris, quarum vnaquæque sit in seipsa vniformiter grauis.

V.

*Per Indiuisibilia.*

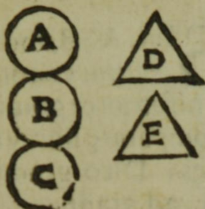
IDem esse centrum grauitatis cuiuscunque figuræ planæ, & omnium linearum eiusdem; ac cuiuscunque figuræ solidæ, & omnium planorum eiusdem, regula quauis assumpta, siuè figuræ vniformiter, siuè difformiter graues supponantur.

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO I.

*Si duo quæcunque grauia fuerint in seipsis, & inter se comparata, vniformiter grauia: erit vt moles ad molem, ita grauitas ad grauitatem.*




SInt duo quæcunque grauia, A, D, in seipsis, & inter se comparata vniformiter grauia. Dico molem, A, ad molem, D, esse vt grauitatem, A, ad grauitatem, D. Accipiantur ipsi, A, quotcunque moles æquales, B, C, in seipsis, & cum A, vniformiter graues. Similiter sumantur ipsi, D, quotcunque moles æquales, in seipsis, & cum, A, vniformiter graues, vt, E. Quoniam ergo moles, A, B, C, sunt inter se æquales, necnon in seipsis, & inter se vniformiter graues, earum grauitates erunt æquales. Eodem modo ostendemus grauitates ipsarum, D, E, esse æquales. Quotuplex ergo est aggregatum molium, ABC, molis, A, totuplex erit aggregatum grauitatum, A B C, grauitatis, A. Et ita quotuplex est aggregatum molium, DE, molis, D, totuplex erit aggregatum grauitatum, D E, grauitatis, D. Habemus igitur æquè multiplices primæ, & tertiæ, nempè molis, & grauitatis, A, vt & secundæ, & quartæ, nempè molis, & grauitatis, D, si autem aggregatum molium, A B C, fuerit æquale aggregato molium, D E, scilicet multiplex primæ multiplici secundæ; etiam aggregatum grauitatum, A B C, erit æquale aggregato grauitatum, D E, nempè multiplex tertiæ multiplici quartæ, & si illud erit maius, & hoc maius, vel si minus, & hoc minus. Ergo prima ad secundam erit, vt tertia ad quartam. Hoc est moles, A, ad molem, D, erit vt grauitas, A, ad grauitatem, D. Quod ostendendum erat.

Post. 2.

Post. 2. Def. 5. Quinti Elem.



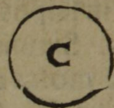
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO II.

*Si duo quæcunque grauia fuerint mole æqualia, & eorum vnumquodq; in seipso vniformiter graue, at inter se comparata non vniformiter grauia: erit gradus grauitatis ad gradum grauitatis, vt grauitas ad grauitatem.*









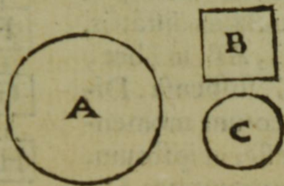

SInt, A, B, moles æquales, & earum vnaquæque in seipsa vniformiter grauis, at inter se comparatę non vniformiter graues. Dico gradum grauitatis, A, ad gradum gauitatis, B, esse vt grauitatem, A, ad grauitatem, B. Assumatur moles, C, æqualis ipsi, A, sed cuius gradus grauitatis sit vtcumq; multiplex gradus grauitatis, A, vt ex. gr. triplus. Similiter accipiatur moles, D, æqualis ipsi, B, sed cuius gradus grauitatis sit vtcunq; multiplex gradus grauitatis, B, vt ex. gr. duplus. Quoniam ergo ipsius, C, gradus grauitatis triplus
Post. 4. est gradus, A, etiam grauitas, C, tripla erit grauitatis, A. Sic quia gradus, D, duplus est gradus, B, etiam grauitas, D, dupla erit grauitatis, B. Habemus igitur æquè multiplices primæ, & tertiæ, nempè gradum grauitatis, C, & grauitatem, C, gradus, A, & grauitatis, A. Similiter gradus, D, & grauitas, D, sunt æquè multiplices secundæ, & quartæ, nempè gradus, B, & grauitatis, B. Si autem multiplex primæ, nempè gradus, C, sit æqualis multiplici secundæ, hoc est gradui, D, etiam multiplex tertiæ, hoc est grauitas, C,
Post. 2. erit æqualis multiplici quartæ, scilicet grauitati, B, quia
Defin. 5. Quinti Elem. moles, C, D, sunt æquales, cum adæquentur æqualibus, A, B. Et si ille fuerit maior, & hæc maior erit, vel si minor, & hæc minor. Ergo prima ad secundam erit vt tertia ad quartam. Hoc est gradus grauitatis, A, ad gradum grauitatis, B, erit vt grauitas, A, ad grauitatem, B. Quod, &c.

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO III.

*Si duo quæcunque grauia fuerint in seipsis vniformiter grauia, at inter se diuersi gradus grauitatis: erunt eorundem grauitates iter se in ratione composita ex ratione molium, & ex ratione graduum grauitatis.*




SInt duo quæcunque grauia, A, B, in seipsis vniformiter grauia, sed inter se diuersi gradus grauitatis. Dico grauitatem, A, ad grauitatem, B, habere rationem compositam ex ratione molis, A, ad molem, B, & ex ratione gradus grauitatis, A, ad gradum grauitatis, B. De foris enim sumatur moles, C, æqualis ipsi, B, in se vnif. grauis, sed eiusdem gradus grauitatis cum, A. Grauitas ergo, A, ad grauitatem, B, habebit rationem compositam ex ratione grauitatis, A, ad grauitatem, C, & grauitatis, C, ad grauitatem, B, sed grauitas, A, ad grauitatem, C, est vt moles, A, ad molem, C, seu ad molem, B, ex hypothesi ipsi, C, æqualem. Item grauitas, C, ad grauitatem, B, est vt gradus grauitatis, C, seu, A, ex suppositione, ad gradum grauitatis, B. Ergo grauitas, A, ad grauitatem, B, habet rationem compositam ex ratione grauitatis, A, ad grauitem, B, & ex ratione gradus grauitatis, A, ad gradum grauitatis, B. Quod, &c.

Def. 12. Primi Geo. Ind.

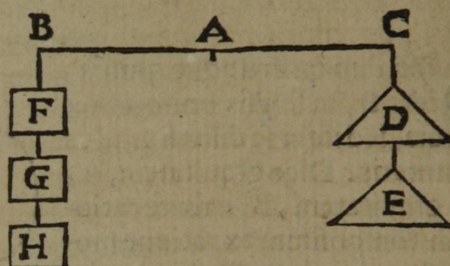
1. huius.

Prop. an

PRO-

# PROPOSITIO IV.

*Si duo quæcunq; siuè vnifor. siuè diffor. grauia, ab eadem, vel æqualibus distantijs suspendantur: eorum momenta erunt in ratione grauitatum eorundem grauium.*




SInt duo quæcunq; grauia, D, F, ab eadem, vel equalibus distãtijs, AC, AB, in libra, BC, suspensa. Dico eorum momenta esse, vt ipsorummet grauitates. Sumãtur ipsi, F, quotcunque moles singulæ æquègraues, G, H; & ipsi, D, aliæ quotcunque singulæ æquègraues, vt, E. Quoniam ergo, F, G, sunt moles æquègraues, & ab eadem distantia, AC, suspensæ, ideò erunt æqualium momentorum. Eadem ratione ostendemus momentum ipsius, H, æquari momento ipsius, F. Quotuplex ergo est grauitas ipsorum grauium, FGH, grauitatis, F, totuplex est aggregatum ex momentis, HGF, seù momentum, HGF, momenti, F. Eodem modo ostendemus quotuplex est grauitas ipsorum, ED, grauitatis, D, totuplex esse momentum ipsorum, ED, momenti, D. Si autem grauitas, FGH, multiplex primæ, æqualis est grauitati, ED, multiplici secundæ, etiam momentum, FGH, multiplex tertiæ æquabitur momento, ED, multiplici quartæ, & si illa erit maior, & hoc maius erit, & si minor, minus. Ergo prima ad secundam erit vt tertia ad quartam. Hoc est grauitas, F, ad grauitatem, D, erit vt momentum, F, ad momentum, D. Quod, &c.

Post. 3.

Post. 3.

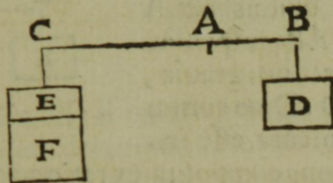
Def. 5. Quinti Elem.

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO V.

*Si quæcunq; æquè grauia ab inæqualibus distantijs suspendantur: erunt eorum momenta in ratione distantiarum.*



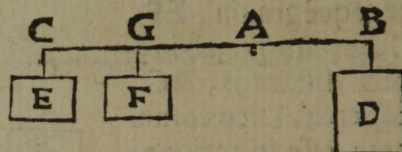

SInt æquègrauia, EF, D, quęcunque, ab inęqualibus distantijs, AC, AB, suspensa. Dico eorum momenta esse in ratione distantiarum, AC, AB. Intelligatur ab, EF, maioris distantiæ ablata moles, E, ad cuius grauitatem sit grauitas, A, reciprocè, vt distantia, CA, ad AB. Moles ergo, E, æquèponderabit ipsi, D, per ostensa ab Archimede in Prop. 6. Libri Primi Aequèpond. quæ vt ibidem ait & Guid. Vbaldus ad omnes quoque moles trasferuntur. Igitur momentum ipsius, E, erit æquale momento ipsius, D. Est autem momentum, EF, ad momentum, E, hoc est ad momentum, D, vt grauitas, EF, seù, D, ad grauitatem, E: & grauitas, D, ad grauitatem, E, est vt, CA, ad AB, ex hypothesi. Ergo momentum, EF, ad momentum, D, est vt, CA, ad AB. Quapropter æquègrauium momenta sunt in ratione distantiarum, à quibus suspenduntur. Quod, &c. Prop. ant.

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO VI.

*Quorumcunque grauium à quibuslibet distantijs suspensorum, momenta sunt in ratione composita ex ratione distantiarum, & grauitatum.*




SInt à distantijs quibuslibet, AC, AB, suspensa quæcunq; grauia, E, D. Dico eorum momenta esse in ratione composita ex ratione distantiarum, & grauitatum. Deforis enim sumpta mole, F, ipsi, E, æquègraui, illa suspendatur in distantia, AG, ipsi, AB, æquali. Momentum ergo, E, ad momentum, D, habet rationem compositam ex ratione momenti, E, ad momentum, F, scilicet, CA, ad AG, vel AB, quia, E, F, sunt moles æquègraues; & ex ratione momenti, F, ad momentum, D, scilicet ex ratione grauitatis, F, seù, E, ad grauitatem, D, nam, GA, AB, sunt æquales distantiæ. Ergo momentum, E ad momentum, D, est in ratione composita ex ratione, CA, ad, AB, & ex ratione grauitatis, E, ad grauitatem, D. Quod, &c.

Def. 12. Primi Geo. Ind.

Prop. ant.

4. huius.

*SCHOLIVM.*

*SI ergo ostensa ab Archimede loco supracitato ad omnis generis grauia transferantur, patebit has tres proximas Propositiones superiores de ijs quoque verificari. Reminiscatur autem studiosus hoc, quod in præsenti Prop. demonstratur suppositum fuisse in Exerc. Tertia, Cap 4. Pag. 231. Illi ergò per hæc defectui nunc suppleri potest.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO VII.

*Si recta quædam linea indefinita transeat per centra grauitatis quotcunque molium eiusdem generis: centrum grauitatis aggregati ex omnibus illis erit in eadem recta linea, & in ea ipsius portione, quæ iungit centra grauitatis molium extremarum.*

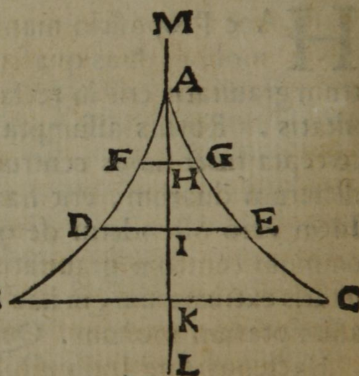
HAec Propositio manifesta est; si enim ex propositis molibus duas quascunque acceperimus, earum centrum grauitatis erit in recta iungente ipsarum centra grauitatis. Rursus assumpta alia quacunque mole, in intercepta inter huius centrum grauitatis, & centrum prædictarum duarum, erit harum trium centrum grauitatis. Idem verò ostendetur de quatuor, quinque, &c. Ergo omnium centrum grauitatis erit in iungente centra grauitatis extremarum, in hac enim erit centrum quotcunque assumptarum molium. Quod, &c.

Hactenus sine Indiuisibilibus nunc vero per illa procedemus.



## PROPOSITIO VIII.

*Si recta linea indefinita transeat per centrum grauitatis cuiusque omnium linearum figuræ planæ, vel cuiusque omnium planorum solidæ, regula quauis assumpta: in eius portione in figura comprehensa, erit ipsius figuræ centrum grauitatis. Dicatur autem talis recta axis grauitatis eiusdem figuræ.*




IN figura quacunq; plana, ABC, transeat recta indefinita, ML, per centra grauitatis cuiuscunque omnium linearum eiusdem, regula, BC, vt per, H, I, K, centra grauitatis rectarum, FG, DE, BC, ipsi, BC, parallelarum, & sic in cæteris. Dico in, AK, quæ concipitur in figura, esse centrũ grauitatis eiusdem figuræ, ABC. Quoniam enim in, AK, sunt quarumlibet linearum ipsi, BC, parallarum singillatim centra grauitatis, ideò in eadem, A K, erit omnium centrum grauitatis, collectiuè sumptarum, hoc enim patet per methodum antecedentis. At idem est centrum omnium
Post. 5. linearum, & figuræ planæ ABC. Ergo in, AK, erit figuræ, ABC, pariter centrum grauitatis.

Quod si supposuerimus, ABC, esse solidum, in quo, regula basi, BC, sint quotcunque plana ipsi, BC, parallela, DE, FG, & per eorum centra grauitatis, H, I, K, transire, A K; ostendemus eodem modo in, AK, esse centrum graui-
Post. 5. tatis omnium planorum solidi, ABC, regula, BC, & subinde etiam ipsius solidi. Quod, &c.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## SCHOLIVM.

*Hoc patet verificari siue figuræ tam planæ, quam solidæ, supponantur vniformiter, siuè difformiter graues, quia Postulatum 5 comprehendit vtrunque genus grauium.*

*Si quis verò abhorreat ab Indiuisibilibus, recolat ostensa circa vniformiter grauia à Luca Valerio Lib. Primo de cẽtro grau. solidorum, Prop. 22. ibi enim probat;* Omnis figuræ circa diametrum in alteram partem deficientis in diametro *(quæ transit per centrum grauitatis cuiuscunq; lineæ ad ipsam ordinatim applicatæ, quia illam bifariam secat)* esse centrum grauitatis. *Idemq; colligit in Corollario eiusdem Prop. pro omni solido circa axim (qui transit per centrum grauitatis cuiuscunque plani, tangenti solidum in vertice æquidistantis) hoc est in axe esse centrum grauitatis dicti solidi. Vniuersaliter autem constat ex ibidem ostensis;* omnis figuræ planæ, siuè solidæ, cuius termini omnis cauitas sit interior, atque ideò intra terminum centrum grauitatis, & cuius pars aliqua esse possit, quæ à tota figura deficiens minori defectu quacunque magnitudine proposita, habeat centrum grauitatis in aliqua certa linea recta intra terminum figuræ constituta, esse in ea recta linea totius figuræ centrum grauitatis. *Per hæc ergo habebit studiosus modum, quo sibi amplius satisfaciat in ijs omnibus figuris, quas huiusmodi conditionem habere comperierit. At vniuersalissimè pro omnibus figuris id demonstrare, aliter quam per Indiuisibilia difficillimum puto.*

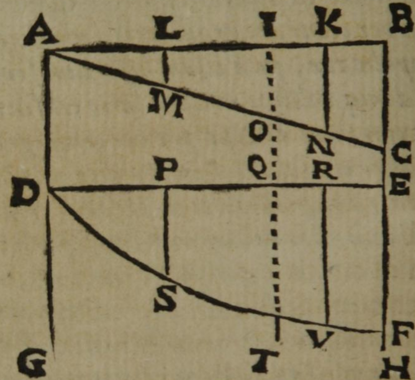




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO. IX.

*Si duo quæcunque grauia fuerint proportionaliter analoga in grauitate; eorum centra grauitatis aberunt æqualiter à verticibus eorundem.*




Sint prius inter parallelas,& horizōti perpendiculares, AG, BH, in earumque plano constitutæ, hoc est in eadem altitudine, duæ quælibet figuræ planæ, ABC, DEF, siue vniformiter ambę, siuè difformiter graues, vel vna vniformiter, altera difformiter grauis, quę sint proportionaliter analogæ in grauitate. Dico earum cētra grauitatis æqualiter abesse à verticibus earundem. Ductis ergo quotcunque lineis rectis dictam communem altitudinem secantibus, & subinde ipsis, AG, BH, parallelis, sint ex eisdem in figuris interceptæ, KN, LM, RV, PS, & sit, KN, in directum ipsi, RV, &, LM, ipsi, PS. Erit itque grauitas ipsius, KN, ad grauitatem, LM, quemadmodum grauitas, RV, ad grauitatem, PS, ex hypothesi. Supponantur vtræque figuræ suspensæ à puncto, I, à quo descendat recta, IOQT, ipsis, AG, BH, parallela, & subinde horizonti perpendicularis, & sit, I, centrum æquilibrij alterutrius dictarum, vt ipsius, ABC. Dico idem, I, esse centrum æquilibrij reliquæ figuræ, DEF. Namquè dicta figura, DEF, manebit in hoc situ, in quo parallelę, RV, PS, sunt horizonti perpendiculares, quod sic probatur. Etenim momentum ipsius, KN, ad momentum, LM, habet rationem compositam ex ratione distantiæ rectę, KN, ab, I, ad

Def. 12. (margin, beside "sint proportionaliter ana")
Def. 12. (margin, beside "PS. Erit itque")
Def. 11. (margin, beside "la, & subinde")
6. huius. (margin, beside "rationem compositam")

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ad distantiam, rectæ, LM, ab eodem, I, & ex ratione grauitatis, KN, ad grauitatem, LM, hoc est ex hypothesi ex ratione grauitatis, RV, ad grauitatem, PS. Sed ex ijsdem componitur ratio momenti, RV, ad momentum, PS. Ergo momentum, KN, ad momentum, LM, erit vt momentum, RV, ad momentum, PS. Idem quoque eodem modo de momentis quarumcunque ipsi, AG, parallelarum sibi respondentium ostendetur, quod nempè sint proportionalia. Habemus ergò duos magnitudinum ordines, nempè momenta omnium linearum figuræ, ABC, & momēta omnium linearum figuræ, DEF, ita sibi, se habentia, vt vnicuique momento lineæ sumptæ in, ABC, respondeat momentum lineæ in directum cum illa existentis, scilicet habemus tot momenta in vno ordine, quot in alio. Cum vero, ABC, per, IT, secetur in figuras, AIO, IBCO, &, DEF, in figuras, DQT, QEFT: totque sint omnia momenta figuræ, IBCO, quot omnia momenta figuræ QEFT: similiter cum sint tot omnia momenta figuræ, AIO quot omnia momenta figuræ, DQT. Ideò omnia momenta, IBCO, ad omnia momenta, AIO, erunt vt omnia momenta, QEFT, ad omnia momenta, DQT, per demonstrata in Exercitatio. Quarta, & eius Scholio Prop. 10. Sed omnia momenta, IBCO, æquantur omnibus momentis, AIO, cum enim, I, sit centrum æquilibrij figuræ, ABC, erit in recta, IOT, tam centrum grauitatis eiusdem, ABC, quam omnium linearū, ABC, quarum, I, erit quoque centrum æquilibrij. Igitur & omnia momenta, QEFT, æquabuntur omnibus momētis, DQT. Igitur, I, erit centrum æquilibrij omnium linearum figuræ, DEF. Vnde in IT, erit earum centrum grauitatis, & subinde centrum grauitatis quoq; figuræ, DEF. Igitur centra grauitatis figurarum, ABC, DEF, æqualiter aberunt à verticibus earundem, A, D.

Def. 12.

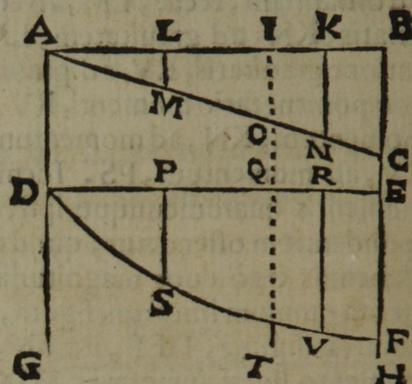
6. huius.

Def. 11. Post. 5.

Def. 11. Post. 5.

Vt vero intelligatur hoc verum esse de quibuscunque magnitudinibus proportionaliter analogis in grauitate, supponemus posterius, AG, BH, esse plana parallela, horizontique perpendicularia, & in ijsdem, nempè in eadem altitudine constituta quęcunque grauia proportionaliter analoga in grauitate, vt ex. gr. ABC, figuram solidam, &, DEF,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

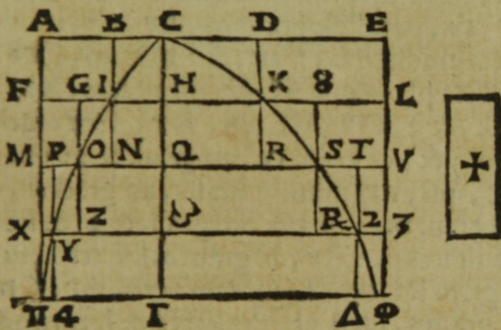



EF, planam. Traiectis autem quotcunque planis ipsis, AG, BH, parallelis, supponemus quoq; ab ipsis fieri in solido, ABC, plana, LM, KN, & in figura plana, DEF, rectas, PS, RV, ita vt planum, LM, & recta, PS, fiant ab eodem plano, & ab eodem planum, KN, & recta, RV. Sint insuper ab, I, quod sit centrum æquilibrij grauis, ABC, suspensa vtraque grauia, descendente pariter ab, I, recta, IT, horizonti perpendiculari, quæ sit in plano figuræ, DEF. Vel si non sit in eius plano, intelligemus tamen illam suspensam in plano per, IT, transeunte, ac ipsis planis, AG, BH, æquidistante. Dico autem figuram, DEF, ita suspensam, mansuram esse, existentibus, PS, RV, vel easdem efficientibus parallelis planis, ipsi horizonti perpendicularibus. Ostendemus enim vt supra momenta planorum, KN, LM, esse vt momenta rectarum, RV, PS, sunt enim, KN, RV, æqualiter distantia à plano, IT, & subinde à puncto, vel punctis suspensionis; & sic de cæteris. Vnde concludemus omnia momenta, IBCO, ad omnia momenta, AIO, esse vt omnia momenta, QEFT, ad omnia momenta, DQT: ostendemusque omnia momenta, IBCO, AIO, adæquari, cum, I, sit centrum æquilibrij grauis, ABC. Quare patebit omnia momenta figurarum, QEFT, DQT, esse æqualia, & subinde vel, I, esse centrum æquilibrij, DEF, vel hoc, simul cum centro grauitatis eiusdem, DEF, esse in plano per, IT, transeunte, ipsis, AG, BH, parallelo. Quapropter centra grauitatis grauium, ABC, DEF, æqualiter aberunt ab eorum verticibus, AD. Quod, &c.

PRO-

## PROPOSITIO. X.

*Si duo quæcunque grauia plana, vel duo solida fuerint proportionaliter analoga in grauitate: eorum grauitates erũt inter se, vt grauitates basium, seu quarumcunque molium, in ipsis ex traiectione cuiuscunque plani, communem altitudinem perpendiculariter secantis, effectarum.*




SInt prius duo quęcunq; plana grauia, CΓΠ, CΦΓ, proportionaliter analoga in grauitate, in communi altitudine, CΓ, ita vt ductis quotcunque planis ipsam, CΓ, secantibus fiãt in, CΠΓ, rectæ, y &, OQ, IH, & in, CΓΦ, rectæ, & 2, QS, HK, & sit grauitas, y &, ad grauitatem, & 2 vt grauitas, OQ, ad grauitatem, QS &c. Dico grauitatem figuræ, CΠΓ, ad grauitatem, CΓΦ, esse vt grauitas basis, ΠΓ, ad grauitatem basis, ΓΦ, vel vt grauitas y &, ad grauitatem, & 2 &c. Supponemus autem primò eas esse vniformiter graues in seipsis, & inter se. Erit ergo vt grauitas, ΠΓ, Def. 12.
ad grauitatem, ΓΦ, ita grauitas cuiuscunque, vt, y &, ad grauitatem, & 2, & sic de singulis. Igitur vt vnum ad vnum Cor. 4.
sic omnia ad omnia. Nempè vt grauitas, ΠΓ, ad grauitatem, ΓΦ, ita erunt grauitates o. l. CΠΓ, ad grauitates o. l. Exerc. 1.
CΓΠ. Cum verò vt grauitas, ΠΓ, ad grauitatem, ΓΦ, ita sit, ΠΓ, ad ΓΦ, & sic in cæteris: erunt grauitates o. l. CΠΓ, 1. huius.
ad grauitates o. l. CΓΦ, vt o. l. CΠΓ, ad o. l. CΓΦ, scilicet

vt,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

vt, CΠΓ, ad, CΓΦ, hoc eſt vt grauitas figuræ, CΠΓ, ad grauitatem figuræ, CΓΦ. (1. huius.)

Si verò dictæ figuræ fuerint in ſeipſis quidem vniformiter graues, ſed inter ſe diuerſi gradus, (Def. 12.) nec ſint parallelogramma, conſtituemus in eadem altitudine, CΓ, & in baſibus, ΠΓ, ΓΦ, parallelogramma, AΓ, ΓE, ita vt, AΓ, ſit vniformiter graue cum, CΠΓ, & EΓ, cum, CΓΦ. Supponemuſq; traiecta plana in ipſis effeciſſe rectas, X&, MQ, FH, in, AΓ, &, & 3, QV, HL, in, EΓ. (2. huius.) Erit ergo grauitas, ΠΓ, ad grau. y&, vt grau. ΓΦ, ad grau. & 2: quapropter grauitas, X&, ipſi, ΠΓ, grau. æqualis, ad gr. & y, erit vt grau. 3 &, ipſi grau. ΓΦ, æqualis, ad grau. & 2, & ſic in cæteris. Ergo grauitates o. l. AΓ, ad grau. o. l. CΠΓ, erunt vt gr. o. l. EΓ, ad gr. o. l. CΓΦ. (3. huius.) Quoniam verò, AΓ, CΠΓ, ſunt vniformiter graues, ideò vt grauitates o. l. earundem, ita ſunt o. l. & vt o. l, ita figuræ, & vt figuræ ita earum grauitates. Eodem modo oſtendemus grauitates o. l. EΓ, CΓΦ, eſſe vt grauitates figurarum, EΓ, CΓΦ. Ergo grauitates ipſorum, AΓ, ΓE, ad grauitates figurarum, CΠΓ, CΓΦ, erunt in eadem ratione. Quare grauitas, AΓ, ad grauitatem, EΓ, erit vt grauitas, CΠΓ, ad grauit. CΓΦ. Sed grauitas, AΓ, ad grauit. EΓ, habet rationem compoſitam ex ratione plani, AΓ, ad planum, EΓ, ſcilicet ex ratione, ΠΓ, ad, ΓΦ, & ex ratione gradus grauitatis ad gradum grauitatis, tam in planis, AΓ, ΓE, quam in lineis, ΠΓ, ΓΦ: hoc eſt grauitates, AΓ, ΓE, ſunt vt grauitates, ΠΓ, ΓΦ. Ergo & grauitates figurarum, CΠΓ, CΓΦ, erunt inter ſe, vt grauitates, ΠΓ, ΓΦ. Quod patet de illis quoque ſi fuiſſent parallelograma.

Denique alteram ipſarum, vt, CΓΦ, ſupponamus difformiter grauem iuxta limitem, CE, vel illi parallelam

extra,

extra ductam, ſed, E r, vniformiter graue. Oſtendemus ergo modo, quo ſupra, grauitates o. l. A r, ad grauitates omnium linearum, C π r, eſſe vt grauitates o. l. E r, ad grauitates o. l. C r ♦. Sed vt grauitates o. l. ita ſunt grauitates figurarum etiam in vnif. grauibus, vt mox probabitur. Ergo grauitates, C π r, C r ♦, erunt vt grauitates, A r, r E, ſeu vt grauitates, π r, r ♦, &c.

Præſuppoſitum verò ſic oſtendetur. Nam quæcunque figuræ vel planæ, vel ſolidæ, æqualiter analogæ in grauitate ſiuè vniformiter, ſiuè difformiter graues, ſunt æquègraues. Si enim ex illis accipiantur duæ quæcunque vel ambo planæ, vel ambo ſolidæ, & in libra ſuſpendantur, grauitates o. l. earundem in planis, ſeu o. planorum in ſolidis, erunt inter ſe æquales, cum ſint æqualiter analogæ in grauitate: & vt vnum ad vnum ſic omnia ad omnia. At centrum grauitatis o. l. (ſeu o. planorum) cum ſint æquegrauia erit in medio rectæ iungentis earum centra grauitatis, & hoc commune eſt ipſis, & figuris. Ergo figuræ æquèponderabunt, ſecus enim earum centrum gr. non eſſet in medio. Quapropter erunt inter ſe æquègraues. Si ergo velimus ex. gr. probare grauitates o. l. C π r, C r ♦, eſſe vt grauitates figurarum, ſupponemus quandam tertiam figuram vniformiter grauem cum, C π r, ſed æqualiter analogam in grau. ipſi, C r ♦, cui idcircò ex demonſtratis erit æquègrauis, ſicuti & grauitates o. l. æquales erunt. Grauitates autem o. l. huius tertiæ figuræ, & ipſius, C π r, erunt vt grauitates ipſarum figurarum, quia erunt vt o. l. & ſubinde, vt figuræ, earumq; grauitates. Ergo & grauitates o. l. C π r, C r ♦, erunt inter ſe, vt grauitates earundem figurarum. Quod & de difformiter grauibus inter ſe comparatis manifeſtum eſt, conferendo eas cum vniformiter graui, verificari.

Def. 12. Poſt. 3. Poſt. 5. 3. Exerc. 4. 1. huius.

In ſolidis autem eadem fiet demonſtratio; vt in, C π r, C r ♦, ſi nunc ſolidæ intelligantur, & A r, r E, ſint cylindrici, & ſi pro rectis plana ſubintelligemus. Quod tanquam intellectu facile Lectoris induſtriæ relinquemus. Admoneo autem hæc quoq; verificari quęcunq; ſit difformitas grauitatis, vt ſi eſſet qualem explicamus in Def. 14. quia currunt

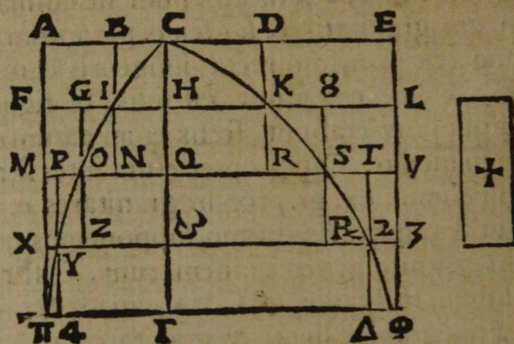
Def. 14. Poſt. Sch. 14. huius.

eædem rationes, vt consideranti manifestum fiet si modo assumamus Post. 5. qualiscunque sit difformitas grauitatis.

## COROLLARIVM.

*Patet igitur ex præostensis grauitates o. l. in planis, & o. planorum in solidis siuè vniformiter, siuè difformiter grauibus, esse vt grauitates ipsorum planorum, vel solidorum. Grauitates autem o. l. seu o. planorum, non sunt vt o. l. vel o. plana, nisi in vniformiter in seipsis, & inter se grauibus, in quibus tam grauitates o. l. inter se, quam o. lineæ inter se, & ipsæ figuræ, ac earum grauitates, sunt in eadem ratione.*

## SCHOLIVM.




*Volenti autem sine Ind. procedere modũ ostẽdit idem Schema in quo apparet circumscriptio, & inscriptio figurarũ ex parallelogrammis compositarũ in figuris planis, vel ex cylindricis in solidis cum excessu, vel defectu, ✢, quæ iuxta stylum Archimedeum supponitur effecta, si ipsæ figuræ huic idoneæ sint. Modũ Euclideis, & Archimedeis viris notissimum non expono, sed tantum hoc admoneo, cum figura, C π Γ, supponitur vniformiter, & , C Γ Φ, difformiter grauis, ipsa tamen, A Γ, Γ E, debere supponi vniformiter grauia, & grauitates basium, π Γ, Γ Φ, communes, tam parallelogrammis, A Γ, Γ E, quam figuris, C π Γ, C Γ Φ. Tunc enim cum facta prius circumscriptione, & inscriptione ipsi, C π Γ, ac deinde ipsi, C Γ Φ, probatum fuerit grauitatem, A Γ, ad grauitatem figuræ ex. gr. circumscriptæ ipsi, C π Γ, maiorem habere rationem, quam grauitatem, E Γ, ad grauitatem ipsius, C Γ Φ, ostendemus tali ratione hoc falsum esse.*

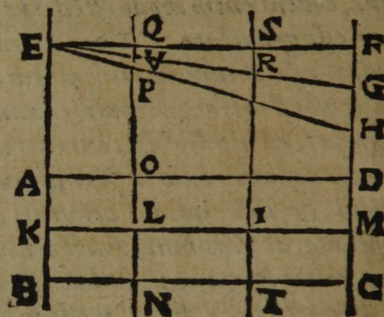
Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Probabimus enim grauitatem, EH, ad gr. HD, esse vt grauitatem, AH, ad gr. HB, sicuti sunt grauitates basium eorundem. Verum supponemus, DH, vniformiter graue, communi existente grauitate, HK, tam ipsi, DH, quam figuræ, CHK, cum deficientia grauitatis erit à, Γ, versus, C, sic enim patebit grauitatem, DH, maiorem esse grauitate, CHK, & sic totius circumscriptæ grauitatem esse maiorem grauitate, CΓΦ. Cum verò deficientia grauitatis erit à, C, versus, Γ, tunc vtemur figuris, ACΠ, & CEΦ, tanquã difformiter grauibus, quibus circumscriptionem, & inscriptionem factam supponemus, eodem enim modo ostẽdetur grauitatẽ circumscriptæ maiorem esse grauitate, CΓΦ. Sicuti grauitatem quoq; inscriptæ eadem esse minorem itidem patefiet. Cætera vero artificibus ad demonstrationem complendam nota sunt. Per hũc ergo modum poterit studiosus contexere demonstrationem in omnibus allatis casibus, tam in planis, quam in solidis huic circumscriptioni, & inscriptioni congruis. Quod & de præcedenti Propositione, ac alijs huiusmodi per Indiuisibilia hic procedentibus, (ne nimis longa euadat hæc Exercit.) dictum volo, quas cui libuerit iuxta hunc modum Archimedeum demonstrandas relinquo. His verò præmissis nunc accedemus ad inuestiganda centra grauitatis aliquarum planarum, ac solidarum figurarum difformiter grauiũ, pro quibus vniformiter grauium centra gr. iam inuẽta supponemus, ijsque prout expediet in sequentibus vtemur.

# PROPOSITIO XI.

*Si quodcunq; parallelogrammum sit difformiter graue iuxta limitem quoduis ipsius latus: centrum grauitatis eiusdem diuidet diametrum limiti insistentem, ita vt pars ad limitem sit reliquæ dupla.*




SIt parallelogrammum quodcunq; ABCD, & in eo quodlibet laterum, AB, sumatur tanquam limes, & regula, penes quod sit vniformiter difformiter graue. Dico centrũ grauitatis ipsius secare diametrum limiti insistentem, nempè, KM, in puncto, I, ita vt, KI, sit dupla, IM. Extendantur indefinitè, BA, CD, parallelæ, & in ijsdem sit constitutum quodcunq; triangulum, EFH, vniformiter graue, in quo diuisa basi, FH, bifariam in, G, & iuncta, EG, manifestum est centrum grauitatis esse in, R, in quo secatur, EG, ita vt sit, ER, dupla, RG. Nunc inter, EB, FC, extendatur per, R, indefinita, ST, & alia quæcunq; QN, ambæ æquidistantes ipsis, EB, FC: ipsius verò, QN, portio concepta in triangulo, EFH, sit, QP, & in parallelogrammo, AC, ipsa, ON. Cum ergo, AB, sit limes grauitatis, & regula, cui æquidistant, DC, ON, erit grauitas ipsius, DC, ad grauitatem ipsius, NO, vt distantia ipsius, DC, à limite, AB, ad distantiam, ON, ab eodem limite, hoc est vt, MK, ad, KL, vel, FE, ad, EQ, scilicet vt, FH, ad, QP, & subinde vt grauitas, FH, ad grauitatem ipsius, QP; & hoc vbilibet intra parallelas, EB, FC, verificabitur. Ergo parallelogrammum, AC, erit proportionaliter analogum in grauitate ipsi triangulo, EFH. Quapro-

Commãd. ad Prop. 14. Primi Aequepõ. Archim.

Def. 8.

1. huius.

Def. 12.

propter centrum grauitatis parallelogrammi, AC, erit in eadem recta, ST, in qua est centrum, R, trianguli, EFH, vt æqualiter absint à verticibus, E, AB, dictarum figurarum. 9. huius. Vnde illud erit in concursu cum diametro, KM, (est enim quoq; in diametro, KM,) hoc est in, I, in quo, KM, proportionaliter secatur vt, EG, in R, propter parallelas, EB, ST, FC. 8. huius. Cum ergo, ER, sit dupla, RG, etiam, KI, erit dupla, IM. Igitur centrum grauitatis parallelogrammi, AC, secat diametrum, KM, ita vt pars ad limitem, AB, sit dupla reliquæ. Quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM I.

*EX demonstratis constat punctum, I, nedum esse centrum grauitatis parallelogrammi, AC, sed etiam cylindri circa axem, KM, seu in vniuersum cuiuscunque cylindrici circa axem grauitatis, KM, si hæc difformia iuxta limitem planum, AB, vel, EB, dicta solida in vna oppositarum basium vt, AB, tangentem supponantur. Sit enim, QN, planum vtcunque ductum æquidistans ipsi plano, EB, & efficiens in cylindrico, AC, figuram, ON, vt ex. gr. in cylindro, AC, circulum, ON. Erit ergo grauitas circuli, DC, ad grauitatem circuli, ON, vt, MK, ad, KL, idest vt grauitas, DC, tanquam lateris parallelogrammi, AC, ad grauitatẽ rectæ, ON. Et quia, QN, planum inter, EB, FC, absq; electione ductum est: sequitur parallelogrammum, AC, & cylindrum, AC, esse magnitudines proportionaliter analogas in grauitate. Habebunt ergo centrum grauitatis in eodem plano parallelo ipsi, EB. Cum vero centrum grauitatis cylindri, quippe qui est solidum circa axem grauitatis, KM, sit in, KM, necessario erit in, I. Per hanc ergo rationem explicatam singulariter in cylindro patet vniuersaliter in omni cylindrico circa axem grauitatis, KM, centrum grauitatis esse punctum, I.*

Def. 8. Def. 12. 9. huius. 8. huius.

COR-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIVM II.

*Colligitur insuper si intra, EB, FC, plana parallela ducatur quodcunq; planum ipsis æquidistans, QN; centrum grauitatis parallelogrammi, OC, & subinde cuiuscunque cylindrici circa axem grauitatis, LM, (si hæc omnia esse difformiter grauia supponantur iuxta limitem, EB) secare, LM, quemadmodum centrum grauitatis trapezij, QFHP, vniformiter grauis secat, VG, diametrum eiusdem trapezij. Sunt enim hæ magnitudines ex demonstratis proportionaliter analogæ in grauitate. Et quia, VG, ita secatur à centro grauitatis trapezij, QPHF, vt pars versus, QP, ad reliquam sit, vt dupla, FH, vna cum, QP, ad duplam, QP, vna cum, FH: est autem vt, FH, ad, QP, ita, FE, ad, EQ, &, MK, ad, KL, & subinde vt dupla, FH, cum, QP, ad duplam, QP, cum, FH, ita dupla, MK, cum, KL, ad duplam, KL, cum, MK. Quapropter centrum grauitatis parallelogrammi, AC, seù cuiuslibet cylindrici circa axem grauitatis, LM, imò & ipsius, LM, ita secabit ipsum, LM, vt pars versus limitem, AB, sit ad reliquam, vt dupla, MK, cum, KL, ad duplam, KL, cum, MK, scilicet vt dupla distantiæ à limite remotioris basis, vna cum distantia propinquioris, ad duplam distantiæ propinquioris vna cum distantia remotioris basis.*

9. huius. Archim. lib. 1. de Aequepond. Prop. 15. Luc. Val. lib. 1. Prop. 20.



✠

PRO-

## PROPOSITIO XII.

*Si proponatur quodcunque triangulum, per cuius verticem acta eiusdem basi parallela sit limes, iuxta quem supponatur difformiter graue: centrum grauitatis dicti trianguli erit in linea recta ducta à vertice ad medium punctum basis, ipsam ita diuidens, vt pars ad verticem sit reliquæ tripla.*



SIt quodcunq; triangulum, ABC, per cuius verticem, B, ducta, DE, basi, AC, parallela, ipsa eligatur tanquã limes, iuxta quem supponatur ipsum triangulum, ABC, difformiter graue; secta autem, AC, bifariam in, F, iungatur, BF, quæ secetur in, I, ita vt, BI, sit tripla ipsius, IF. Dico punctum, I, esse centrum grauitatis trianguli, ABC. Ducantur per puncta, A, C, ipsi, BF, parallelæ, AG, CH, & circa axim, BF, in basi circulo, AC, intelligatur conus, ABC, vniformiter grauis. Insuper ducatur quodcunq; planum basi circulo, AC, æquidistans, & efficiens in cono circulum, LM, in parallelogrammo, GC, rectam, KN, & in triangulo, ABC, rectam, LM, ac in, BF, punctum, O. Igitur, KN, erit parallela ipsi, AC, supponemus autem & parallelogrammum, GC, difformiter graue iuxta limitem, DE. Grauitas ergo rectæ, AC, ad grauitatem rectæ, KN, erit vt, FB, ad, BO, & grauitas, KN, ad grauitatem, LM, erit vt, KN, ad LM, (quia recta, KN, supponitur in seipsa vniformiter grauis) seù vt, AC, ad, LM, hoc est vt, FB, ad, BO. Igitur grauitas, AC, ad grauitatem, LM, ha-

4.1.Coni.

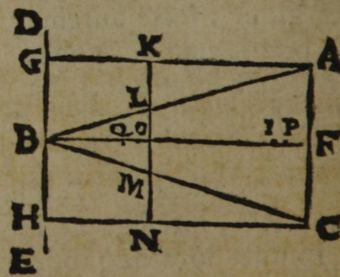
Def. 8.

1. huius.

habebit rationem compositam ex duabus rationibus ipsius, FB, ad, BO, nempè erit vt quadratum, FB, ad quadratum, BO. Rursus grauitas circuli, AC, ad grauitatem circuli, LM, est vt circulus, AC, ad circulum, LM, (quia conus supponitur vniformiter grauis) hoc est vt quadratum, AC, ad quadratum, LM, & subinde vt quadratum, FB, ad quadratum, BO. Ergo grauitas, AC, rectæ lineæ ad grauitatem rectæ, LM, erit vt grauitas circuli, AC, ad grauitatem circuli, LM, &, LM, ad libitum ducta est: igitur triangulum, ABC, & conus, ABC, erunt magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate. Est autem centrum grauitatis trianguli, ABC, cum sit figura circa diametrum, BF, in ipsa, BF, in qua pariter est centrum grauitatis coni. Ergo commune habebunt centrum grauitatis. Sed centrum grauitatis coni est punctum, I, ergo, I, erit quoq; centrum grauitatis trianguli, ABC. Quod, &c.

1. huius. 2. 12. Elem. Def. 12. 8. huius. Luc. Val. lib. 1. Prop. 39.

## *COROLLARIVM.*




*Liquet ex demonstratis trapezium quodcunq; resectum linea, vel plano basi, AC, parallelo, vt, ALMC, esse proportionaliter analogum in grauitate cum frusto coni, LACM, eodem plano secto, & ideo hæc habere commune centrum grauitatis. Verum centrum grauitatis frusti coni habetur (signato, Q, centro grauitatis coni, LBM,) si fiat vt excessus cubi, FB, super, BO, ad cubum, BO, ita, QI, ad IP, est enim punctum, P. Ergo, P, erit centrum grauitatis trapezij, ALMC, difformiter grauis iuxta limitem, DE.*

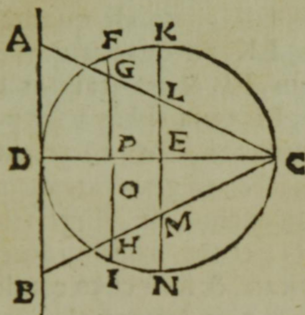
Elicitur ex Prop. 35. lib. 3. Luc. Val.

PRO-

## PROPOSITIO XIII.

*Si quodcunq; triangulum supponatur difformiter graue iuxta limitem basim: centrum grauitatis erit in puncto medio rectæ lineæ, quæ, ducitur à vertice ad medium punctum basis eiusdem trianguli.*

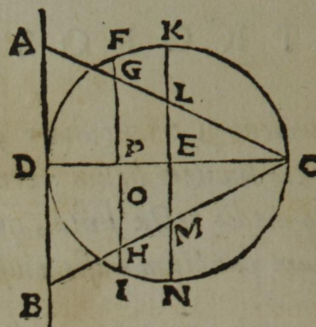
SIt primò triangulum, ABC, æqualium laterum, AC, CB, & difformiter graue, iuxta limitem, AB, sectaque AB, bifariam in, D, iungatur, CD, quæ pariter bifariam secetur in, E. Dico punctum, E, esse cẽtrum grauitatis trianguli, ABC. Fiat circa, DC, tanquam circa axim sphæra, CKDN, quæ intelligatur esse vniformiter grauis. Per centrum insuper, E, traijciatur planum, rectè secans axem, DC, & efficiens in sphæra circulum, KN, & in triangulo rectam, LM. Similiter ducatur aliud quodcunq; planum ipsi, DC, erectum, efficiens in sphæra circulum, FI, & in triangulo rectam, GH. Erunt ergo ambo hæc plana parrallela plano per, AB, transeunti, sphęramq; tangenti, cum CD, propter æqualia latera, CA, CB, sit ipsi, AB, perpendicularis. Deniq; ex recta, GH, abscindatur, GO, æqualis ipsi, LM. Grauitas ergo rectæ, LM, ad grauitatem rectæ, GH, de foris sumpta grauitate rectæ, GO, habebit rationem compositam ex ratione grauitatis, LM, ad grauitatem, GO, hoc est ex ratione, ED, ad, DP, & ex ratione grauitatis, GO, ad grauitatem, GH, nempè ex ratione, GO, vel, LM, ad, GH, quia, GH, ponitur in seipsa vniformiter grauis. Sed vt, LM, ad, GH, ita est, EC, ad, CP. Ergo grauitas, LM, ad grauitatem, GH, habet




Def. 8.

1. huius.

rationem compositam ex ratione, ED, ad, DP, & ex ratione, EC, ad CP. Hæ verò duæ rationes componunt rationem rectanguli, DEC, ad rectangulum, DPC. Ergo grauitas, LM, ad grauitatem, GH, est vt rectangulum, DEC, ad rectangulum, DPC. Sed vt rectangulum, DEC, ad rectangulum, DPC, ita est quadratum, EK, ad quadratum, PF, & ita circulus, KN, ad circulum, FI, & ita grauitas circuli, KN, ad grauitatem circuli, FI, quia sphæra supponitur vniformiter grauis. Igitur grauitas, LM, ad grauitatem, GH, est vt grauitas circuli, KN, ad grauitatem circuli, FI, & planum, FI, ad libitum ductum est. Ergo triangulum, ABC, & sphæra, CKDN, erunt magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate, & sunt circa eandem, CD, quæ est diameter trianguli, & axis sphæræ, habens idcircò in seipsa vtriusq; centra grauitatis. Ergo in eodem puncto ipsius, DC, est centrum grauitatis trianguli, ABC, & sphæræ, CKDN. Sed centrum grauitatis sphærę idem est cum centro figuræ, nempè est punctum, E, ergo &, E, erit centrum grauitatis trianguli, ABC.




23. Sexti Elem.

1. Duod. Elem.

3. huius.

Def. 12.

8. huius.

9. huius. Luc. Val. lib. 1. Prop. 1.

Quod si triangulum propositum esset quidem in basi, AB, & in eadem altitudine, sed ducta ab illius vertice ad punctum, D, non esset ipsi, AB, perpendicularis: tunc assumpto triangulo eiusdem cum eo altitudinis, & basis, vt, ABC, cuius, CD, est perpendicularis ipsi, AB, prius, vt factum est, ostenderemus centrum grauitatis istius esse in medio rectæ, CD, deinde concluderemus centrum grauitatis illius esse in medio rectę verticem eiusdem cum, D, coniungentis, ex eo quod hæc duo triangula essent proportionaliter analoga in grauitate, propter æqualitatem rectarum ipsi, AB, parallelarum, & ab eodem, AB, æquè remotarum, & subinde propter earum æquales grauitates.

Def. 12.

COR-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIVM.

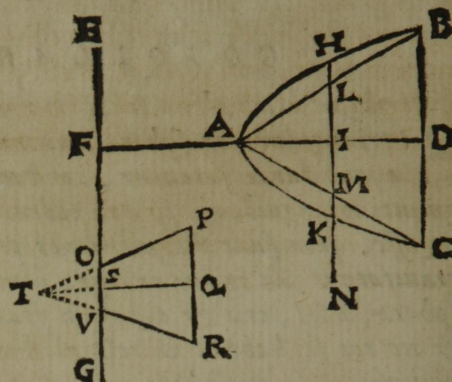
SI triangulum, & sphæra, communi plano ipsi plano, AB, æquidistante secentur, constat centrum grauitatis segmenti trianguli, & sphæræ eidem conterminantis, commune esse, quia sunt magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate. Sic igitur ex. gr. centrum grauitatis portionis sphæræ, FDI, erit & centrum grauitatis trapezij, ABHG, & sic res se habebit in reliquis huiusmodi segmentis trianguli propositi, & sphæræ siue, CD, sit ipsi, AB, perpendicularis, siuè non, dummodo triangulum, & sphæra sint in eadem altitudine respectu ipsius, AB. Cum ergo ex Luca Valerio, & alijs, sed præcipuè ex Torricellio compendiosissima ratione, vt ipse palam faciet, & ex me in sequentibus constent centra grauitatis harum sphæræ portionum, ideò hac quoq; pro segmentis propositi trianguli recipiemus.

9. huius. Schol. 2. 32. huius.

## PROPOSITIO XIV.

Si propositum quodcunque triangulum supponatur difformiter graue iuxta limitem rectam lineam, versus verticem extra triangulum ductam basi parallelam: secta autem basi bifariam, à puncto sectionis per verticem recta linea vsq; ad limitem producatur: centrum grauitatis dicti trianguli diuidit eius diametrum verticalem, sicuti centrum grauitatis conoidis hyperbolici, circa axim altitudinem trianguli, ac hyperbola descripti, cuius latus transuersum sit intercepta inter verticem, & limitem; diuidit ipsius conoidis axem.

SIt triangulum, AB C, difformiter graue iuxta limitem rectā, EG, ipſi, BC, parallelam, verſus, A, extra triangulum ductam, & primò æquicrure, ita vt, AB, AC, ſint æquales. Secta autem biſariam, CB, in, D, ducatur à, D, per, A, vſq; ad limitem, EG, recta, DAF. Inſuper circa axim, AD, ſupponatur conoides hyperbolicum, ABC, vniformiter graue, exiſtente, AF, latere tranſuerſo hyperbolæ conoides deſcribentis. Dico centrum grauitatis dicti conoidis & centrum grauitatis præfati trianguli ſecare, AD, in eadem ratione. Ducatur inter, A, &, BC, planum quodcunq;




41. primi Geom. Ind. baſi conoidis parallelum, quod efficiat in conoide circulum, HK, & in triangulo, ABC, rectam, LIM; & ſumatur in, LK, producta portio, LN, æqualis ipſi, BC. Grauitas ergo rectæ, BC, ad grauitatem rectæ, LM, erit in ratione compoſita ex ratione grauitatis, BC, ad grauitatem ſibi

Def. 8. æqualis, LN, hoc eſt ex ratione, DF, ad, FI; & ex ratione grauitatis, NL, ad grauitatem, LM, hoc eſt ex ratione, NL, ſeù, BC, ad, LM, (quia, LN, ſupponitur in ſeipſa

1. huius. vniformiter grauis) hoc eſt, DA, ad, AI. Duæ autem rationes, DF, ad, FI, &, DA, ad, AI, componunt rationem rectanguli, FDA, ad rectangulum, FIA, hoc eſt qua-

21. primi Conic. drati, BC, ad quadratum, HK, vel circuli, BC, ad circulum, HK, hoc eſt grauitatis circuli, BC, ad grauitatem circuli, HK, nam conoides ſupponitur vniformiter graue.

1. huius. Ergo grauitas rectæ, BC, ad grauitatem rectæ, LN, eſt vt grauitas circuli, BC, ad grauitatem circuli, HK, & planum per, HK, ductum eſt ad libitum. Igitur triangulum, ABC, difformiter graue, & conoides hyperbolicum, ABC, vniformiter graue, ſunt magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate. Eſt vero, AD, diameter trianguli, & axis conoi-

conoidis, vnde in, AD, & in eodem illius puncto est centrum grauitatis tam conoidis, quam trianguli. Quod si triangulum fuerit scalenum colligemus propositum iuxta modum Prop. ant. Quod, &c.

*Porrò ex Luca Valerio Lib. Secundo Prop. 43. & Lib. Tertio Prop. 7. centrum grauitatis conoidis hyperbolici est punctum illud, in quo duodecima pars axis ordine quarta ab ea, quæ basim attingit, sic diuiditur, vt pars basi propinquior sit ad reliquam, vt sexquialtera transuersi lateris hyperboles, quæ conoides describit, ad axem conoidis.*

## *COROLLARIVM I.*

*EX demonstratis colligitur si triangulum dictum, & conoides secentur quomodocunq; planis basi, seu limiti parallelis, segmentorum trianguli, & conoidis sibi respondentium,* 1. huius *idem esse centrum grauitatis, cum illa sint magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate. Centrum autem grauitatis huiusmodi segmenti conoidis hyperbolici docet idem Luca Val. Lib. Secundo Prop. 45.*

## *COROLLARIVM II.*

*SI trapezium, OVRP, habens oppositas bases, OV, minorem, &, PR, maiorem parallelas, tangatur à limite, EG, in, OV, & sit, SQ, bissecans ipsas, OV, PR, eidem, EG, perpendicularis, intelligaturq; trapezium difformiter graue iuxta limitem, EG. Erit centrum grauitatis huius trapezij in, SQ, & in eo puncto, quod est centrum grauitatis conoidis hyperbolici circa axem, SQ, latere transuerso, TS, reliqua ipsius, QS, ad verticem trianguli, PTR, hyperbolæ dictum conoides gignentis. Hoc autem ostendetur, instituta eadem præcisè demostratione superiori. Qua peracta concludemus hoc idem de quouis trapezio cum hoc æquè alto quod basi minori quomodocunq; adiaceat, limiti, EG, nempè quod centrum grauitatis illius erit in bissecante oppositas bases, & in eadem limiti, EG, parallela, transeunte per centrum grauitatis conoidis hyperbolici, circa axem, SQ, descripti.*

SCHO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## SCHOLIVM.

*SI quis cupiat cuiuſcunq; propoſiti rectilinei difformiter grauis iuxta limitem rectam quamlibet tangentem ipſum, vel tangenti parallelam, extra figuram vbilibet conſtitutam, centrum grauitatis inuenire; id ei licebit, eodem in triangula reſoluto, iuxta modum in vniformiter grauibus conſuetum, nempè detecta ratione grauitatum difformium eorũdem triangulorum per Cor. 2. Prop. 37. ſubſequentis; cum per ſuperiora innoteſcat centrum grauitatis cuiuſcunq; trianguli iuxta aſsignatum limitem difformiter grauis. Quod & in planis non rectilineis, & in ſolidis difformiter grauibus pariter Lector intelliget fieri poſſe, cum eorum fuerint centra grauitatis inuenta, adhibito eodem Cor. 2. dictæ Prop 37.*

*Ad hæc enim poſt rectilineas figuras tranſire æquum eſſet, verum hoc aliquantulum cogimur differre, vt viam quandam ad rimanda grauitatis centra in difformiter grauibus, præallata vniuerſaliorem parare poſsimus, quam tamen, vt quoddam exemplar huius doctrinæ ſtudioſo præbeamus, circa inſigniores tantum figuras proſequemur.*

*Immò vt hæc altius promoueatur, cum infinitis modis grauitatis abſoluta difformitas variari poſsit, & ſub his ſint pariter infiniti modi variandi vnif. difformiter eandem grauitatem, quorum hucuſq; vnum tãtum attigimus, ex his nonnullos, & eos quoq; infinitos ſeligere, ac expendere decreui, qui ex duabus definitionibus ſubſequentibus, cum allatis in huius Exerc. initio numero continuatis, Philogeometræ ſatis, puto, innoteſcent.*

## DEFINITIO XIII.

SI gradus grauitatis à limite intelligantur continuò progredi (vt hucuſq; ſuppoſitum eſt) in ratione diſtantiarum ab eodem limite: hoc dicetur incrementum difforme (ſubaudi ſemper vniformiter difforme) grauitatis, primæ ſpeciei. At ſi ijdem gradus ſint in ratione quadratorum earundem diſtantiarum, vocabitur incrementum difforme ſecundæ ſpeciei. Si in ratione cuborum, tertiæ ſpeciei. Si quadratoquadratorum, quartæ. Et ſic deinceps in poteſtatibus coſſicis ſubſequentibus in infinitum.

XIV.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## XIV.

HVic ergo consequenter quæcunq; figura plana, in qua ductarum quotcunq; rectarum, in seipsis sigillatim vniformiter grauium, limiti parallelarum, & quæcunq; solida, in qua ductorum quotcunq; planorum in seipsis sigillatim vniformiter grauium, limiti parallelorum; gradus grauitatis fuerint in ratione distantiarum à dato limite; vocabitur difformiter grauis in prima specie difformitatis: & eius grauitas, prima grauitas difformis eiusdem appellabitur. Quod si rectarum, vel planorum gradus grauitatis fuerint vt quadrata distantiarum à limite, dicetur figura difformiter grauis in secunda specie: & eius grauitas, secunda grauitas difformis. Si verò illi fuerint vt cubi distantiarum, dicetur difformiter grauis in tertia specie; & eius grauitas, tertia grauitas difformis. Et sic deinceps in infinitum, &c.

### COROLLARIVM.

*HInc sequitur, sicuti incrementum difforme grauitatis primæ speciei ostendebatur à parallelis basi cuiuscunque trianguli, cuius apex esset limes; ita vt triangulum se haberet veluti quædam scala graduum grauitatis in ipsa difformitatis prima specie; pariter graduum grauitatis in secunda specie fore scalam secundum spatium parallelogrammi, seu trilineum parabolæ quadraticæ, in tertia cubicæ, in quarta quadratoquadraticæ, &c. Vnde si omnia hæc trilinea duplicetur cum dicto triangulo trilineorum primo sintq; in communi basi dati cuiusq; gradus grauitatis, & circa eandem diametrum, vertice limite; habebimus in ipsis omnes scalas pro assignatis speciebus difformitatis ipsius grauitatis. Vt enim se habent gradus grauitatis in qualibet specie, ita quoq; sunt applicatæ ad diametrum trilinei eiusdem numeri cum numero speciei, vt patuit in Exerc. Quarta, Prop. 23.* In Def. 7. Vide Prop. 23. in Exerc. 4.

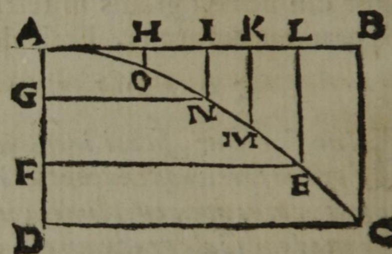
*Quoniam verò ad inuestiganda figurarum centra grauitatis in quauis specie difformitatis, & iuxta modū, quem innuimus, præmisso vniuersaliorem, quibusdam Propositionibus Lemmaticis indigemus, ideò hæ sunt nobis prius demonstrandæ, quod nunc exequemur.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO XV.

*Si in proposito quocunq; ex dictis trilineis, eiusdem basi parallelis quibuscunq; ductis, compleantur parallelogramma sub ipsis, & portionibus diametri ab eisdem abscissis versus verticem: circumscripta factis trilinei segmentis parallelogramma ad eadem segmenta eandem rationem habebunt. Et hoc idem continget in eiusdem trilinei residuo spatio, seu semiparabola.*




SIt vnum quodlibet ex dictis trilineis, ABC, in quo ductis quibuscũq; LE, in basi, CB, parallelis compleantur parallelogramma, ABCD, ALEF, AING. Dico parallelogrammum, FL, ad segmentum, ALE, esse, vt parallelogrammum, GI, ad segmentum, AIN. Ductis enim in trilineis, ALE, AIN, quibuscunq; basibus, LE, IN, parallelis, nempe, KM, HO, erit, LE, ad, BC, conuertendo, vt pot. LA, ad post. AB, gradus nempè trilineo, ABC, congruentis; &, BC, ad, KM, vt pot. BA, ad pot. AK, eiusdem gradus. Ergo ex æquali, EL, ad KM, erit vt pot. LA, ad pot. AK, eiusdem gradus. Sic ostendemus, IN, ad, HO, esse vt pot. IA, ad pot. AH, prædicti gradus. Sed in omnibus huiusmodi trilineis ostenditur in Exerc. 4. Prop. 23. circumscripta parallelogramma ad sua trilinea quandam determinatam rationem habere. Vt in primo trilineo, seu in triangulo, parallelogrammum esse duplum trilinei, in secundo esse triplum, &c. Ergo quam rationem habebit parallelogrammum, DB, ad trilineum, ABC, eandem habebunt parallelogramma, FL, GI, ad sua trilinea,

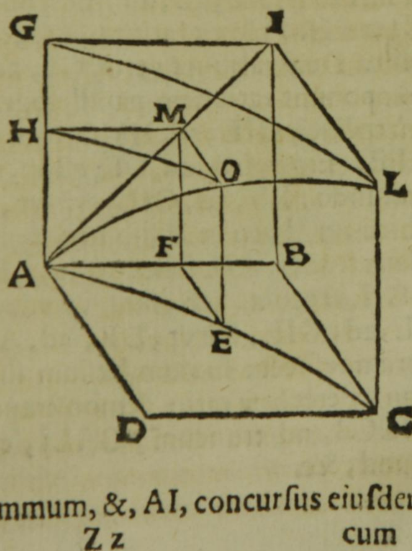
23.Exerc. 4.

nea,

nea, seu segmenta, ALE, AIN. Quia verò permutando vt totum, FL, ad totum, GI, ita est pars, ALE, ad partem, AIN, ideò reliquum ad reliquum, nempè, semiparabola, FAE, ad semiparabolam, GAN, erit vt totum, FL, ad totum, GH: vnde permutando, & conuertendo, parallelogramma, FL, GI, ad semiparabolas, seu semiparabolæ, DC, segmenta, AFE, AGN, eandem rationẽ habebunt.

## PROPOSITIO XVI.

*Si circumscriptum cuicunq; ex dictis trilineis parallelogrammum incipiens reuolui circa basim eiusdem trilinei tanquam axem, vtcunq; eleuetur, cylindricusque sub ipsis compleatur: & per verticem trilinei, latusq; parallelogrammi, quod illius basi opponitur, planum indefinitè extendatur, cylindricum secans in duas partes, seù truncos. Erit truncus inferior ad superiorem, vt parallelogrammum ad trilineum.*




Sit parallelogrammũ, ABCD, vni ex dictis trilineis, quod sit, ABC, circumscriptum. Eleuetur autem, DB, vtcunq; circa axem, BC, & sit idem, AC, LB, compleaturq; cylindricus sub ipsis, GILCAB, quem secet planum indefinitè extensum per, A, IL. Dico trũcum inferiorem, AILCB, ad superiorem, GALI, esse vt, DB, ad trilineum, ABC. Erit itaque, GB, parallelogrammum, &, AI, concursus eiusdem

 cum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

cum plano, AIL, recta linea. Sumatur in ea quodcunq; punctum, M, à quo ducantur parallelæ, MO, ipsi, IL; MH, ipsi, IG, &, MF, ipsi, IB. Planum ergo, per, HM, MO, transiens æquidistabit ipsi, GIL, & trãsiens per, OM, MF, ipsi, LB; esto quod in truncis produxerint figuras, HMO, MOEF. Erit igitur, OHMFAE, cylindricus, & subinde figura, HMO, similis, & æqualis ipsi, AFE, ac similiter posita. Figura verò, MOEF, erit parallelogrammum ipsi, LB, æquiangulum, cum eidem æquidistet, transeunti per latera cylindrici, GBC, vnde transibit quoq; per eius latera, æquidistabitque, OE, ipsi, MF, & MO, est parallela, FE, suntque, MF, IB, FE, BC, parallelæ. Quoniam ergo parallelogrammum, LB, ad, OF, habet rationem compositam ex ratione, IB, ad, MF, hoc est, IA, ad, AM, seù, GI, ad HM; & ex ratione, BC, ad, FE, hoc est, IL, ad, MO. Duæ rationes verò, GI, ad, HM, &, IL, ad, MO, componunt rationem parallelogrammi, GIL, ad, HMO, seù trilinei, GIL, ad, HMO, cum adæquentur ipsis, ABC, AFE. Ergo, LB, ad, OF, est vt, GIL, ad, HMO; & permutando, LB, ad, GIL, erit vt, OF, ad, HMO, & hoc vbicunq; M, enim ad libitum sumptum est. Ergo omnia plana trunci, AILCB, regula, LB, ad omnia plana trunci, AGIL, regula, DB, sunt vt vnum ad vnum, scilicet vt, BL, ad, GIL, seù vt, DB, ad, ABC, & altitudines truncorum respectu suarum basium sunt æquales (secus enim non valeret hæc ratio demonstrandi) quapropter truncus, AILCB, ad truncum, GALI, est vt, DB, ad, ABC. Quod, &c.

15. vnd. Elem.

23. Sex. Elem.

Prop. ant.

Corol. Prop. 4. Exerc. 1.



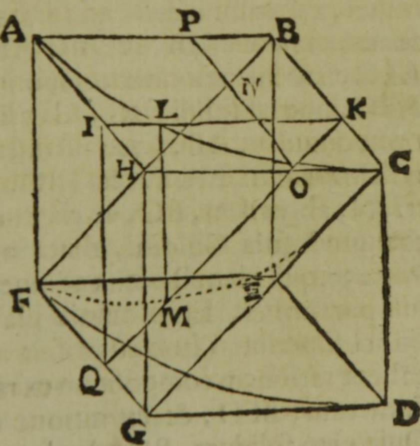
COR-

*COROLLARIVM*

*SI vice trilinei fuiſſet eius ſemiparabola in baſi, BC, diametro, AB, eodem modo oſtenſum fuiſſet truncum inferiorem cylindrici in eadem vt in baſi conſtituti, ad ſuperiorem eſſe vt, DB, ad dictam ſemiparabolam.*

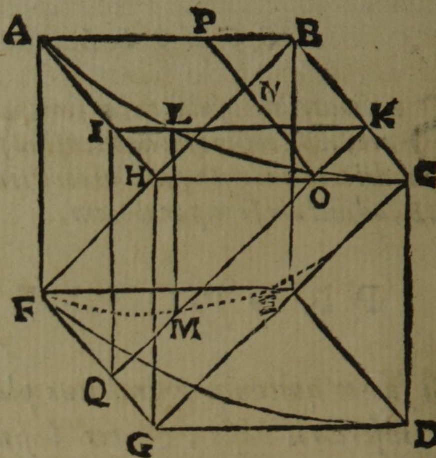
## PROPOSITIO XVII.

*Si fuerit quicunq; cylindricus plano ſectus per verticem inferioris baſis, & per baſim, ſeù tangentem in oppoſito vertice ſuperiorem extenſo: parallela dictæ baſi, vel tangenti, quæ tranſit per alterutrius baſium centrum grauitatis, ſecabit eiuſdem baſis altitudinem in ratione reciproca partium, ſeù truncorum eiuſdem cylindrici.*




SIt quicunq; cylindricus, ABIDFE, in oppoſitis baſibus, FED, ABC, plano ſectus per, F, verticem baſis, FED, & per baſim, BC, extenſo, quod efficiat figuram, BFC, in eodem cylindrico. Tranſeat autem quædam ipſi, BC, parallela per cẽtrum grauitatis ex. gr. N, ſuperioris baſis, ſecans eiuſdem altitudinem, quæ ſit, AB, in, P. Dico vt, AP, ad, PB, ità reciprocè eſſe truncum inferiorem, BFCDE, ad ſuperiorem, AFCB. Circumſcribatur ipſi, FED, parallelogrammum, FGDE, in cuius baſi, & in

in eadem altitudine, fiat parallelepipedum, BG, cylindrico circumſcriptũ, quod plano, FBC, extenſo ſecetur in duo priſmata, BCGHAF, BCDEFG, quæ erunt æqualia. Rurſus inter plana, AE, HD, traijciatur quodcunq; planum ipſis æquidiſtans, quod faciat in priſmate ſuperiori triangulum, KIQ, & in trunco ſuperiori cylindrici




triangulum, MLK; & quia æquidiſtat tranſeunti per latera cylindrici, erit, LM, parallela eidem lateri, & ſubinde ipſi, IQ, quæ eſt parallela ipſi, AF, lateri cylindrici. Quoniam verò triangulum, QIK, ſimile eſt triangulo, MLK, erit ad illud ſicut quadratum, IK, ad quadratum, KL, & hoc vbicunque, ſuntq; antecedentia inter ſe æqualia. Ergo vt omnia plana ſuperioris priſmatis ad omnia plana ſuperioris trunci, ita erunt omnia quadrata parallelogrammi, BH, ad o. q. figuræ, ABC, regula AB. Sed o. q. BH, ad o. q. ABC, habent rationem compoſitam ex ratione, HB, ad, ABC, hoc eſt ſolidi, BG, ad cylindricum, BFD, & ex ratione dimidiæ, AB, (quæ eſt diſtantia centri grauitatis parallelogrammi, BH, à recta, BC,) ad, PB, diſtantiam centri, N, ab eadem, BC, vt elicitur ex demonſtratione Rocchæ pro regula Guldini, allata in Exerc. Tertia, Cap. 14. Pag. 230. quã idem Roccha adinuenit occaſione mẽſurandi fuſi parabolici. Ergo omnia plana priſmatis, ad o. plana trunci ſuperioris (hoc eſt priſma ad truncum ſuperiorem) habent rationem compoſitam ex ratione ſolidi, BG, ad cylindricum, BFD, & ex ratione dimidiæ, AB, ad, BP. Quia verò ſolidum, BG, duplum eſt priſmatis, ſicuti, AB, dupla ſuæ medietatis; ideò ſolidum, BG, ad truncum ſuperiorem erit in ratione compoſita ex ratione, BG, ad cylindricum, & ex ratione, AB, ad, BP. Sed ratio, BG, ad trun-

Lemma ad Prop. 11. primi Geom. Indiu.

Cor. Prop. 10. Exerc. 4.

3. Exer. 1.

truncum superiorem est quoq; composita ex ratione, BG, ad cylindricum, & cylindrici ad truncum. Ergo si auferatur communis ratio solidi, BG, ad cylindricum, remanebit ratio cylindrici ad truncum superiorem eadem rationi, AB, ad, BP. Quare diuidendo truncus inferior ad superiorem erit vt, AP, ad, PB. Quod est propositum. Def. 12. primi Geo. Ind.

## COROLLARIVM.

*Hinc patet si è contra in eadem figura ducatur parallela eiusdem basi, vel tangenti, diuidens altitudinem in ratione truncorum reciproca, in ea esse centrum grauitatis dictæ figuræ. Et quia in figuris circa diametrum centrum grauitatis est in diametro, propterea in illis dictum centrum secat diametrum in ratione reciproca truncorum.* 8. huius

## SCHOLIVM.

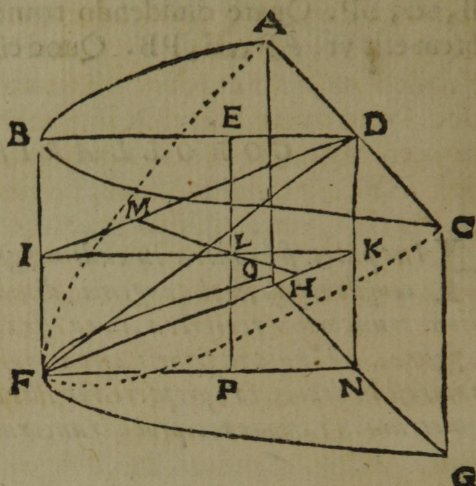
*Cum proposuissem clarissimo Torricellio inueniendam rationem truncorum in solo cylindrico in parabola constituto, nedum istam adinuenit, sed quicunque esset cylindricus, dummodo eius basis esset figura circa diametrum: ostendens truncos esse in ratione reciproca partiũ diametri à centro grauitatis separatarum, quod & mihi superiorem contexendi, qualiscunq; sit, occasionem præbuit. Et quia demonstratio elegantissima est, & adducta breuior, ideò hic eam subnectere libuit, quæ talis est.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## ALITER EX TORRICELLIO.

Sit cylindricus, ABCGFO, habens circa diametros, BD, FN, figuras, ABC, OFG, quarum centra grauitatis, E, P: secetur autem plano, FAC, per, F, & tangentem in, D, figuram, ABC, seù eius basim, AC, extenso. Dico partem cylindrici inferiorem ad superiorem esse vt, BE, ad, ED, vel, FP, ad, PN. Ducantur rectæ, BF, EP, DN, DF, & à medijs punctis ipsarum, BF, DN, nempè, I, K, rectæ, ID, KF, necnon, IK, secans, EP, in, L. Erunt itaquè, BF, EP, DN, inter se parallelæ, quia iungunt æquales, & parallelas. Ob eandem rationem erunt parallelæ, BD, IK, vel, IK, FN, vt &, DI, KF. Quoniam verò, DI, bifariam secat, BF, ideò bifariam quoq; secabit omnes in triangulo, DBF, ipsi, BF, æquidistantes, quæ sunt diametri parallelogrammorum in solido, ABCF, plano, AG, parallelorum. Quapropter transibit, ID, per eorum omnium centra grauitatis, & erit in eadem, ID, centrum grauitatis solidi, ABCF; hoc verò, vbicunque sit, supponatur esse, M. Eodem modo ostendemus in, FK, esse centrum grauitatis solidi, ACGFO, & est, L, medium punctum rectæ, EP, centrum grauitatis cylindrici, ABCGFO. Si ergo ab, M, per, L, producatur, MLH, vsq; ad, FK, cui incidat in, H, erit, H, centrum grauitatis solidi, ACGFO. Quia ergo triangula, MIL, LKH, sunt similia propter parallelas, DI, KF,




8. huius.

ideò

ideò vt, ML, ad, LH, ita est, IL, ad LK: sed vt, ML, ad, LH, ita est solidum, ACGFO, ad solidum, ABCF, ergo vt, IL, ad, LK, & subinde, vt, BE, ad, ED, vel, FP, ad, PN, ita est solidum inferius, ACGFO, ad superius, ABCF. Quod ostendendum proponebatur. 6. Prop. Aequæp. Arch.

Licet autem præcedens demonstratio sit vniuersalior, facilè tamen puto ad eandem vniuersalitatem hanc reduci posse. Porrò notat, si in recta iungente puncta, F, E, sint quoq; centra grauitatis omnium planorum in solido, ABC F, ipsi, ABC, æquidistantium, in mutuo concursu rectarum, FE, ID, verum illius centrum reperiri.

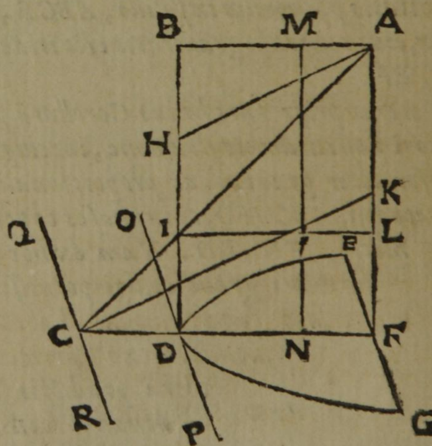
## COROLLARIVM.

*SI cylindricus, ABCGFO, supponatur difformiter grauis in quacunq; specie, iuxta limitem planum, AG, vel tangens in, FB, aut illis parallelam, & sint, E, P, centra grauitatis basium, ABC, OFG; erunt, BE, ED, vel, FP, PN, in ratione reciproca grauitatum truncorum: currit enim hic eadem precisè demonstratio. Quodsi, FE, transeat quoq; per centra grauitatis planorum in solido, ABCE, ipsi, ABCF, æquidistantium, eius centrum grauitatis erit itidem in concursu rectarum, DI, EF.*

*Poterat prior pars huius Corollarij probari per ostensa in superiori nostra demonstratione, intelligendo alium cylindricum vniformiter grauem, ac proportionaliter analogum in grauitate ipsi, ABCGFO, cuius bases oppositæ fuissent circa diametros, FN, BD. Nam ex hoc propositum pro difformiter graui colligi potuisset. Verum cum hoc compendiosius habeatur ex demonstratione Torricellij nihil vltra prædictis addendum censui.*

# PROPOSITIO XVIII.

*Si cylindricus vniformiter, vel vtcunq; difformiter grauis, in basi figura circa diametrum, secetur plano transeunte per alterutrum ex verticibus superioris basis, & per æquidistantem tangenti in opposito vertice inferioris, ad eandem partem verticis extra figuram constitutam, quæ limes supponatur: centrum grauitatis basis cylindrici diuidet compositam ex diametro, eiusq; indefinitè productæ residuo vsq; ad limitem, in ratione reciproca grauitatum truncorum eiusdem cylindrici.*



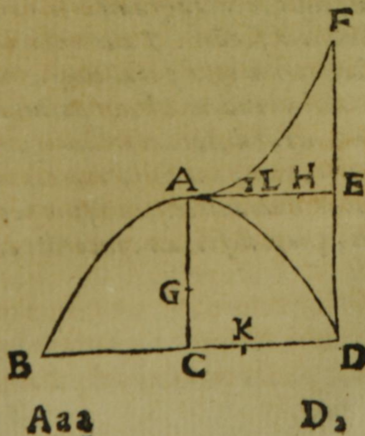

Sit cylindricus vniformiter, vel vtcũq, difformiter grauis in basi figura, EDG, circa diametrũ, DF; cuius tãtũ parallelogrammũ, BAFD, exponimus, transiens per axem grauitatis, MN, & diametros, BA, DF, oppositarum basium. Hic secetur plano transeunte per, A, &, QR, parallelam tangenti, OP, quę sit limes, factis truncis, AFDI, ABI. Dico, producta, FD, vsq; ad, QR, limitem in, C, centrum grauitatis, N, secare, CF, in ratione reciproca grauitatum truncorum, AFDI, ABI. Hoc posset probari vel per à nobis ostensa, vel per modum

Tor-

Torricellij ductis, IK, AH, bifariam secantibus, AF, BI, prosecutaq; vt supra demonstratione: sed & hac ratione colligi potest. Ducatur planum per, I, basi, EDG, parallelum. Cum ergo ex demonstratis sit truncus, ALI, ad, ABI, in vniformiter graui, nempè grauitas, ALI, ad grauitatem, ABI, in vniformiter, & difformiter graui, vt, DN, ad, NF, componendo, erit grauitas cylindrici, BL, ad grauitatem trunci, ABI, vt, DF, ad FN: at grauitas cylindrici, FB, ad grauitatem cylindrici, BL, est vt, FA, ad, AL, (etiam in difformiter grauibus, quia his cylindrici proportionaliter analogi in grauitate, & vniformiter graues ita pariter se habent) siuè vt, CF, ad, IL, vel, FD. Ergo ex æquali, & diuidendo, grauitas trunci, AFDI, ad grauitatem trunci, ADI, erit vt, CN, ad NF. Est ergo, CN, ad, NF, in ratione reciproca grauitatum truncorum dicti cylindrici. Quod, &c. Ex Corol. proxime superiori.

## PROPOSITIO XIX.

*Si in quocunque parallelogrammo, AD, sit quoduis ex sæpè dictis trilineis, AED, cum eius residuo spatio, seù semiparabola, ADC, & figuræ duplicentur, vt fiant trilineum, AFD, & parabola, BAD, circa diametros, AE, AC, sintq; H, G, eorum centra grauitatis. Dico parallelogrammum, CE, ad trilineum, AED, esse vt, AH, ad, HE: & idem, CE, ad semiparabolam, ACD, vt, AG, ad, GC.*




Nam si intelligamus cylindricum in basi, FA

D, qualem poſcit Prop. 16. huius, sectum plano per, A, & latus oppoſitum ipſi, FD, tranſeunte; erit parallelogrammum, CDF, ad trilineum, AFD, vt truncus eiuſdem inferior ad ſuperiorem, per oſtenſa in eadem Prop. 16. At inferior truncus ad ſuperiorem eſt, vt, AH, ad, HE, per Cor. Prop. 17. Ergo parallelogrammum, CDF, ad trilineum, AFD, vel, CE, ad trilineum, AED, eſt, vt, AH, ad, HE. Eodem modo propoſitum de parabola oſtendemus.

## *COROLLARIVM I.*

*Hinc ſequitur in trilineo primo, AH, ad, HE, eſſe vt 2. ad 1. in ſecundo vt 3. ad 1. in tertio vt 4. ad 1. Et ſic deinceps, &c. antecedente ſemper vnitate aucto, & retenta in omnibus vnitate pro conſequente. In prima verò parabola, ſc. in triangulo, BAD, erit, AG, ad, GC, vt 2. ad 1. in ſecunda vt 3. ad 2. in tertia, vt 4. ad 3. & ſic deinceps, &c. auctis ſemper ſingulis terminis vnitate: hoc eſt in vtriſq; figuris quemadmodum ſe habet parallelogrammum, CE, ad trilinea, AED, & ad ſemiparabolas, ACD. Quæ ratio habetur in Exerc. Quarta ex Prop. 23. eiuſq; Cor.*

## *COROLLARIVM II.*

*Conſequitur inſuper ex dictis, in omnibus hiſce figuris, earumq; ſegmentis, per applicatas verſus verticem abſciſſis; centra grauitatis earum, ſegmentorumq; diametros, ſimiliter ſecare. Talis enim ſectio fit iuxta rationem circumſcriptorum ipſis parallelogrammorum ad ipſa ſegmenta, quæ in omnibus eadem eſt, vt patuit in Prop. 15. Torricellius prius inuenerat dictorum trilineorum, & parabolarum centra grauitatis, quæ cum mihi communicaſſet abſq; tamen demonſtratione, humaniterq; in vſum permiſiſſet, ipſe ſuperiorē excogitaui, quam neſcio an concordet cum ab eodem allata.*

16. huius.

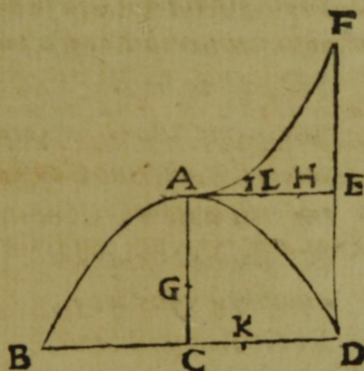
PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO XX.

*In eodem Schemate antecedenti ijsdem suppositis, si, ADC, duplicetur, vt fiat circa, CD, communem basim tanquam circa diametrum figura ex duabus semiparabolis, ADC, composita: & vt, AE, cum, EH, ad, HE, ita sit, DK, ad, KC. Dico, K, esse centrum grauitatis dictæ figuræ.*

Diuidatur, AE, bifariam in, L, quod erit centrum grauitatis parallelogrammi in basi, FD, trilineo, AFD, circumscripti; eruntq; pariter, H, L, centra æquilibrij, H, trilinei, AED, &, L, parallelogrammi, CE. Fiat vt, ACD, ad, AED, ita, HL, ad, LI, eritq; I, centrum æquilibrij semiparabolæ, ADC. Quoniam verò vt, CE, ad, AED, ita est, AH, ad, HE, seù, EL, LH, ad, HE, vel dupla, LH, cum, HE, ad, HE; erit diuidendo, vt, ACD, ad, AED, vel vt, HL, ad, LI, seù dupla, HL, ad duplam, LI, ita dupla, HL, ad, HE; vnde, HE, erit dupla, LI. Igitur, LE, superabit, HI, dimidio, HE, seù ipsa, IL, sed, LE, vel, AL, superat, AI, eadem, IL, ergo, AI, IH, sunt æquales. Et quia, AE, ad, EH, est vt dimidia, AL, ad dimidiam, LI, per conuersionem rationis erit, EA, ad, AH, vt, AL, vel, EL, ad, AI. Et quia vt, AH, ad, HE, ita est, CE, ad, AED, hoc est, HI, ad, IL, conuertendo, EH, ad, HA, erit vt, LI, ad, IH, hoc est ad, IA, quia, HI, IA, ostensæ sunt æquales. Igitur cum, EA, ad, AH, sit vt, EL, ad, IA, &, EH, ad, HA, vt, LI,




6. Prop. primi Aequæp. Arch.

Prop. 6. primi Aequep. Arch.

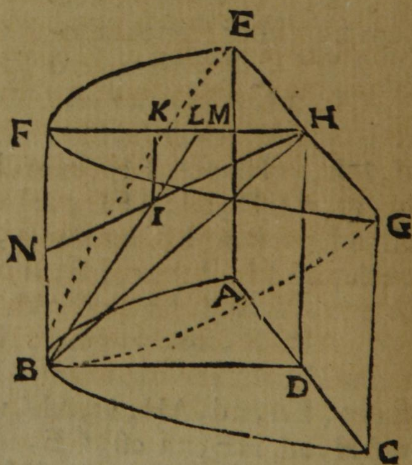


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

LI, ad, IA, colligendo antecedentia, erit vt, AEH, ad, HA, ita, EI, ad, IA. Sed vt, AEH, ad, HA, ita est, DK, ad, KC. Ergo, AE, CD, similiter sectæ sunt in, I, K. Est autem, I, centrum æquilibrij semiparabolæ, ACD. Ergo, K, quod est in diametro duplicatæ figuræ, erit eiusdem centrum grauitatis.

## PROPOSITIO XXI.

*Si cylindricus vniformiter grauis, EFCBA, in oppositis basibus, ABC, EFG, constitutus, quæ singulæ sint parallelogrammum, vel vna quæcunq; ex sæpè dictis infinitis parabolis, seu trilineis, circa diametros, BD, FH, & in basibus, AC, EG, existentibus; plano per verticem vnius dictarum oppositarum basium, & per basim alterius transeunte, vt per, B, EG, secetur: sit autem, L, centrum grauitatis basis, EFG, & subinde centrum æquilibrij cylindrici, EFGCBA, & fiat vt, FL, ad duplam, LH, ita, FK, ad, KH; & vt, FH, ad, HL, ita, FM, ad, MH. Erunt, K, M, centra æquilibrij trũcorum; K, quidem eius, quod tribus superficiebus, EFG, EBG, EFGBE, vel quatuor, &, M, reli-*






Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

***qui, quod quinque, EBG, ABC, EACG, EBA, GBC, comprehenditur.***

DVcantur, BL, &, HN, quæ bifariam secet ipsam, BF, in, N, ijs concurrentibus in, I, iungaturq; IK. Quoniã ergo in duas rectas, HF, BF, ab earum terminis, H, B, reflectuntur duæ rectæ, HN, BL, erit per ostensa à Ptolemæo Lib. 1. Almagesti Cap. 12. proportio ipsius, HL, ad, LF, composita ex proportione, HI, ad, IN, &, NB, ad, BF. At si inter, HL, LF, de foris sumamus duplam, HL, eadem ratio ipsius, HL, ad, LF, erit composita ex rationibus, HL, ad duplam, HL, & duplæ, HL, ad, LF. Ergo duæ rationes, HI, ad, IN, &, NB, ad, BF, æquantur duabus rationibus, nempè ipsius, HL, ad duplam, HL, & duplæ, HL, ad, LF. Sed ratio ipsius, HL, ad duplam, HL, eadem est rationi ipsius, NB, ad, BF, cum vtraq; sit subdupla. Ergo ratio duplæ, HL, ad, LF, eadem est rationi, HI, ad, IN. Quia verò vt, FL, ad duplam, LH, ita est ex constructione, FK, ad, KH, erit conuertendo vt dupla, HL, ad, LF, hoc est per ostensa, vt, HI, ad, IN, ita, HK, ad, KF. Erit ergo, IK, parallela, FB. Quoniam verò, I, est centrum grauitatis trunci, EFGB, quia, HN, transit per centra grauitatis omnium parallelogrammorum, quæ fiunt à secantibus planis ipsi, EC, parallelis; &, BL, transit per centra grauitatis omnium parabolarum, vel trilineorum in trunco, EFGB, conceptorum, ac ipsi basi, EFG, æquidistantium: ideò erit, K, eiusdem trunci centrum æquilibrij.

Def. 12. primi Geo. Ind.

2. Sexti Elem.

8. huius.

Cor. 2. Prop. 19. huius.

Rursus quia vt truncus inferior, EABCG, ad superiorem, EFGB, ita est, FL, ad, LH, & vt, FL, ad duplam, LH, ita ex constructione est. FK, ad, KH: ideò, vt, FL, ad, LH, seù vt truncus inferior ad superiorem, ita erit, FK, ad dimidiam, KH. Et componendo vt, FH, ad, HL, seù ex constructione, vt, FM, ad, MH, ita erit, FK, cum dimidia, KH, ad dimidiam, KH: & iterum componendo, vt, FK, cum duobus dimidijs, KH, seù cum, KH, hoc est vt tota, FH, ad dimidiam, KH, ita erit eadem, FH, ad, HM. Ergo, HM, erit dimidia, KH. Cum verò ostensum sit, FK, ad dimidiam, KH, esse vt, FL, ad, LH: erit, FK, ad,

Corol. Prop. 17. iuxta 2. demon.

MH,

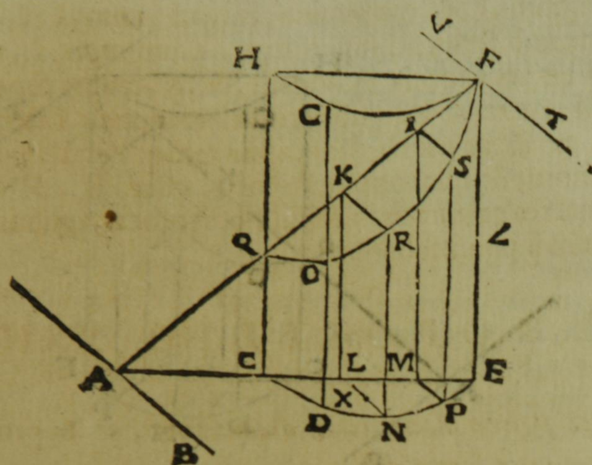
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

MH, vt tota, FL, ad totam, LH. Vnde reliqua, KL, ad reliquam, LM, erit vt tota, FL, ad totam, LH, ſcilicet vt truncus inferior ad ſuperiorem. Cum ergo, L, ſit centrum æquilibrij totius cylindrici, &, K, trunci ſuperioris, erit, M, centrum æquilibrij trunci inferioris. Licet autem figura exhibeat parabolam, idem tamen currit in parallelogrammo, & quocunque trilineo, quia, BL, HN, ſunt ſemper axes grauitatis in huiuſmodi truncis, talibus cylindricorum ſuppoſitis baſibus.

## PROPOSITIO XXII.

*Cuilibet figuræ planæ circa diametrum, ac in prima difformitatis ſpecie difformiter graui, iuxta limitem rectam lineam ipſam in vertice tangentem, vel eidem tangenti parallelam, extra figuram vbicunque conſtitutam, eſt proportionaliter analogum in grauitate ſegmentum inferius cylindrici in baſi propoſita figura exiſtentis, altitudine quacunq; & vniformiter grauis; quod fit ducto plano indefinito per punctum, in quo diameter, producta ſi opus ſit, incidit limiti, & per rectam tangẽtem ſuperiorem cylindrici baſim in extremitate diametri à limite remotiorem.*

SIt figura plana quęcunq; circa diametrum, CE, cuius tantum dimidiam, CDE, exhibemus, in prima difformitatis ſpecie difformiter grauis iuxta limitem rectam lineam, quæ figuram tangat in, C, ſeu eidem tangenti æquidiſtet, vt, AB, extra figuram, cui incidat producta, EC, in, A. Inſuper in baſi, CDE, intelligatur conſtitui cylindricum, HGFEDC, vniformiter grauem, cuius, FE, ſit latus. Erit ergo, HFEC, parallelogrammum, quia, CE, eſt recta linea. Deniq; per, A, & rectam, VT, tangentem figuram, HGF, (ſimilem, æqualem, & ſimiliter poſitam ipſi, CDE,) æqui-



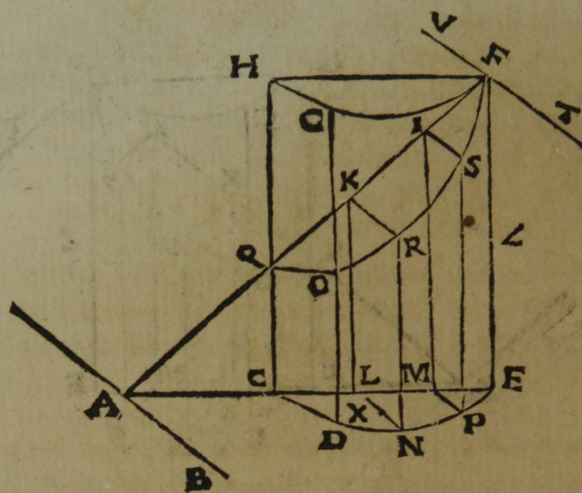

æquidistantem limiti, AB, & ab eo remotiorem, extendatur indefinitè planum, quod in plano parallelogrammi, H E, faciat rectam, AQF, & in solido gignat figuram, QOF, per quam cylindricus, HED, secabitur in duo frusta, vnum inferius, QOFEDC, alterum superius, HGFOQ, quæ trunci appellati sunt. Dico ergo figuram, CDE, esse proportionaliter analogam in grauitate inferiori trunco, QOF EDC. Ducantur enim intra cylindricum, HED, quotcunq; plana æquidistantia transeunti per, VT, FE, & subinde & limiti, AB, & inter se parallela, ac efficientia in trunco, QOFEDC, figuras, ISPM, KRNL, quæ erunt parallelogramma æquiangula, quia, PM, SI, æquidistant ipsi, VT, & ideò sunt inter se parallelæ. Similiter, SP, IM, sunt eidem, FE, parallelæ, & ideò etiam inter se erunt parallelæ; quapropter, SM, erit parallelogrammum. Eodem modo constabit, RL, esse parallelogrammum, & prædicto æquiangulum. His præmissis, quoniam grauitas rectæ, MP, ad grauitatem rectæ, LN, habet rationem compositam ex ratione grauitatis, MP, ad grauitatem rectæ eidem, MP, æqualis sumptæ in, LN, quæ sit, LX, idest ex ratione, MA, ad, AL, & ex ratione grauitatis, LX, ad grauitatem, LN, idest

16. Vnd. Elem.

10. Vnd. Elem.

Def. 9.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




1. huius. idest ex ratione, LX, seù, MP, ad, LN, quia, LN, supponitur in seipsa vniformiter grauis. Duæ autem rationes, MA, ad, AL, siuè (ob similitudinem triangulorum, IAM, KAL,) ipsius, IM, ad, KL, &, MP, ad, LN, componunt rationem parallelogrammi, SM, ad sibi parallelogrammum

23. Sexti Elem. æquiangulum, RL, & subinde grauitatis, SM, ad graui-

1. huius. tatem, RL, nam truncus, QOFEDC, supponitur vniformiter grauis. Ergo grauitas, MP, ad grauitatem, LN, est vt grauitas, SM, ad grauitatem, RL, & sic in cæteris. Et proindè figura, CDE, difformiter grauis, & trũcus, QOFEDC, vnif. grauis sunt magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate.

Casum prætermisimus quando limes transit per verticem, C, cum ex præallato facile intelligi possit, tunc enim planum secans ducitur per, C, &, VT, ac figura, CDE, quæ tunc supponitur difformiter grauis iuxta dictum limitem, ostendetur eodem modo ipsi facto trunco, CDEF, esse proportionaliter analoga in grauitate.

Quod verò probatum est de exposita semifigura, CDE, idem eodem modo ostendetur de reliqua semifigura, quæ subintelligitur esse ad aliam partem axis, CE, nempè eam

esse

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

esse proportionaliter analogam in grauitate semicylindric trunco, qui erit portio integri cylindrici super basim integrā figuram constituti. Ex quo patebit integram figuram circa diametrum, CE, esse proportionaliter analogam in grauitate trunco eiusdem inferiori vniformiter graui, resecto eodem plano per, AF, VT, transeunte.

## COROLLARIVM.

*Colligitur ex demonstratis centrum grauitatis planæ figuræ propositæ, & sui trunci, æqualiter abesse à vertice, C, seu à limite, A. Vnde si trunci habeatur centrum grauitatis, innotescet quoque centrum grauitatis propositæ planæ figuræ, illud enim erit quoque in diametris figuræ. E contra si detur centrū grauitatis planæ figuræ, notum euadet centrum grauitatis sui trunci; erit enim quoque in recta, AZ, (si duceretur,) bissecāte rectam, FE, quia in ea reperiuntur centra grauitatis parallelogrammorum, quorum dimidia sunt, SM, RL, & reliquorum huiusmodi quorumcumque, eadem enim, AZ, bissecaret eorum diametros, KL, IM, &c. cum æquidistent ipsi, FE. Ergo notum erit centrum grauitatis dicti trunci.* 9. huius. 8. huius.

*Porrò his præmissis nunc iterum accedemus ad inuestiganda per hanc rationem inuenta superius centra planarū figurarum, & postmodum alia, quæ supersunt in insignioribus planis, & solidis figuris plura breuitatis causa, resecantes, ac in aliud commodius tempus differentes.*

## PROPOSITIO XXIII.

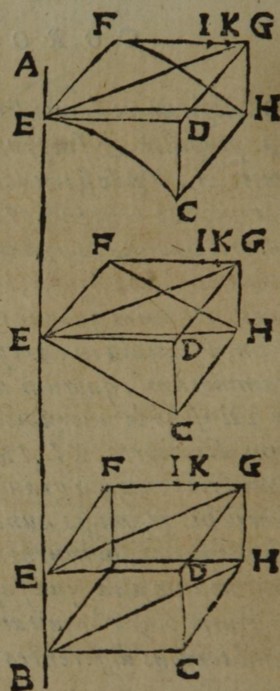
*Si parallelogrammum, triangulum, prædictaq; trilinea exponantur, quæ sint in prima specie difformiter grauia, iuxtà limitem rectam lineam eorum basibus parallelam per verticem ductam: centrum grauitatis eorundem ita secabit diametrum, vt pars ad verticem sit ad reliquam in parallelogrammo, vt 2. ad 1. in triangulo, vt 3. ad 1*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*in trilineo quadratico, vt 4. ad 1. in cubico vt 5. ad 1. & sic deinceps antecedente semper vnitate aucto, & retenta pro consequente ipsamet vnitate.*

SInt parallelogrammum, triãgulum, & trilineum quadraticum, quorum tamen medietates tantum exhibemus, EDC, circa diametrum, ED, eaque in prima specie difformiter grauia iuxta limitem rectam, AB, eorum basibus, CD, parallelam per verticem, E, ductam. Dico centrum grauitatis eorundem secare diametrum, ED, vt propositum est. Sint enim in ipsis constituti cylindrici quicunque, FCD, vniformiter graues, quorum oppositæ bases, FGH, transeatq; planũ per, E, &, GH, secans cylindricũ in duos truncos, EGHCD, inferiorem, &, EFGH, superiorem. Igitur per Cor. ant. æqualiter distabunt à limite, AB, seù vertice, E, centrum grauitatis duplæ figuræ, EDC, & dupli dicti trunci inferioris, quod sic obtinebitur.

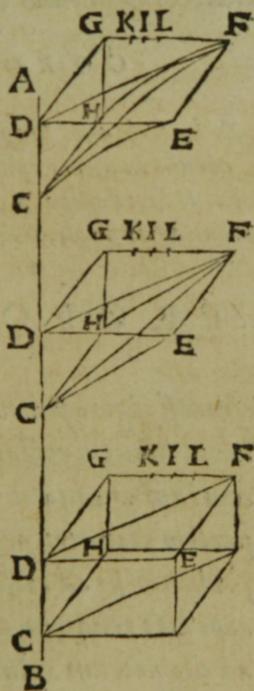



Quoniam ex Cor. pr. Prop. 19. nota sunt centra grauitatis figurarum, EDC, duplicatarum, tãquam vniformiter grauiũ: siquidem in parallelogrammo centrum grauitatis secat diametrum, ED, per æqualia, in triangulo pars ad verticem est reliquæ dupla, in trilineo quadratico tripla, &c. ideò si in parallelogrammo bissecetur, FG, in, I, in triangulo verò fiat, FI, ad, IG, vt 2. ad 1. in trilineo, vt 3. ad 1. erunt puncta, I, centra æquilibrij duplicatorum cylindricorum, FED. At per Prop. ant. si fiat vt, FG, ad, GI, ita, FK, ad, KG, erit, K, centrum æquilibrij dupli trũci, EGHCD, & subinde figu-

ræ, FGH, vel, EDC, duplicatæ. Est verò illius centrũ grauitatis in diametro, ED. Ergo centrum grauitatis parallelogrammi dupli, E C, ita secat eius diametrum vt pars ad verticem sit ad reliquam sicut 2. ad 1. in triangulo vt 3. ad 1. in trilineo quadratico vt 4. ad 1. & sic in cubico vt 5. ad 1. &c. Quod ostendendum proponebatur. 8. huius.

## PROPOSITIO XXIV.

*In ijsdem figuris Prop. ant. sed in prima specie iuxta limitẽ basim difformiter grauibus centrum grauitatis ita secat diametrum, vt pars ad verticem sit ad reliquam, in parallelogrammo sicuti 1. ad 2. in triangulo, vt 2. ad 2. in trilineo quadratico, vt 3. ad 2. in cubico, vt 4. ad 2. & sic deinceps antecedente semper aucto vnitate, & retento binario pro consequente.*




Sint expositæ eędem figuræ, sed basibus, DC, limiti, AB, applicatæ, iuxta quam, AB, sint in prima specie difformiter graues Dico centrum grauitatis earundem secare diametrum, E D, vt propositum est. Sint. n. rursus in ijsdem constituti cylindrici, FC, vniformiter graues, qui secentur planis per bases, D C, & per, F, ductis, in truncum inferiorem, FDCE, & superiorem, FGHCD. Igitur per Cor. Prop. 22. æqualiter distabunt à limitibus, D C, centrum grauitatis

 duplæ

Cor. 1. 19. huius. duplæ figuræ, EDC, & dupli dicti trunci inferioris, quod sic obtinebitur. Iam constat centrum grauitatis earūdem figurarum tanquam vniformiter grauium, & subinde constat punctum, I, veluti in Prop. ant. centrum æquilibrij dupli cylindrici, FC, scilicet in parallelogrammo est, FI, ad, IG, vt 1. ad 1. in triangulo vt 2. ad 1. in trilineo quadratico vt 3. ad 1. &c. At per Prop. 21. superiorem si fiat vt, FI, ad duplam, IG, ita, FL, ad, LG, erit, L, centrum æquilibrij dupli trunci, FDCE, inferioris, & subinde figuræ, FGH, vel, EDC, duplicatæ. Est verò etiam in diametro, DE. Ergo centrum grauitatis parallelogrammi dupli, CE, ita secat eius diametrum vt pars ad verticem, E, sit ad reliquā vt 1. ad 2. in triangulo vt 2. ad 2. in trilineo quadratico vt 3. ad 2. in cubico vt 4. ad 2. &c. Quod erat ostendendum.

### COROLLARIVM.

*Ex hac, & ant. Prop. patent quoque centra æquilibrij truncorum in dictis cylindricis constitutorū, quæ sunt eadem puncta, K, L: nempe, K, trunci maioris dupli, FHCDG, &, L, trunci minoris dupli, FECD.*

## PROPOSITIO XXV.

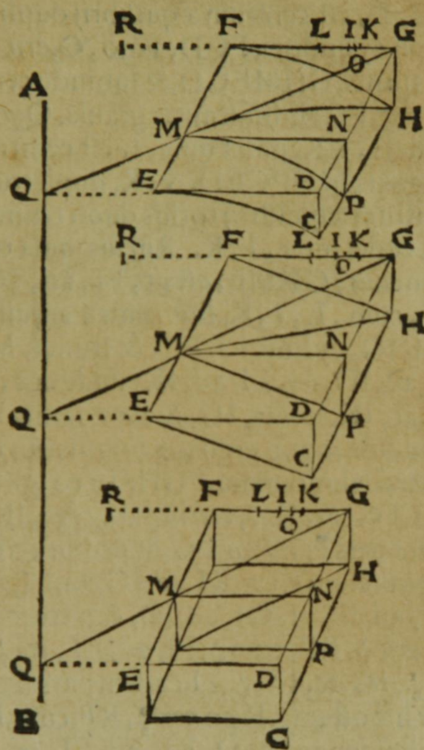
*In ijsdem figuris, sed in prima specie difformiter grauibus iuxta limitem rectam vltra verticem basi parallelam; centrum grauitatis diuidit in parallelogrammo sextam partem diametri, ordine tertiam à basi, ita vt pars versus basim sit ad reliquam, vt dupla limitaris (sic liceat appellare reliquam diametri productæ vsq; ad limitem) ad diametrum. In triangulo secat duodecimam partem diametri, ordine quartam à basi ita vt pars ad basim sit ad reliquam, sicuti sexquialtera limitaris ad diametrū. In trilineo quadratico diuidit vigesimam partem ordine*

quin-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*quintam, ita vt pars ad basim sit ad reliquam, sicuti sexquitertia limitaris ad diametrum. Et sic deinceps in reliquis trilineis simili seruato processu.*

SInt eędem semifiguræ, EDC, in prima specie difformiter graues iuxta limitem rectã, AB, vltra verticẽ, E, basi, DC, parallelam. Dico earũdem duplicatarum centrum grauitatis ita secare præfatas diametri partes, vt dictum est. Sint in ijsdem cõstituti cylindrici vniformiter graues, FCD, & producta diametro, DE, vsque ad limitem, AB, in, Q, fiat, QE, quam voco limitarẽ: extendatur quoque in definite planũ per, AB, & opposi ę basis, FGH, basim, GH, secans cylin-




dricum, FC, in duos truncos, nempè superiorem, FGHM, & inferiorem, GHMECD, traductoq; plano, MNP, per, M, oppositis basibus ęquidistante, fiant cylindrici, FGHPMN, PMNDCE. Notentur quoque in diametro, FG, tria puncta, I, K, L, vt in Prop. duabus ant. effectum est. Erit ergo, I, centrum grauitatis figuræ, cuius dimidia, FGH, tanquam vniformiter grauis, & insuper centrũ æquilibrij cylindrici, cuius

cuius medietas, FC. Sic &, K, erit centrum æquilibrij dupli trunci, GMPN, &, L, dupli trunci, GHMF. Insuper se extendatur, GF, in, R, ita vt, FR, sit æqualis limitari, EQ, erit, RI, ad, IG, vt trũcus, GHMECD, ad truncum, FGHM. Si ergo fiat vt, RI, ad, IG, ita, LI, ad, IO, erit, LI, ad, IO, vt dictus truncus inferior ad superiorem. Sed, L, est centrum æquilibrij dupli trunci, GHFM, &, I, dupli cylindrici, FCD, ergo, O, erit centrum æquilibrij dupli trunci, GHMECD, & subinde centrum grauitatis duplę figuræ, FGH, difformiter grauis. Quod autem, O, cadat inter puncta, I, K, patet quia, I, est centrum æquilibrij dupli cylindrici, MNPCED, &, K, dupli trunci, MGHPN, vnde centrum æquilibrij totius dupli trunci, GHMECD, nempè, O, cadet inter, I, K. Rursus quia truncus, MGHPN, ad truncum, GHMF, est vt, FI, ad, IG, & pariter, vt, LI, ad, IK, cum, L, I, K, sint centra æquilibrij duplorum trunci, FMHG, cylindrici, FC, & trunci, MGHPN. Ideò erit vt, FI, ad, IG, ita, LI, ad, IK, vnde erit, LI, eadem pars ipsius, FI, ac, IK, ipsius, IG, & hæc omnia in omnibus hisce figuris vera sunt; nunc ergo eas singillatim examinemus incipiẽtes à parallelogrammo, FGH. In eo igitur est, IG, medietas ipsius, FG, &, KG, tertia pars, ergo, IK, earum differentia erit sexta pars eiusdem, FG, & ordine tertia à basi, GH. Quoniã ergo factum est vt, RI, ad, IG, ita, LI, ad, IO, erit permutando, RI, ad, IL, vt, GI, ad, IO, & antecedentium sub tripla, hoc est erit $\frac{1}{3}$, RF, cum $\frac{1}{3}$, FI, ad, LI, ita $\frac{1}{3}$, IG, ad, IO. Sed, IK, est $\frac{1}{3}$, IG, &, LI, $\frac{1}{3}$, FI, eadem pars nempè ac, KI, ipsius, IG, per hic ostensa. Ergo erit $\frac{1}{3}$, RF, cum, LI, ad, LI, vt, KI, ad, IO, & diuidendo, erit $\frac{1}{3}$, RF, ad, LI, vt, KO, ad, OI. Sed vt $\frac{1}{3}$, RF, ad, LI, ita eorum sexcupla, nempè ita $\frac{6}{3}$, seù dupla, RF, ad sexcuplam ipsius, LI, scilicet ad diametrum, FG, est enim, LI, differentia inter medietatem, FI, ipsius, FG, &, FL, quæ est $\frac{1}{3}$, eiusdem, FG, & subinde est, LI, sexta pars ipsius, FG. Probauimus ergo in parallelogrãmo centrum grauitatis, O, ita secare, IK, sextã partẽ ipsius, FG, & ordine tertiã à basi, GH, vt, KO, ad, OI, sit veluti dupla, RF, ad, FG, quod & pro dupla figura, EDC, verificatur.

18. huius.

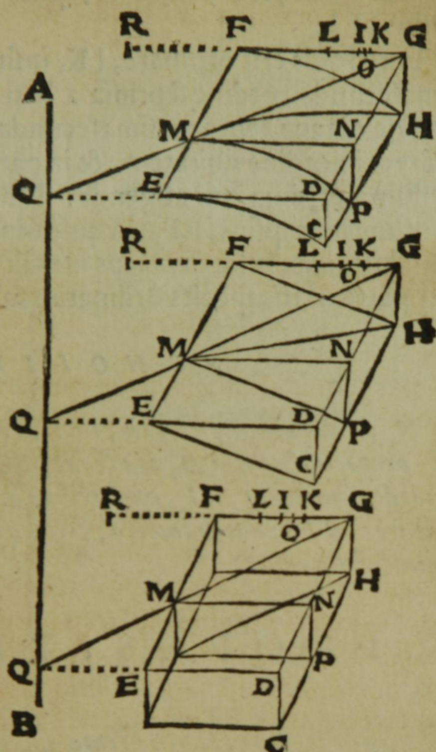
6.1. Aequ. Arch.

Cor. 24. huius.

In

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

In triãgulo verò, FGH, cum sit, RI, ad, IG, vt, LI, ad, IO, erit permutando, RI, ad, LI, vt, IG, ad IO, & antecedentiũ subquadrupla, nempè erit $\frac{1}{4}$, RF, cum $\frac{1}{4}$, FI, nempè cũ, LI, ad, LI, ita $\frac{1}{4}$, IG, nẽpè, IK, ad, IO. Et diuidẽdo erit $\frac{1}{4}$, RF, ad, LI, vt, KO, ad, OI. At vt $\frac{1}{4}$, RF, ad, LI, ita, sexcuplatis terminis, est sexquialtera, RF, ad, FG, quia, LI, differentia inter, FL, medietatem, &, FI, $\frac{2}{3}$, FG, est $\frac{1}{6}$, ipsius, FG. Ergo, O, secat, KI, duodecimã partẽ ipsius, FG, (cum sit differẽtia inter, IG, $\frac{1}{3}$, &, KG, $\frac{1}{4}$ ipsius, FG,) ordine quartam à basi, GH, ita vt sit, KO, ad, OI, sicuti sexquialtera, RF, ad ipsam, FG.




Sic in trilineo quadratico est, IK, differentia inter, IG, $\frac{1}{4}$, &, KG, $\frac{1}{5}$, ipsius, FG, $\frac{1}{20}$, & ordine quinta à basi, ostẽditurq; KI, ad, IO, esse vt $\frac{1}{5}$, RF, cum $\frac{1}{5}$, FI, hoc est cum, LI, ad ipsam, LI, & diuidendo probatur, KO, ad, OI, esse vt $\frac{1}{5}$, RF, ad, LI, seù quintuplicatis terminis, vt RF, ad, FI. Et quia, GF, est sexquitertia, FI, ideò vt, RF, ad, FI, vel, KO, ad, OI, ita erit sexquitertia ipsius, RF, ad, FG.

In Trilineo pariter cubico erit, IK, pars trigesima, nempè differentia inter, IG, $\frac{1}{5}$ &, KG, $\frac{1}{6}$ ipsius, FG, ac ordine sexta à basi, GH, &, LI, $\frac{1}{6}$ ipsius, IF, & vt, KO,

ad,

ad, OI, ſic oſtendetur eſſe, RF, ad, FI, & ita ſexquiquarta ipſius, RF, ad, FG, quia, FG, eſt ſexquiquarta ipſius, FI.

In reliquis erit ordinatè, IK, ipſius, FG, pars quadrageſimaſecunda, ordine ſeptima à baſi; quinquageſimaſexta, ordine octaua, ſeptuageſimaſecunda, ordine nona, addendo ſemper in ordine vnitatem, & in partibus præcedentem exceſſum per binarium augendo. Similiter in ſubſequentibus ſubſumemus ipſius, RF, ſexquiquintam, ſexquiſextam, ſexquiſeptimam, & ſic deinceps iuxta reliquas proportionis ſuper particularis ſpecies ordinatim ſubſequentes.

### SCHOLIVM.

*IN triangulo, EDC, ſeù, FGH, reperitur quoque hoc modo proportio; nempè, O, ita ſecat, FG, vt ſit, FO, ad, OG, ſicuti quatuor limitares, RF, cum tribus diametris, FG, ad duas limitares, RF, cum diametro, FG; quemadmodum experienti manifeſtum erit.*

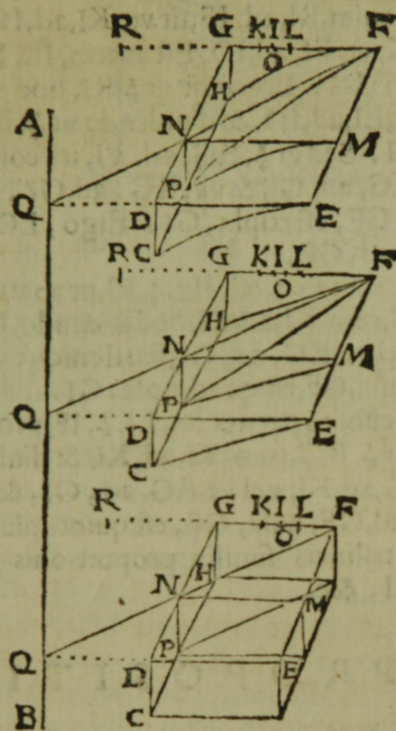
## PROPOSITIO XXVI.

*In iiſdem figuris, ſed in prima ſpecie difformiter grauibus iuxta limitem rectam baſi parallelam, & vltra ipſam ductam; centrum grauitatis diuidit in parallelogrammo ſextam partem diametri poſt $\frac{3}{9}$ eiuſdem à baſi numeratas hoc eſt ordine quartam, ita vt pars verſus verticē ſit ad reliquam, ſicuti dupla limitaris ad diametrum. In triangulo ita ſecat $\frac{2}{12}$ diametri poſt $\frac{4}{12}$ à baſi numeratas, vt pars verſus verticem ſit ad reliquam, veluti tripla limitaris ad diametrum. In trilineo quadratico ita ſecat $\frac{3}{20}$ diametri poſt $\frac{5}{20}$ à baſi numeratas, vt pars verſus verticem ſit ad reliquam, veluti quadrupla limitaris.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*taris ad diametrum. Et sic in reliquis trilineis simili seruato processu.*

IN ijsdem superioribus figuris eadem constructa supponemus, at basis, CD, sit obuersa limiti, A B, ipsi parallelo, transeatq; planum secās per, AB, & verticem, F. Quoad parallelogrāmum ergo demōstratio non erit alia à superiori.




In triangulo verò sic propositum ostendemus. Erit itaque, RI, ad, IF, vt truncus inferior ad superiorem, quod si fiat vt hic ad illum, ita, KI, ad, IO, ostēdetur, O, vt in Prop. ant. esse centrum æquilibrij tā dupli trunci, FECPND, quam duplæ figuræ, GFH, illudq; cadere inter, I, L, puncta. Porrò cum, KI, in eadem probata sit esse in parallelogrammo $\frac{1}{6}$ ipsius, GF, in triangulo $\frac{1}{12}$ in trilineo q. $\frac{1}{20}$, in cubico $\frac{1}{30}$, in quadratoq; $\frac{1}{42}$, &c. sitq; vt, GI, ad, IF, ita, KI, ad, IL, quia illę sunt vt trūci, FMPN, FGNPH, &, GI, æqualis ipsi, IF, in parallelogrammo, in triā gulo verò sit, GI, $\frac{1}{2}$ ipsius, IF, in trilineo q. $\frac{1}{3}$, incubico $\frac{1}{4}$ in q. $\frac{1}{5}$ &c. eiusdem, IF, patet in parallelogrammo, IL, esse $\frac{1}{6}$, &, GI, $\frac{3}{6}$ à basi, GH, numeratas. Sic in triangulo erit, IL, $\frac{2}{12}$ post, GI, $\frac{4}{12}$ ipsius, GF, numeratas à basi, GH. In trilineo q. erit, IL, tripla ipsius, IK, $\frac{3}{20}$ GF, 18. huius. 17. huius.

Ccc post,

post, GI, $\frac{5}{25}$ eiusdem, GF. In cubico erit, IL, quadrupla, KI, $\frac{4}{36}$, GF, post $\frac{6}{36}$ à basi, GH, numeratas, & sic deinceps in reliquis trilineis. Nunc ostendendum in triangulo remanet, LO, ad, OI, esse vt tripla, RG, ad, GF, quod sic probatur. Cum enim, RI, ad, IF, sit vt, KI, ad, IO, permutando, erit, RI, ad, IK, vt, FI, ad, IO. Est autem, IL, $\frac{1}{4}$ ipsius, IF, sicuti, KI, est $\frac{1}{4}$ ipsius, IG. Ergo erit vt $\frac{1}{4}$, RI, hoc est vt $\frac{1}{4}$, RG, cum, *K*I, ad, KI, ita, LI, ad, IO, & diuidendo vt $\frac{1}{4}$, RG, ad, *K*I, ita erit, LO, ad, OI. Sed vt $\frac{1}{4}$, RG, ad, *K*I, ita eorum quadrupla, scilicet ita, RG, ad, GI, & vt, RG, ad, G*I*, ita tripla, RG, ad, GF, quia, GF, est tripla, G*I*. Ergo, LO, ad, OI, est vt tripla, RG, ad, GF.

In trilineo q. est, IL, $\frac{1}{5}$, IF, probaturque, LI, ad, IO, esse vt $\frac{1}{5}$, RG, cum, KI, ad, KI, & diuidendo, LO, ad, OI, vt $\frac{1}{5}$, RG, ad, KI, vel vt, RG, ad, GI, seù denique vt quadrupla, RG, ad, GF, quia, GF, est quadrupla, GI.

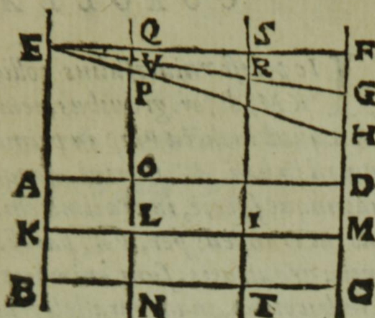
In cubico pariter est, LI, $\frac{1}{6}$, IF, probaturque, LI, ad, IO, esse vt $\frac{1}{6}$, RG, cum, KI, ad, KI; & diuidendo, LO, ad, OI, vt $\frac{1}{6}$, RG, ad, KI, vel vt, RG, ad, GI, & subinde vt quintupla, RG, ad, GF, quia, GF, est quintupla, GI. Hac arte in reliquis trilineis similis proportionis progressio colligetur. Quod, &c.

## PROPOSITIO XXVII.

*Cuiuscunque parallelogrammi, vel trianguli, in quacunque specie difformiter grauis, iuxta limitem rectam basi parallelam per verticem transeuntem, centrum grauitatis exhibere.*

EXponatur denuo Schema Propositionis XI. huius, in quo limes sit, AB, æquidistans basibus, CD, parallelogrãmi, &, HF, trianguli, cæteris, vt ibidem constructis. Quod ergo, KI, sit dupla, IM, dum, AC, supponitur in prima specie difformiter graue, probabitur præcisè vt ibidem. At si concipiatur, AC, tanquam difor-

difformiter graue in secũda specie, tunc sic discuremus. Grauitas, CD, ad grauitatem, NO, erit vt q.MK, ad q. KL, hoc est (si circa diametrum, KM, in basi, DC, supponatur trilineũ quadraticũ vniformiter graue) vt in eodem ad, KM, applicatæ in punctis, M, L, & subinde vt ipsarum applicatarum grauitates. Ergo, AC, erit proportionaliter analogum in grauitate præfato trilineo quadratico. Sed eius centrum grauitatis vt, I, facit, KI, triplam, ipsius, IM. Ergo, I, erit quoque centrũ grauitatis parallelogrammi, AC, difformiter grauis in secunda specie, faciens, KI, triplam, IM. Sic ostendemus in tertia specie, quarta, quinta, &c. Fieri, KI, quadruplam, quintuplam, sextuplam, &c. ipsius, IM. Def. 13. Cor. 1. 19. huius.




Pari ratione si supponamus triangulum, EFH, in prima specie diffor. graue, ostendemus more solito grauitatem, FH, ad, grauitatem, QP, habere rationem compositam ex ratione, FE, ad, EQ, & ex ratione, HF, ad, PQ, nempè grau. FH, ad grau. QP, esse vt q. FE, ad q. EQ, hoc est vt applicatę in trilineo quadratico per puncta, F, Q, & vt earum grauitates, si ipsum intelligamus esse vnifor. graue. Ergo æquè aberunt à vertice, E, eorum cẽtra grauitatis, quia erunt proportionaliter analoga in grauitate. Est autem centrum grauitatis trianguli, EFH, pariter in diametro, EG, ergo erit in, R, vbi fit, ER, tripla, RG. 9. huius. Cor. 1. 19 huius.

Quod si supposuerimus triangulum, EFH, diff. graue in secunda specie, ostẽdemus ipsum esse proportionaliter analogum in grauitate trilineo cubico, & subinde, ER, esse quadruplam, RG. Sic probabimus in tertia specie esse quintuplam, in quarta sextuplam, &c.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIVM.

*Hic potest vniuersalius colligi de cylindricis circa axim, KM, diffor. grauibus, nempè in quacunque specie, limite, EB quod in dicta Prop. in prima specie tantum inferebatur. Immo si in basi, AC, fuerint quoque cylindrici diffor. graues in quacunque specie, iuxta limitem, EB, seu planum ipsorum tangens, ac transiens per, EB, patefiet hinc quoque colligi eorum centra grauitatis; sunt enim in eadem distantia à limite tam cylindricorum, quam parallelogrammi, AC, centra grauitatis, & in eorum diametris. Simili modo pro conicis per viam triãguli, EFH, in quacunque specie diff. grauibus eadem centra colligemus: vt etiam haberi poterunt in parabolicis cylindricis diffor. grauibus, cum, vt fit in sequentibus fuerint parabolarum inquisita centra grauitatis; sicuti & in omnibus cylindricis in basibus figuris planis, quorum sint nota centra grauitatis, constitutis.*

5. huius.

## SCHOLIVM.

*Ex his facilè Lector intelliget cuiuscunque trilinei in quacunque specie diffor. grauis iuxta limitem per verticem transeuntem centra grauitatis haberi posse. Quæ ipsi meditanda relinquimus, sicut etiam eorum centra, cum fuerint vtcumque diff. grauia iuxta limitem per basim transeuntem, vel eidem æquidistanter ductum, sed extra figuram, vt ea, quæ spectant ad trapezia, & alia quamplurima scitu digna: angustia enim temporis laborãs & ferè semper ægritudine vexatus cogor hæc in aliud tempus differre contemplanda, & nunc studiosis tantum innuere. Quapropter in quibusdam adhuc figuris tam planis, quam solidis, solum centra grauitatis meditabimus cum fuerint diffor. grauia iuxta limitem per verticem trãseuntem, ac basi parallelum. Nunc ergò à parallelogrammis, & triangulis transibimus ad centra grauitatis rimanda in parabolis diffor. grauibus, licet tantum in prima specie difformitatis.*

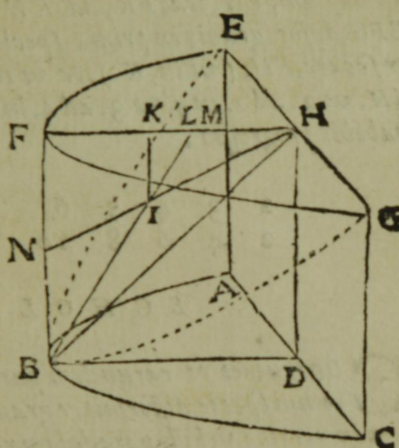
PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO XXVIII.

*In parabola lineari, quadratica, cubica, &c. in prima specie tantum diffor. graui iuxta limitem rectam basi parallelam in vertice tangentem, centra grauitatis palam facere.*

EXponatur hic denuò Schema Propos. 21. huius, in quo supponemus cylindricum, EGCBA, vnif. grauem, sed parabolam, ABC, vel, EFG, in prima specie diffor. grauem, limite per verticem, B, vel, F, transeunte. Iam constant cētra grauitatis parabolarū linearis, quadraticæ, cubicæ, &c. ita secare diametrum vt pars versus verticem sit ad reliquā in lineari vt 2. ad 1. in q. vt 3. ad 2. in C, vt 4. ad 3. &c. progressionemq; esse vt in his numeris. Ex Cor. 1. Prop. 19. huius.




2 3 4 5 6 &c.
1 2 3 4 5

Insuper manifestum est quoq; centrum grauitatis trunci inferioris, BEGCA, vnif. grauis, & parabolæ, ABC, diffor. grauis æqualiter abesse à vertice, B. Sed illius trunci habetur centrum grauitatis, vel æquilibrij, M, si fiat, vt, FH, ad, HI, ita, FM, ad, MH. Ergo habebitur quoque centrum gr. parabolæ, EFG, vel, ABC. Vnde cum in parabola lineari sit, FH, ad, HL, vt 3. ad 1. erit, FM, ad, MH, vt 3. ad 1. & in quadratica, vt 5. ad 2. in cubica, vt 7. ad 3. &c. ita vt progressio stet vt in his numeris. Cor. 22. huius. 21. huius. Cor. 1. 19. huius.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | Quod &c. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |

## COROLLARIVM.

*SI easdem parabolas supponeremus diff. graues in prima specie iuxta limitem basim: cum habeatur centrum gr. trunci superioris, EFGB, vnif. grauis, & subinde parabolæ, EFG, in prima specie diff. grauis, limite, EG, (quia si inuerteretur cylindricus, basis, & truncus fierent inferiores) faciendo vt, FL, ad duplam, LH, ita, FK, ad, KH. Manifestum est parabolæ, EFG, diffor. grauis in prima specie iuxta limitem, EG, centrum gr secare, FH, (vt in, K,) ita vt in parabola lineari, FK, sit ad, KH, vt 2. ad 2. in q. vt 3. ad 4. in c. vt 4. ad 6. &c. vnde sic se habebit progressio.*

21. huius.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | &c. |

## SCHOLIVM.

*COngrueret vt earundem parabolarum necnon circuli in omni specie difformiter grauium, iuxta limitem tangentem in vertice, vel illi parallelam reperirentur centra grauitatis, vt & portionum eorundem. Hæc obtineri possunt si in ipsis, vel eorum portionibus, supponerentur constituti cylindrici, quorum diagonaliter resectorum habeantur centra grauitatis inferiorum truncorum, vt in prima specie diffor. docet nos Prop. 22. huius, cum eius Corollario. Sed quia illa nunc rimari non vacat, ideò studiosis hæc relinquemus inuestiganda, à planisque ad solida gradum facientes, primò Coni centrum grauitatis inquiremus.*

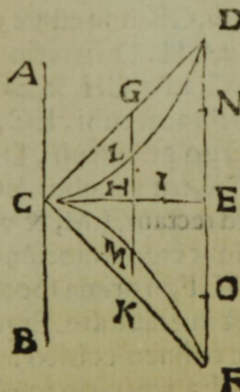
PRO

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO. XXIX.

*Si conus quicunque supponatur primo vnif. deinde diffor. grauis, iuxta limitem planum per verticem transiens, basique parallelum, nempè ordinatim in specie 1.2.3.4. &c. Centrum grauitatis ita secabit illius axim, vt pars ad verticem sit reliquæ tripla in vnif. graui, quadrupla in primo difformi, quintupla in secundo, sextupla in tertio, &c. & sic deinceps simili seruato processu.*

SIt conus, DEF, in basi circulo, DF, axi, CE, primò vnif. grauis, eiusque centrum grauitatis, I. Dico, CI, esse triplam ipsius, IE. Intelligamus quoque trilineum quadraticum vnif. CDF, graue, illudq; cum cono secari quocumque plano circulo, DF, æquidistãte, ac faciente in trilineo rectam, LM, & in cono circulum, GK, æquidistantia ipsi, DF. Grauitas ergo circuli, DF, ad grauitatem circuli, GK, erit vt circulus, DF, ad circulum, GK, hoc est vt quadratum, DF, ad quadratum, GK, vel vt quadratum, EC, ad quadratum, CH, nempè vt recta, DF, ad rectam, LM, & subinde vt grauitas rectæ, DF, ad grauitatem rectæ, LM.




Ergo trilineum, DCF, & conus, DCF, erunt proportionaliter analoga in grauitate, eorumque centra grauitatis æqualiter aberunt à vertice, C, & sunt in, CE. In trilineo autem, DCF, illius centrum grauitatis ita secat, CE, vt pars ad verticem, C, sit reliquæ tripla. Ergo & in cono, DCF. &c. 9. huius. 8. huius. Cor. 1. 19. huius.

Sup-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Supponamus nunc conum, DCF, diff. grauem in prima specie iuxta limitem, AB, æquidistãtem circulo, DF. Dico, si, I, supponatur illius centrũ grauitatis, esse, CI, quadruplã, IE. Sit enim modò, CDF, trilineum cubicum vnif. graue & vtraque secta plano per, H, basi, DF, æquidistante, faciẽteq; in trilineo rectam, LM, & in cono circulum, GK. Si ergo circa, E, centrum in plano circuli, DF, assumatur circulus, NO, æqualis circulo, GK, illeq; medius intelligatur inter circulos, DF, GK, erit proportio grauitatis circuli, DF, ad grauitatem circuli, GK, composita ex proportione gr. circuli, DF, ad gr. circuli, NO, scilicet ex proportione circuli, DF, ad circulum, NO, vel, GK, hoc est quadrati, DF, ad quadratum, GK, vel quadrati, EC, ad quadratum, CH; & ex proportione gr. circuli, NO, ad gr. circuli, GK, hoc est ex proportione, EC, ad, CH. Duæ rationes verò quadrati, EC, ad q. CH, &, EC, ad, CH, faciunt rationem cubi, EC, ad cubum, CH. Ergo gr. circuli, DF, ad gr. circuli, GK, erit vt cubus, EC, ad cubum, CH, nempè vt recta, DF, ad rectam, LM, & vt grauitas rectæ, DF, ad gr. rectæ, LM, Sunt ergo trilineum cubicum, DCF, vnif. graue, & conus, DCF, in prima specie diff. graues, proportionaliter analoga in grauitate. Ergo, CI, erit quadrupla, IE, veluti se habet in trilineo cubico.

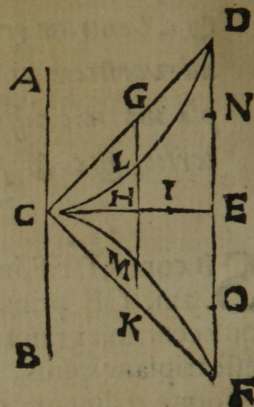
Def. 12. 1. Geo. Indiui.

1. huius.

Def. 9.

23. Ex. 4.

9. huius. 18. 19. huius.




Eadem ratione vlterius procedentes ostendemus, CI, esse quintuplam, IE, in cono, DCF, diff. graui in secunda specie, quia fit propor. analogus in grauitate trilineo qq. in quo sic diuiditur, CE, ab eius centro grauitatis. Similiter probabimus, CI, esse sextuplam, IE, in cono, DCF, diff. graui in tertia specie, quia fit propor. analogus in grauitate trilineo qc. & sic deinceps in reliquis rationem dictæ progressionis eodem modo demonstrabimus. Quod, &c.

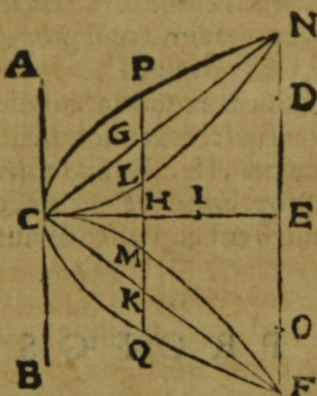
Cor. 1. 19. huius.

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO XXX.

*Si conoides quodcunq; parabolicum supponatur primò vniformiter, deinde difformiter graue iuxta limitem planum per verticem transiens, basiq; parallelum, nempè ordinatim in specie* 1. 2. 3. 4. *&c. Centrum grauitatis ita secabit illius axim, vt pars ad verticem sit reliquæ dupla in vniformiter graui, tripla in primo difformi, quadrupla in secundo, quintupla in tertio, &c. & sic deinceps simili seruato processu.*

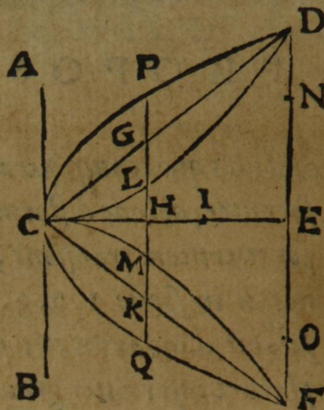



SIt conoides quodcunq; parabolicum, DCF, in basi circulo, DF, & circa axim, CE, primò vniformiter graue, eiusq; centrum gr. I. Dico, CI, esse duplam, IE. Fiat triangulum, DCF, pariter vniformiter graue, quod cum conoide secetur plano quocumq; ipsi, DF, æquidistante, ac faciente in conoide circulum, PQ, sed in triangulo rectam, GK, quæ æquidistent ipsi, DF. Erit ergo grauitas circuli, DF, ad gr. circuli, PQ, vt circulus, DF, ad circulum, QP, vel vt q. DF, ad q. PQ, hoc est vt, EC, ad, CH, vel vt, DF, ad, GK, & subindè vt gr. DF, ad gr. GK. Sunt ergo hoc triangulum, & conoides proportionaliter analoga in grauitate. Erit igitur, CI, dupla, IE, vt contingit in triangulo, DCF. 1. huius. 20.1.Con.

Sit nunc conoides difformiter graue in prima specie, iuxta limitem, AB, per verticem, C, ductum ipsi, DF, parallelum. Dico, si, I, sit eius centrum gr. esse, CI, triplam, IE.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




Sit enim trilineũ quadraticum, DLCMF, in quo plano per, H, ducto facta sit, LM, parallela ipsi, DF, & sumatur in, DF, circa, E, centrum circulus, NO, æqualis circulo, PQ. Erit ergo ratio gr. circuli, DF, ad gr. circuli, PQ, composita ex ratione gr. circuli, DF, ad gr. circuli, NO, sc. ex ratione circuli, DF, ad circulum, NO, vel, PQ, vel q. DF, ad q. PG, hoc est, EC, ad, CH; & ex ratione gr. circuli, NO, ad gr. circuli, PQ, scilicet ex hypotesi ex ratione, EC, ad, CH. Duæ rationes verò, EC, ad, CH, faciunt rationem q. EC, ad q. CH, vel rectæ, DF, ad rectam, LM, vel grauitatis earundem rectarum. Ergo Conoides, & triangulum dictum erunt propor. analoga in grauitate. Quare erit, CI, tripla, IE.

1. huius.

Def. 9.

23. Exer. 4.

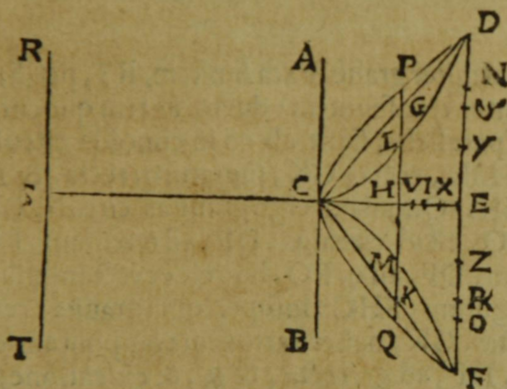
Eodem modo in conoide difformiter graui in secunda specie, vtentes trilineo cubico, ostendemus, CI, esse quadruplam, IE. Et sic in 3. 4. 5. specie, &c. procedentes vt in Prop. ant. effectum est, per subsequentia trilinea propositum verificari ostendemus. Quod, &c.

## PROPOSITIO XXXI.

*Si conoides quodcunq; hyperbolicum supponatur primò vniformiter, deinde difformiter graue iuxta limitem planum per verticem transiens, basiq; parallelum, nempè ordinatim in specie 1. 2. 3. 4. 5. &c. Centrum grauitatis ita secabit illius axis partem duodecimam ordine quartam à basi, vt pars versus basim sit ad reliquam veluti sexquialtera lateris transuersi hyperbolæ, quæ conoi-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*conoides descripsit, ad axim conoidis, in vnif. graui. In difformiter verò graui in prima specie ita secabit axis vigesimam partem ordine quintam à basi, vt pars versus basim sit ad reliquam veluti sexquitertia eiusdem lateris transuersi ad axim conoidis. In difformiter autem graui in secunda specie ita diuidet trigesimam partem axis ordine sextam à basi, vt pars versus basim sit ad reliquam veluti sexquiquarta dicti lateris transuersi ad axim conoidis. Et sic in reliquis speciebus simile seruato processu, quam in Prop. 25. superiori fuimus prosecuti.*




Sit conoides quodcunq; hyperbolicum, DCF, in basi circulo, DF, & circa axim, CE, primò vniformiter graue, eiusq; centrũ gr. I, & latus transuersum hyperbolæ ipsum describentis, SC, ac deniq; VX, pars duodecima axis, CE, ordine quarta à basi, DF. Dico, XI, ad, IV, esse vt sexquialtera, SC, ad, CE. Sit triangulum, DCF, in prima



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ſpecie difformiter graue iuxta limitem, RT, per, S, ipſi, DF, æquidiſtanter tranſeuntem: ducto autem quocunq; plano ipſi, DF, parallelo, fiant ab eo in conoide circulus, PQ, & in triangulo, recta, GK, ſumaturq; recta, & ℞, æqualis ipſi, GK. Quoniam ergo grauitas circuli, DF, ad gr. circuli, PQ, eſt vt circulus, DF, ad circulum, PQ, vel vt quadratum, DF, ad q. PQ, hoc eſt vt rectangulum, SEC, ad rectangulum, SHC: inſuper quia grauitas rectæ, DF,
31.1.Con. ad gr. rectæ, GK, habet rationem compoſitam ex ratione gr. rectæ, DF, ad gr. rectæ, & ℞, & ex ratione gr. rectæ, & ℞, ad gr. rectæ, GK: & eſt vt gr. rectæ, DF, ad gr. rectæ, & ℞, ita, DF, ad, & ℞, vel ad, GK, ſiuè, EC, ad, CH; & grauitas rectæ, & ℞, ad grauitatem rectæ, GK, eſt ex hypotheſi vt, ES, ad, SH; duæ autem rationes, EC, ad, CH, &, ES, ad, SH, faciunt rationem rectanguli, SEC, ad rectangulum, SHC. Ideò tam gr. circuli, DF, ad grauitatem circuli, PQ, quam gr. rectæ, DF, ad gr. rectæ, GK, erunt vt rectangulum, SEC, ad rectangulum, SHC. Quapropter dictæ grauitates erunt inter ſe in eadem ratione, & conoides,

ac

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

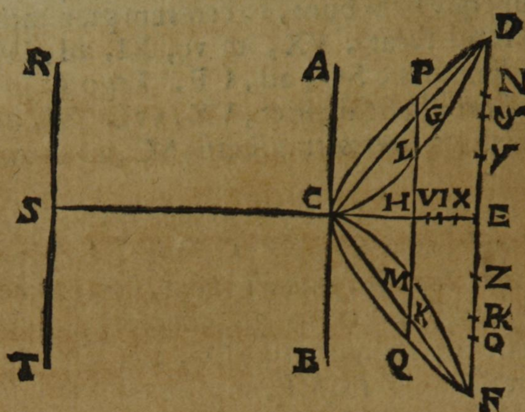
ac triangulum inter se proportionaliter analoga in grauitate, communeque habebunt, I, centrum grauitatis. Sed in triangulo illud secat, VX, ita vt, XI, ad, IV, sit vt sexquialtera limitaris, SC, ad, CE. Ergo & in conoide, DCF, ipsum, I, sic diuidet, VX, vt sit, XI, ad, IV, veluti sexquialtera lateris transuersi, SC, ad axem conoidis, CE.

9. huius. 25. huius.

Sit nunc conoides, DCF, in prima specie difformiter graue iuxta limitem, ACB, per, C, ipsi, DF, æquidistanter transeuntem, &, VR, pars vigesima, CE, ordine quinta à basi, DF, secta à centro gr. conoidis, I. Dico, XI, ad, IV, esse vt sexquitertia, SC, ad, CE. Fiat trilineum quadraticum, DLCMF, in prima specie difformiter graue iuxta limitem, RST, in quo ducto plano effecta fuerit recta, LM, parallela, DF, cui sumatur æqualis, YZ, sicut, & circulo, PQ, æqualis circulus, NO. Ostendemus ergo grauitatem circuli, DF, ad grauitatem circuli, PQ, habere rationem compositam ex ratione gr. circuli, DF, ad grauitatem circuli, NO, hoc est ex ratione circuli, DF, ad circulum, NO, vel, QP, seù q. DF, ad q. PQ, hoc est rectanguli, SVC, ad rectangulum, SHC; & ex ratione gr. circuli, NO, ad gr. circuli, PQ, nempè ex hypothesi ex ratione, EC, ad, CH, nam pro conoide est limes, AB,) quæ duæ rationes, nempè rectanguli, SEC, ad rectangulum, SHC, & rectæ, EC, ad, CH, componunt rationem paralleleppipedi, sub, CE, & rectangulo, SEC, ad paralleleppipedum sub, CH, & rectangulo, SHC, hoc est paralleleppipedi sub, SE, & quadrato, EC, ad paralleleppipedum sub, SH, & q. HC. Insuper gr. rectæ, DF, ad gr. rectæ, LM, habet rationem compositam ex ratione gr. DF, ad gr. YZ, hoc est ex ratione, DF, ad YZ, vel ad, LM, nempè ex ratione q. EC, ad q. CH, & ex ratione gr. rectæ, YZ, ad gr. LM, idest ex hypotesi ex ratione, ES, ad, SH, (nam pro trilineo est limes, RT,) quæ duæ rationes faciunt quoque rationem paralleleppipedi sub, SE, & q. EC, ad paralleleppipedum sub, SH, & q. HC. Ergo trilineum, DLCMF, difformiter graue limite, RT, & conoides, DCF, difformiter graue limite, AB, & vtraq;

21. 1. Cor. 23. Exerc. 4.

in




9. huius. in prima ſpecie, erunt propor. analoga in grauitate, communeq; habebunt centrum grauitatis. Sed in trilineo centrum gr. quod ſit, I, ita ſecat, VX, vt ſit, XI, ad IV, veluti
25. huius. ſexquitertia, SC, ad, CE. Ergo, I, quatenus eſt centrum gr. conoidis, DCF, ita ſecat, VX, vt ſit, XI, ad, IV, veluti ſexquitertia lateris tranſuerſi, SC, ad axim, CE.

Quod ſi conoides ſupponatur difformiter graue in ſecunda ſpecie, limite, AB, vtemur trilineo cubico, CDF, in prima ſpecie difformiter graui, limite, RT, oſtendemuſq; ea eſſe propor. analoga in gr. vt ſupra factum eſt; aſſumptaq; VX, tanquam trigeſima parte, CE, ordine ſexta à baſi, DF, diuiſa ab, I, communi centro gr. probabimus vt ſupra, XI, ad, IV, eſſe vt ſexquiquartam lateris tranſuerſi, SC, ad axem, CE. Et tali methodo in reliquis ſpeciebus diffor. procedentes, eliciemus pro conoide, DCF, centra gr. prout ea pro trilineis in prima tantum ſpecie difformiter grauibus notificauimus in Prop. 25. Superiori. Quod, &c.

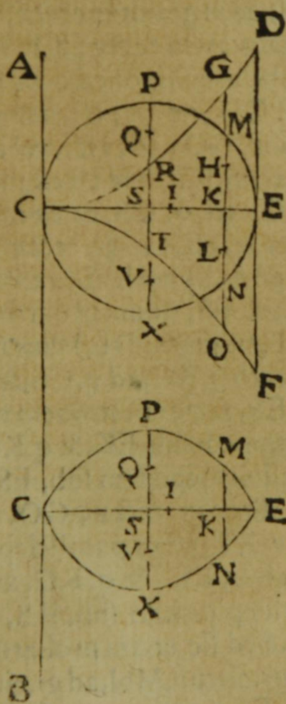
### SCHOLIVM.

*IVxta ſcholium Prop. 25. ſuperioris, poterit quoque oſtendi in conoide, DCF, vnif. graui, eſſe, CI, ad, IE, vt 4. SC, cum 3. CE, ad 2. SC, cum 1. CE.*

PRO-

# PROPOSITIO XXXII.

*Si sphæra, vel sphæroides, supponatur primò vnif. deinde diff. grauis iuxta limitem planum ipsam in vertice tangens, nempè ordinatim in specie 1. 2. 3. 4. 5. &c. Centrum grauitatis ita secabit eorum axim vt pars ad limitem sit ad reliquam in vnif. graui, sicuti 2. ad 2. in primo difformi, vt 3. ad 2. in secundo, vt 4. ad 2. in tertio vt 5. ad 2. & sic deinceps aucto semper vnitate antecedente, & retento ipso binario pro communi termino consequente.*




Sit sphæra, vel sphæroides circa axim, C E, centro, S, & siquidem supponatur vnif. grauis, manifestum est illius centrum, S, esse quoque centrum grauitatis eiusdem, & partes axis vt 2. ad 2. Sit nunc in prima specie diff. grauis iuxta limitem planũ, AB, tangens ipsam in vertice, C, eiusque centrum gr. I. Dico, CI, ad, IE, esse vt 3. ad 2. Intelligatur. n. trilineum quadraticum in basi, DF, ipsi, AB, parallela, & circa diametrum, C E, nempè, CDF, in prima specie diff. graue, sed iuxta limitem, D F, Insuper ducantur intra, D F, A B, duo quæcũque plana, vt per, S, K, ipsi, AB, æquidistantia, & efficiẽtia in trilineo rectas, RT, GO, ipsi, DF, parallelas, ac in sphæra, vel sphęroide, circulos, P X,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

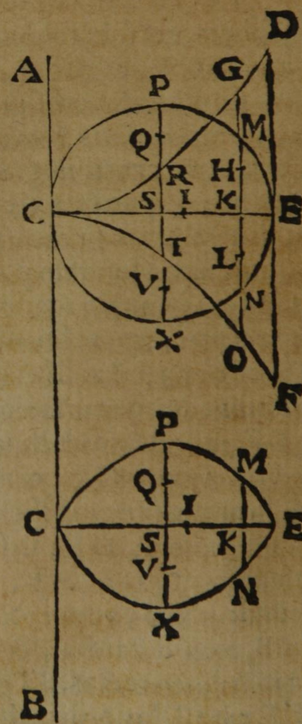
MN. Sumatur insuper in, GO, recta, HL, ipsi, RT, æqualis, & in plano circuli, PX, circulus, QV, æqualis ipsi, MN. Igitur grauitas circuli, MN, ad gr. circuli, PX, habet rationem compositam ex ratione gr. circuli, MN, ad gr. circuli sibi æqualis, QV, hoc est ex hypothesi, ex ratione, KC, ad, CS, (quia pro sphæra, vel sphæroide est limes, AB,) & ex ratione gr. circuli, QV, ad gr. circuli, PX, quæ est eadem rationi circuli, QV, vel, MN, ad circulum, PX, seù q. MN, ad q. PX, vel rectanguli, EKC, ad rectangulum, ESC. Duæ rationes verò, KC, ad, CS, & rectanguli, EKC, ad rectangulum, ESC, componunt rationem parallalepipedi sub, EK, & q. KC, ad paralleleppipedum sub, ES, & q. SC. Ergo gr. circuli, MN, ad gr. circuli, PX, est vt paralleleppipedum sub, EK, & q. KC, ad paralleleppipedum sub, ES, & q. SC, quod serua.

Def. 12. 1. Geom. Indiu.

21.1. Con.

Vlterius grauitas rectæ, GO, ad grauitatem rectæ, RT, habet rationem compositam ex ratione gr. GO, ad gr. HL, nempè ex ratione, GO, ad, HL, vel ad illi æqualem, RT, hoc est ex ratione q. KC, ad q. CS, & ex ratione gr. rectæ, HL, ad gr. rectæ, RT, nempè ex hypothesi ex ratione, EK, ad, ES, (quia pro trilineo, DCF, est limes, DF,) duæ rationes verò q. KC, ad q. CS, &, EK, ad, ES, faciunt rationem paralleleppipedi sub, EK, & q. KC, ad paralleleppipedum sub, ES, & q. SC. Ergo gr. rectæ, GO, ad gr. rectæ, RT, est vt paralleleppipedum sub, EK, & q. KC, ad paralleleppipedum sub, ES, & q. SC. Sed sic etiam probatum est esse gr. circuli, MN, ad gr. circuli, PX. Ergo trilineum, CDF, & sphæra, vel sphæroides, CPEX,

23. Ex. 4.




sunt

sunt proportionaliter analoga in grauitate, commune habebunt igitur centrum grauitatis. At in trilineo centrum gr. ita secat, CE, vt pars versus verticem, C, sit ad reliquam, vt 3. ad 2. Ergo, CI, ad, IE, erit vt 3. ad 2. 24. huius.

Quod si sphæra, vel sphæroides, fuerint diff. grauia in secunda, tertia, quarta specie, &c. iuxta eundem limitem, AB; vtemur pro quadratico, trilineo cubico, qq. qc. &c. tanquã diff. graui semper in prima specie iuxta limitem, DF, ostendentes esse propor. analogum in grauitate cum dicta sphæra, vel sphæroide. Et subinde colligemus ex Prop. 24. superiori, in tertia specie, CI, ad, IE, esse vt 4. ad 2. in quarta, vt 5. ad 2. & sic deinceps vt propositum est. Quod &c.

## SCHOLIVM I.

*SI circa, CE, Diametrum fuerit compositum ex duabus parabolis, CPE, CXE, quarum diametri, PS, SX, sint in directum, supponaturq; hæc figura primò vnif. deinde diffor. grauis limite, AB, nempè ordinatim in prima 2. 3. 4. 5. specie, &c. eadem centra grauitatis pro dicta figura colligentur. Esto enim, quod ducta plana ipsi, AB, parallela effecerint rectas, PX, MN, ipsi, AB, parallelas, facilè igitur ostendemus gr. MN, rectæ ad gr. rectæ, PX, esse vt gr. circuli, MN, ad gr. circuli, PX. Sumpta enim, QV, æquali, MN, habebit gr. MN, ad gr. PX, rationem compositam ex ratione gr. MN, ad, gr. QV, hoc est, KC, ad, CS, & gr. circuli, MN, ad gr. circuli, QV; & ex ratione gr. rectæ, QV, ad rectam, PX, hoc est ex ratione, QV, vel, MN, ad, PX, seu rectanguli, EKC, ad rectangulum, ESC, vel q. MN, ad q. PX, aut circuli, MN, ad circulum, PX; siue gr. circuli, MN, ad, gr. circuli, PX, & hoc in prima difformi figura. Cum ergo grauitates rectarum, MN, PX, in figura parabolica, & grauitates circulorum, MN, PX, in sphæra, vel sphæroide sint in ratione composita ex ijsdem rationibus, erunt propor. analoga in gr. & centra grauitatis eodem modo secabunt, CE. In alijs verò speciebus diffor. non erit difficile eadem centra colligere propter analogiam quam habent in figura parabolica ordinatim ad, CE, applicatæ cum quadratis applicatarum ad axim, CE, in sphæra, vel sphæroide.*

3. Quarr. Geo. Ind.

9. huius.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## SCHOLIVM II.

*Non prætereundum quoque est in eadem superiori figura si velimus ex. gr. centrum gr. portionis sphæræ, vel sphæroidis, MCN, vnif. vel vtcumq; diffor. grauis iuxta limitem, AB, id obtineri posse mediante triangulo, vel trilineo, GCO, cum quo est propor. analogum in grauitate, vt patet ex demonstratione præsentis Propositionis. Cum ergo triangulum, vel trilineum, GCO, sit diff. graue in prima specie iuxta limitem, DF, patet eiusdem centrum gr. petẽdum esse ex Prop. 26. superiori. Igitur portionis, MCN, vnif. grauis, centrum grauitatis, quod est illi commune cum triangulo, GCO (quippè quæ sunt propor. analoga in grauitate) ita secabit $\frac{2}{12}$ axis, CK, post $\frac{4}{12}$ à basi, MN, numeratas, vel si mauis dicere sextam partem, CK, ordine tertiã à basi, MN, vt pars versus verticẽ, C, sit ad reliquã sicuti tripla, EK, ad, KC. Per quod nedũ scimus in hæmisphærio, vel hæmisphæroide illius axim ita diuidi à centro gr. vt pars versus verticem sit ad reliquã sicuti 5. ad 3. sed vniuersaliter prodeunt centra gr. omnium sphæræ portionũ planis tangẽti, AB, parallelis versus, C, resectarum. Similiter portionis, MCN, in prima specie diff. grauis limite, AB, centrum gr. ita secabit $\frac{3}{20}$ ipsius, CK, post eiusdem $\frac{5}{20}$ à basi, MN, numeratas, vt pars versus verticem, C, sit ad reliquam veluti quadrupla, KE, ad, KC. Et sic in reliquis speciebus simili seruato processu, quem indicat dicta Prop. 26. Immò hæc quoque circa segmenta figuræ parabolicæ, EPCX, resecta versus, C, per rectas ipsi, AB; parallelas ob eandem rationem verificabuntur.*

*Hæc pauca circa centra grauitatis figurarum tam vnif. quã diff. grauium libuit speculari, potius vt fœcundissimæ huius doctrinæ quædam exempla traderemus, quam vt planè eandem tractaremus. Agnoscet enim facilè studiosus qualia, & quot scitu digna cogimur intermittere, vt aliàs sæpè admonui, quæ lector puto æqui boniq; faciet, nec id ei omninò in gratũ futurũ spero, cũ in hac doctrina excolenda amplissimus eidẽ locus reliquatur. Antequam verò ad huius Exercitationis finem accedamus, visum est quoque aliquod exemplar afferre cuiusdam alterius difformitatis eiusdẽ grauitatis, quã ex sequẽti definitione, cũ allatis numero continuata nunc Lector intelliget.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# DEFINITIO XV.

SI centrum cuiuscunque circuli, vel sphæræ statuatur tanquam limes, iuxta quem augeantur in periphærijs circuli, & in superficiebus sphæræ, super dicto centro describibilibus, gradus grauitatis iuxta rationem distantiarum à limite; vel si limes statuatur in periphæria dati circuli, aut sphæræ, ita vt grauissimum sit in centro. Dicentur circulus, & sphæra, ijsque inclusæ figuræ, orbiculariter difformiter graues in prima specie, iuxta datum limitem. Quod si gradus grauitatis fuerint, vt quadrata, vel cubi, q q. q c. &c. distantiarum: dicentur orbiculariter difformiter grauia in secunda, tertia, quarta, quinta specie, &c. vt supra quoque consuetum fuit.

## SCHOLIVM.

*HAc definitione præmissa, vt & in huiusmodi difformitate grauitatis aliquod exemplum præbeamus, sufficiet nobis tantum in semicirculo, & hæmisphærio orbiculariter difformit. graui limite centro, & in prima specie, centrum grauitatis inuenire. Vt verò modus illud inuestigandi, quicunque sit, probabiliter euadat, per eundem prius centrum grauitatis eorundem tanquam vnifor. grauium inquiremus.*





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO. XXXIII.

*In semicirculo vniformiter graui centrum grauitatis indagare.*




Fiat vt arcus,BGC,ad chordam,BC,in dato semicirculo, BGC, ita axis, GA,ad, AD. Erit ergo, D, centrum grauitatis arcus, BGC,per ab alijs ostensa. Sumatur ipsius, DA,$\frac{1}{3}$,DP. Dico,P,esse centrũ grauitatis semicirculi, B G C. Intelligamus arcũ, BGC,tanquã appẽsũ in libra,GA,eiusq;cẽtro gr.D,sic & reliquos arcus descriptibiles super centro,A, apprehendemus tanquam suspensos in punctis rectæ, DA, nempè in suis centris grauitatis. Insuper ducatur per,D,ipsa, LM,parallela, ipsi, BC, & iungantur, LA, AM; ac centro,A, interuallo quocunque minori,GV,vt,AP,describatur arcus,EPF,secans, LA, AM, in, H, K, & iungatur, HK, dirimens,GA,in, I. Intelligamus rursus, LM, tanquam appensam in libra, GA, suique centro grauitatis,D. Similiter vt,GA,vel,LA,ad, AD,idest arcus, BGC,ad,BC,vel,EPF,ad, EF, ita est, HA, vel, PA,ad, AI. Vnde,I,erit centrum gr.tam arcus, EPF,quam rectæ,HK,in quo vtrique suspensi concipiantur. Eodem modo quoscumq; aliorum arcus ipsi, BGC, similes, & rectam iungentẽ puncta occursuum illius cum, LA, AM, intelligemus in cõmuni sui centro suspensa. Est autem vt arcus, B G C, ad, EPF,ita,LA,ad,AH,&,LM,ad, HK, & subinde grauitas arcus, BGC, ad gr. EPF, vt gr.rectæ, LM, ad gr. rectæ, HK. Ergo semicirculus, BGC,& triangulum,LAM, sunt propor. analoga in grauitate. Habebunt ergo commune centrum grauitatis. At illud in triangulo, LAM, est punctum, P,igitur,P, erit centrum gr. semicirculi, BGC. Hoc autem concordat

Torricellius, Guldinus Centrobarycæ li.1.

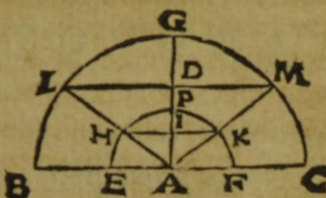
4. Sex Elem.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

cordat cum Torricellio, & Guldino, qui lib. 1. Centrobaryce, pag. 105. ait, si fiat vt $\frac{1}{3}$, BGC, ad $\frac{1}{3}$, BC, hoc est vt, GA, ad, AD, ita $\frac{2}{3}$, GA, ad aliam sumptam in, AG, ab, A, eius terminum esse centrum gr. semicirculi, BGC. Sed tale est, P, quia, PA, est $\frac{2}{3}$, AD, & vt, GA, ad, AD, siuè $\frac{1}{3}$, BGC, ad $\frac{1}{3}$, BC, ita sunt $\frac{2}{3}$, GA, ad, AP. Quod &c.

## PROPOSITIO. XXXIV.

*In hæmisphærio vnif. graui centrum grauitatis palam facere.*




Sit hæmisphærium, BGC, vnif. graue. Quæritur eius centrum grauitatis. Sit axis, GA, bifariam sectus in, D, intelligaturque conus, LAM, in basi circulo, LM, circulo, BC, parallelo, & vertice centro, A. Similiter super eodem, A, centro, radio minori, AG, describatur quæcunque superficies, sphærica, EPF, quæ secet coni LAM, superficiem in periphæria circuli, HK, qui æquidistabit ipsi, LM, secet verò, GA, in, I. Punctum ergo, D, erit cẽtrum grauitatis superficiei sphæricæ, BGC, quod nouissimè probauit Torricellius, vnde hic amplius apparet Guldinum hallucinatum fuisse dum lib. 1. suæ Centrobaricæ, pag. 127. putauit centrum gr. superficiei sphæricæ hæmisphærij idem esse cum centro gr. semicirculi, per axem illius transeuntis quod & nos reprobauimus in Exerc. 3. in fine Cap. 14. Idem verò, D, est centrum gr. circuli, LM. Insuper quia superficies, BGC, ad superficiẽ, EPF, est vt quadratum, GA, vel, LA, ad quadratum, AH (est enim, BGC, dupla circuli, BC, &, EPF, dupla circuli, EF,) hoc est, vt circulus, LM, ad circulum, HK: cumq; sit, LA, ad, AD, vt, HA, ad, AI, &, LA, dupla, AD, erit &, HA, vel, PA, dupla, AI; quare, I, erit

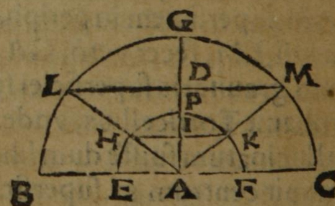
Arch. 1. de Sph. & Cyl. Prop. 31.

erit centrum gr. ſuperficiei, EPF, vt eſt & circuli, HK, ſuntq; ſuperficies, BGC, EPF, & circuli, LM, HK, proportio-
1. huius. nales, & ſubinde eorum grauitates pariter proportionales. Ergo hæmiſpherium, BGC, & conus, LAM, erunt propor.
9. huius. analoga in grauitate, commune ergo habebunt centrum gr.
8. huius. quia in vtroq; reperitur quoq; in axe, GA. Sed coni cen-
29. huius. trum gr. quod ſit ex. gr. punctum, P, diſtat à baſi, LM, per $\frac{1}{4}$ ipſius, DA. Ergo, P, erit quoq; centrum gr. hæmiſphærij, BGC. Cum verò, GD, ſit æqualis ipſi, DA, & DA, quadrupla, DP, erit, GD, quadrupla, DP, &, GP, quintupla, DP. Sed eiuſdem, DP, tripla eſt, AP. Ergo, GP, ad, PA, eſt vt 5. ad 3. prout à nobis & ab alijs demonſtratur. Inuentum eſt ergo centrum gr. hæmiſphærij, quod quærebatur.

## PROPOSITIO XXXV.

*Semicircuii, & hæmiſphærij, orbiculariter difformiter grauium in prima ſpecie, ac iuxta limitem centrum, grauitatis centrum inueſtigare.*

Sit ſemicirculus, BGC, orbiculariter diffor. grauis in prima ſpecie, limite centro, A. Oportet illius centrum grauitatis inueſtigare. Supponantur autem omnia conſtructa vt in Schemate Prop. 33. ſuperioris, ſit tamen triangululum, LAM, difformiter graue in prima ſpecie limite, A, eiuſq; centrum gr. P, quod dico eſſe pariter centrum gr. ſemicirculi, BGC. Quod enim, D, ſit centrum gr. commune rectæ, LM, & arcui, BGC; &, I, commune rectæ, HK, & arcui, EPF, probabimus, vt factum eſt in dicta Prop. 33. Vlterius grauitas arcus, BGC, ad grauitatem vniformem arcus, EPF, eſt vt, LA, ad, AH, vel, DA, ad, AI, hoc eſt, LM, ad, HK, & ſubinde vt grauitas,




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

uitas, LM, ad gr. vniformem, HK. Insuper grauitas vniformis arcus, EPF, hoc est gradus gr. in, EPF, vel, BGC, ad gr. difformem, seu gradum grauitatis eiusdem, EPF, est vt, LA, ad, AH, vel, DA, ad, AI, aut sicuti grauitas vniformis, HK, seu illius gradus gr. vel ipsius, LM, ad gr. difformem, seu gradum gr. eiusdem, HK. Ergo ex æquo gr. arcus, BGC, ad gr. difformem arcus, EPF, erit vt gr. LM, ad gr. difformem, HK. Erunt ergo semicirculus, BGC, & triangulum, LAM, proportionaliter analoga in grauitate, vnde, P, erit quoq; centrum gr. semicirculi, BGC, distans à basi, LM, per $\frac{1}{4}$, AD. Cum ergo, GA, ad AD, sit proximè vt 11. ad 7. &, AD, sexquitertia, AP, hoc est vt 7. ad 5 $\frac{1}{4}$, erit, GA, ad, AP, vt 11. ad 5 $\frac{1}{4}$, & diuidendo, GP, ad, PA, vt 5 $\frac{4}{3}$ ad 5 $\frac{1}{4}$, seu vt 23. ad 21. proximè. Deseruiat nunc, BGC, pro hæmisphærio orb. diffor. graui limite centro, A, & in prima specie. Sint autem cætera constructa vt in Prop. ant. sed tamen conus, LAM, in prima specie difformiter grauis, limite, A, cuius sit centrum gr. P, idcirco distans à basi, LM, per $\frac{1}{5}$ ipsius, DA. Quod ergo, D, sit centrum gr. commune circulo, LM, & superficiei, BGC, vt &, I, commune circulo, HK, & superficiei, EPF, probabitur vt factum est in Prop. ant. Rursus grauitas superficiei, BGC, ad gr. vniformem superficiei, EPF, est vt ipsæ superficies, hoc est vt q. LA, ad q. AH, vel q. LM, ad q. HK, vel circulus, LM, ad circulum, HK, vel gr. circuli, LM, ad gr. vniformem circuli, HK. Insuper gradus gr. vniformis, EPF, vel, BGC, ad gradum difformem, EPF, est ex hypothesi vt, LA, ad, AH, vel, DA, ad, AI, hoc est vt gradus gr. vniff. HK, vel, LM, circuli ad gradū difformem circuli, HK. Ergo ex æquali gr. BGC, ad gr. difformem, EPF, erit vt gr. circuli, LM, ad gr. difformem circuli, HK. Igitur hæmisphærium, BGC, & conus, LAM, erunt proportionaliter analoga in gr. & erit, P, illis commune centrum grauitatis. Cum ergo, GD, sit æqualis, DA, &, DA, sit 5. qualium, PA, 4. erit, GA, 10. qualium, PA, 4. & GP, 6. qualium, PA, 4. vel, GP, 3. qualium, PA, 2. sicut etiam contingit in parabola vnif. graui, cuius vertex, G, basis, BC. Quod, &c.

Def. 15. — 23. huius. — 29. huius. — Def. 15. — 9 huius.

*SCO-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## *SCHOLIVM.*

*Haec etsi plurimum confirmentur per concordantiam duarum præcedentium Prop. 33. & 34. cum ab alijs ostensis, attamen, quia non adeò clarè videtur his adaptari Def. 12. de proportionaliter analogis in grauitate, vt non relinquatur studioso aliquis dubitandi locus, cum arcus in semicirculo, vel superficies in hæmisphærio videantur esse multò plures, quam parallelæ in triangulo, vel circuli in cono, LAM, etsi quilibet signatus arcus, & parallela, vel qualibet signata superficies, & circulus, habeant idem centrum gr. omniaq; cadant in recta, DA: propterea non aliter quam tamquam probabilia tibi huiusce Propositionis inuēta propono benigne Lector, donec congruentior modus vel mihi subueniat hæc centra inueniendi, vel tibi si modò circa hæc orbiculariter difformiter grauia, tum in prima, tum etiam in reliquis difformitatis speciebus, volueris laborare; mihi enim in præsenti hæc quoq; proposuisse speculanda sat esse videtur.*

## ADMONITIO.

Doctrinæ de centro grauitatis tam vniformiter, quam difformiter grauium, adeò connectitur mensura grauitatis, vt vna vicissim ex alia inferatur. Id cum in vnif. grauibus notum sit, manifestum quoq; hic euadet in difformiter grauibus. Propterea consentaneum duximus post centra grauitatis, nonnulla quoq; attingere circa comparationem grauitatis vniformis eiusdem figuræ tam planæ, quam solidæ, cum grauitate difformi, cui sequentes Propositiones, cum præcedentibus numero continuatas, destinauimus.

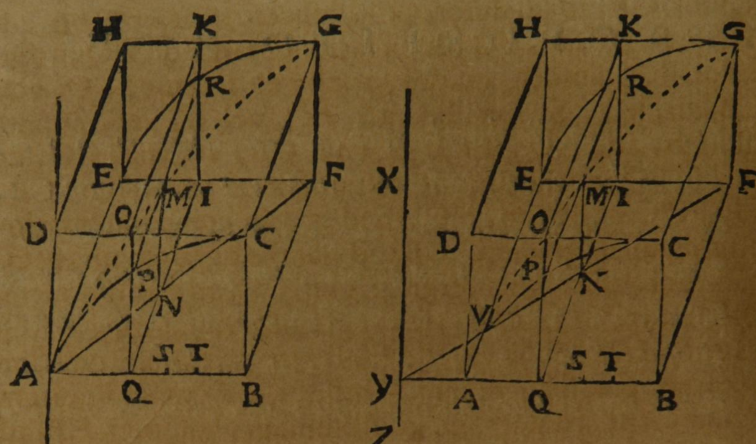
PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO XXXVI.

*Si sit quæcunq; figura plana circa diametrum primo vnif. deinde diff. grauis ordinatim in 1.2.3.4.5. specie, &c. iuxta limitem rectam vel tangentem in alterutro oppositorum verticum dictæ figuræ, vel illi quomodocunq; parallelam extra figuram ductam: grauitas vniformis eiusdem figuræ ad primam grauitatem difformem erit, vt diameter (prolata si opus sit vsq; ad limitem) ad interceptam eiusdem partem inter limitem, & centrum grauitatis figuræ vnif. grauis. Sic prima grauitas difformis ad secundam difformem eiusdem figuræ erit, vt eadem diameter (subintellige semper, prolata vsq; ad limitem, si opus, sit) ad eius partem interceptam inter limitem, & centrum grauitatis eiusdem figuræ primò difformis. Secunda ad tertiam, erit vt eadem diameter ad interceptam inter limitem & centrum grauitatis figuræ secundò difformis. Et sic deinceps eodem seruato processu. Porrò interceptam inter limitem, & centrum gr. figuræ vnif. grauis, dicemus centralem primam; figuræ verò primò difformis, centralem secundam, & sic tertiam, quartam, &c.*

Sit figura plana quæcunq; circa diametrum, AB, cuius tamen dimidiam, tantum exponimus, ABC, in semibasi, BC, vertice, A, primò vnif. deinde diff. grauis ordinatim in 1. 2. 3. 4. 5. specie &c. iuxta limitem, AD, tangentem in, A, in prima figura, vel, XZ, parallelam ipsi, DA, in secunda figura cui incidat, BA, producta in, Y, sit insuper, S, centrum gr. duplæ figuræ, ABC, vnif. grauis, T,




primæ difformis &c. & ſubindè, AS, vel, YS, prima centralis, AT, vel YT, ſecunda centralis &c. Dico grauitatem vniformem figuræ, ABC, ad eiuſdem primam grauitatem difformem eſſe vt, AB, ad, AS, in prima figura, vel vt, BY, ad, YS, in ſecunda. Item primam grauitatem difformem, ABC, ad ſecundam, vt, BA, ad, AT, vel, BY, ad, YT, &c. Fiat in angulo, DAB, ipſi, AB, applicatum parallelogrammum, DABC, & in baſibus, DABC, ABC, figuris fiant cylindrici, quorum latera eidem rectæ ſint parallela, nempè, HB, paralleleppipedum, &, GEFBAC, cylindricus. Extendatur inſuper planum indefinitum per limitem, DA, in prima figura, vel, XZ, in ſecunda, ac per, GF, efficiens in cylindrico, GEFBAC, figuram planam, AGF, vel, VGF. Deniq; ſumpto in, AB, quocunq; puncto, Q, per ipſum extendatur planum ipſi, GB, æquidiſtans, quod in, HB, faciat parallelogrammum, KOQI, in cylindrico, GAB, parallelogrammum, RPQI, & in trunco, GFBAC, vel, CVFBAC, parallelogrāmum, MPQN, quæ omnia inter ſe erunt æquiangula. Supponamus autem tam parallelogrammum, DB, quam paralleleppipedum, HB, vnif. graue, ſed figuram, ABC, nunc primò difformē, in grauitate, ac limite, DA, vel, XZ. Grauitas ergo vniformis, CB, ad gr. difformem, PQ, oſtendetur, vt toties in ſimili caſu ſuperius

8. Primi Geo. Ind.

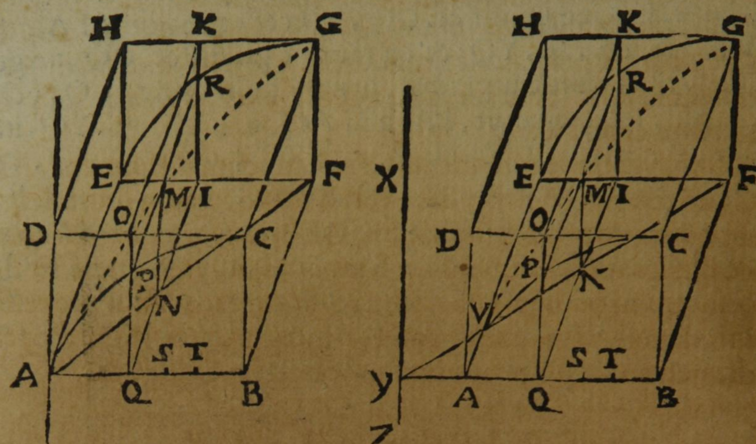
perius factum est, habere rationem compositam ex ratione gr. vnif. CB, ad gr. diffor. OQ, scilicet ex ratione, BA, ad, AQ, vel, BY, ad, YQ; & ex ratione gr. diffor. OQ, ad gr. diffor. PQ, eiusdem gradus, nempe ex ratione, CQ, vel, CB, ad, PQ. Sed vt, BA, ad, AQ, vel, BY, ad, YQ, ita est, FB, ad, NQ. Ergo gr. vnif. CB, vel vnif. OQ, ad gr. diff. PQ, erit in ratione composita ex rationibus, CB, ad, PQ, &, FB, ad, NQ. Sed eædem componunt rationem parallelogrammi, GB, ad parallelogrammum, MQ, quia sunt æquiangula, ergo gr. vnif. OQ, ad gr. difformem, QP, erit vt, GB, ad, MQ, seu vt grauitas vnif. GB, vel, KQ, ad gr. vnif. MQ, & sic vbique. Ergo grauitates vnif. omnium linearum parallelogrammi, DB, ad gr. diff. omniũ linearum figuræ, ABC, erunt vt gr. vnif. omnium planorum, HB, ad gr. vniff. omnium planorum trunci, GFBAC, vel, GFVABC. Et subinde grauitas vnif. parallelogrammi, DB, ad gr. difformem figuræ, ABC, erit vt gr. vnif. HB, ad gr. vnif. trunci, GFABC, vel, GFVABC. Est autem grauitas vnif. figuræ, ABC, ad gr. vnif. DB, vt, ABC, ad, DB, vel vt cylindricus, GEB, ad, HB, hoc est vt grauitas vnif. cylindrici, GEB, ad gr. vnif. HB. Ergo ex æquali gr. vnif. ABC, ad primam gr. difformem eiusdem, ABC; erit vt gr. vnif. cylindrici, GEB, ad gr. vnif. trunci, GFABC, vel, GFVA BC, nempè vt dictus cylindricus ad dictum truncum. Cum verò ostensum sit duos truncos dicti cylindrici esse in ratione reciproca partium diametri, AB, vel, YB, à centro, S, diuisarum, patet componendo cylindricum, GEB, ad truncum inferiorem, GFABC, vel, GFVABC, esse vt, BA, ad, AS, vel, BY, ad, YS. Ergo gr. vnif. ABC, ad gr. primam diffor. eiusdem, ABC, erit vt, BA, ad, AS, vel, BY, ad, YS.

Def. 8. — 1. huius. — Cor. 10. Exerc. 4. — 10. huius. — 1. huius. — 1. huius. — 1. huius. — 17. huius.

Sit nunc, ABC, diff. grauis in secunda specie, sed cylindricus, GEB, in proximè antecedẽti, hoc est in prima specie, &, HB, pariter vnif. graue, cæteris vt supra constructis. Grauitas ergo vnif. CB, vel, OQ, ad gr. diffor. secundam ipsius, PQ, ostendetur vt supra esse in ratione composita ex ratione q. BA, ad q. AQ, vel q. FB, ad q. NQ, & ex ratione, CB, ad, PQ. Similiter gr. vnif. GB, ad gr. primam difformem, MQ, probabitur esse in ratione composita ex



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




ratione gr. vnif. GB, ad gr. primam difformem, KQ, hoc est ex ratione, BA, ad, AQ, seù, BY, ad, YQ, scilicet ex ratione, FB, ad, NQ, & ex ratione gr. diff. KQ, ad gr. difformem eiusdem gradus, MQ, hoc est ex ratione, KQ, ad, MQ, quæ est composita ex rationibus, IQ, vel, FB, ad, NQ, &,

23. Sexti Elem. OQ, vel, CB, ad, PQ. Duæ rationes verò, FB, ad, NQ, componunt rationem q. FB, ad q. NQ. Ergo gr. vnif. OQ, ad gr. secundam difformem, PQ, erit vt gr. vnif. GB, vel, K

Cori 10. Exerc. 4. Q, ad gr. primam difformem, MQ, & sic vbiq; Ergo gr. vnif. DB, ad gr. secundam difformem, ABC, erit vt gr. vnif. HB, ad gr. primam diffor. trunci, GFABC, vel, GVFBAC.

10. huius. Quoniam verò gr. vnif. OQ, ad gr. primam difformem, QP, est vt gr. vnif. KQ, ad gr. primam difformem, RQ, & hoc

Cor. 10. Exerc. 4. 10. huius, vbiq: ideò conuertendo grauitas prima difformis, ABC, ad gr. vnif. DB, erit vt gr. prima difformis cylindrici, GEB, ad gr. vnif. HB; sed grau. vnif. DB, ad gr. secundam difformem, ABC, ostensa est esse vt gr. vnif. HB, ad gr. primam diffor. trunci, GFABC, vel GVFABC. Ergo ex æquali gr. prima diffor. ABC, ad gr. secundam diffor. eiusdem, ABC, erit vt gr. prima diffor. cylindrici, GEB, ad gr. primam diff. trunci, GFABC, vel, GFVABC. At quia grauitates truncorum

Cor. 17. huius. cylindrici, GEB, primò diff. grauis sunt in ratione reciproca partium, AB, vel, YB, factarum à centro gr. T, figuræ duplæ, ABC, primò diff. grauis, ideò componendo gr. prima diffor.

diffor. cylindrici, GAB, ad gr. primam difformem trunci, GFABC, vel GFVABC, erit vt, BA, ad, AT, vel, BY, ad, YT. Igitur gr. prima difformis, ABC, ad gr. secundam diffor. eiusdem, ABC, erit vt, BA, ad, AT, vel, BY, ad, YT, secundam centralem.

Simili ratione ostendemus gr. secundam difformem, ABC, ad tertiam esse, vt, BA, vel, BY, ad tertiam centralem, supponendo tunc cylindricum, GEB, suosq; truncos secundò diff. graues, retinendoq; semper, HB, vnif. graue. Et sic deinceps in omnibus speciebus difformitatis simili processu incedemus. Ex quibus patet in integra quoq; figura circa diametrum, AB, propositum verificari. Quod, &c.

## *COROLLARIVM.*

*Ex his colligitur pariter grauitatem vniformem eiusdem figuræ ad quamuis difformem comparatam se habere, vt potestatem diametri eiusdem numeri cum grauitate difformi, ad factum sub tot centralibus ordinatim à prima, quota est grauitas difformis. Vt in superioribus schematibus grauitas vniformis, ABC, ad primam difformem est, vt, BA, vel, BY, ad, AS, vel, YS, primam centralem, vt probatum est. Eadem gr. vnif. ABC, ad gr. secundam difformem, ABC, erit vt q. AB, vel, YB, ad factum sub duabus centralibus prima, & secunda, AS, AT, vel, YS, YT. Nam gr. vnif. ABC, ad secundam diff. ABC, habet rationem compositam ex ratione gr. vnif. ABC, ad primam diff. ABC, nempè ex ratione, BA, ad, AS, vel, BY, ad, YS; & ex ratione primæ difformis ad secundam, hoc est ex ratione, BA, ad, AT, vel, BY, ad, YT. Duæ rationes verò, BA, ad, AS, &, BA, ad, AT, faciunt rationem q. BA, ad factum sub, AS, AT. Et ita duæ, BY, ad, YS &, BY, ad, YT, faciunt rationem q. BY, ad factum sub, YS, YT. Ergo gr. vnif. ABC, ad grau. secundam difformem erit vt q. AB, ad factum sub, AS, AT, vel vt q. BY, ad factum sub, YS, YT. Eodem modo ostendemus gr. vnif. ABC, ad gr. difformem tertiam esse, vt cubus, AB, ad factum sub prima, AS, secunda, AT, & tertia centrali; vel, vt cubus, BY, ad factum sub prima, YS, secunda, YT, & tertia centrali, & sic deinceps.*

SCO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

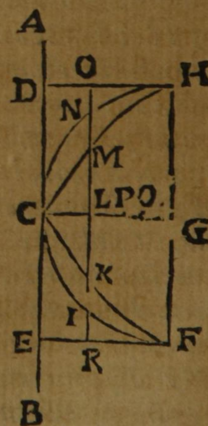
## *SCHOLIVM.*

*ADuerte tamen etsi supposuerimus figuram datam esse circa diametrum facilioris intelligantiæ gratia, attamen propositum quoque verificari circa quascunque figuras planas, assumpta vice diametri ex. gr. earum altitudine, & hoc ex vi Prop. 17. superioris, & Corollarij allati pro diff. grauibus. Aduerte etiam in hac grauitatum comparatione nos semper supponere in recta parallela limiti, & ab eodem remotissima, vt in, CB, eundem gradum grauitatis, à quo versus limitem procedit grauitas tam vniformis, quam quæcunque difformis. Sic & in solidis in plano limiti parallelo, & ab eodem remotissimo eundem gradum grauitatis semper supponemus, pro eadem figura tanquam vnif. vel diff. vtcunque graui.*

## PROPOSITIO XXXVII.

*Eadem analogia ostensa in Prop. ant. de planis figuris, de solidis quoque verificatur.*

SIt primò cylindricus, DF, circa axem, CG, in basi figura quacunque, HF, vnif. grauis, & deinde diff. in prima, secunda specie, &c. limite plano, AB, ipsi, HF, parallelo. Intelligatur quoque, DF, esse parallelogrammũ, circa diametrum, CG, in basi recta, HF, vnif. graue, ac deinde diff. in prima, secunda specie, &c. limite, AB, vt recta linea. Sumatur deinde in, CG, quoduis punctum, L, per quod agatur planum ęquidistans ipsi, HF, ac faciẽs in cylindrico, DF, figuram, OR, similem, æqualem, & similiter positam ipsi, HF, & in parallelogrammo, DF, rectam, OR, existentibus, HF, OR, rectis homologis figurarum, HF, OR. Vt si illæ sint circu-




li, &

li,&,HF,OR,sint earum diametri. Cum ergo grauitas vnif. HF, figuræ, vel figuræ, OR, ad quamcunque grauitatem difformem suppositam in eadem figura, OR, ita sit gr. vniformis rectæ, HF, vel, OR, ad eandem prædictæ gr. difformem suppositam in recta, OR. Erunt grauitates vnif. omnium planorum cylindrici, DF, ad grauitates difformes eorūdem in data specie, vt grauitates omnium rectarum, DF, vnif. ad gr. difformes earūdem in supposita specie: & consequenter grauitas vnif. cylindrici, DF, ad eiusdem difformem, erit vt gr. vnif. parallelogrammi, DF, ad eiusdem gr. difformem in dacta specie. Insuper ex demonstratis patet cylindricum, DF, & parallelogrammum, DF, esse propor. analoga in gr. siue supponātur insimul vnif. grauis, siue insimul diff. grauia in data specie, & consequenter habere communia centra grauitatis. Sit, P, centrum gr. pro ipsis vnif. grauibus, &, Q pro ijsdem tanquam diff. grauibus in prima specie. Quia ergo gr. vnif. parallelogrammi, DF, ad eiusdem gr. primam difformem est per præced. Prop. vt, GC, ad, CP, etiam gr. vniformis cylindrici, DF, ad eiusdem primam gr. difformem erit vt, GC, ad, CP. Sic ostendemus primam difformem ad secundam in eodem cylindrico esse, vt, GC, ad, CQ & gr. vnifor. ad secundam sicuti q. GC, ad rectangulum sub, CP, CQ. Et eodem modo in reliquis speciebus procedemus. Cor. 10. Ex. 14. 10. huius. 9. huius.

Quod si solidum non fuerit cylindricus, sed ex altera parte deficiens, vt, HCF, circa axim, CG, tunc in eadem illius basi, HF, & circa eundem axem, CG, constituemus cylindricum, & parallelogrammum, DF. Et per quodcumque punctum, CG, vt, L, traiecto plano ipsi, HF, æquidistante, ac faciente in cylindrico figuram, OR, & in solido figuram, NI, vt figura, HF, ad figuram, NI, sic faciemus rectam, HF, ad rectam, MK, & ita, GF, ad, LK, & sic vbique describentes planam figuram, HMCKF. Erit ergo gr. vnif. figuræ, HF, ad gr. vnif. figuræ, NI, vt gr. vnif. rectæ, HF, ad gr. vniformem rectæ, MK. Vnde erunt, HEF, solidum, & plana figura, HMCKF, propor. analoga in gr. Eodem modo si compararentur grauitates figuræ, HF, & rectæ, HF, vnif. ad grau. difformes figuræ, NI, & rectæ, MK, in quacumq; specie ostendemus esse propor. analoga in gr. & subinde communia habebunt

bebunt centra gr. vt, P, centrum gr. pro iisdem tanquã vnif. grauibus, &, Q, pro ipsismet tãquam in prima specie difformiter grauibus. Et quoniam ostensum est gr. vnif. HF, vel, OR, figuræ ad gr. difformem figuræ, NI, esse vt gr. vnif. rectæ, HF, vel, OR, ad gr. dift. rectæ, MK, in eadem specie, & hoc vbique. Ideò grau. vnif. cylindrici, DF, ad gr, difformẽ solidi, HCF, erit vt gr. vnif. parallelogrã-mi, DF, ad eandem grauit. difformem figuræ, HMCKF. Cum ergo gr. vnif. solidi, HCF, conuertẽdo, sit ad gr. vnif. cylindrici, DF, vt gr. vnif. parallelogrãmi, DF, ad grau. vnif. figuræ, HMCKF, & gr. vnif. cylindrici, DF, ad gr. difformem solidi, HCF, vt gr. vnif. parallelogrammi, DF, ad eandem gr. difformem, HMCKF. Erit ex æquali gr. vniformis, solidi, HCF, ad gr. difformem eiusdem, vt gr. vnif. figuræ, HMCKF, ad gr. difformem eiusdem in eadem specie. Cum ergo ex præc. Prop. gr. vnifor. HMCKF, ad eiusdem primam gr. difformem sit, vt, GC, ad, CP; etiam gr. vnif. solidi, HCF, ad eiusdem gr. difformem erit vt, GC, ad, CP. Eodem modo ostendemus gr. primam ad secundam eiusdem solidi esse, vt, GC, ad, CQ, & gr. vnif. eiusdem ad secundam difformem, vt q. GC, ad factum sub, CP, CQ; & sic in reliquis speciebus quemadmodum in figuris planis.

Cor, 10. Ex. 4.

10. huius.



Exemplum attulimus quando limes, AB, tangit figuram, eodem tamen modo fiet demonstratio etiam si non tangat. Similiter si solidum non habeat axim, assumentes illius altitudinem, vel quamcunq; rectam limite, AB, & basis plano, HF, interceptam, eaq; diuisa per parallela limiti plana transeuntia per centra gr. solidi tanquam vnif. grauis, deinde diff. in 1. 2. 3. specie, &c. & vsurpantes illius portiones cadentes inter limitem, & dicta parallela plana per centra gr. producta, tanquam centrales, propositum nihilominus ostendemus. Quod, &c.

COROL.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

### *COROLLARIVM I.*

*CVm ergo hæc analogia tam in planis, quam in solidis verificetur, inuentaq; sint centra gr. nonnullarum tam planarum, quam solidarum figurarũ, patet per has duas superiores Propos. earundem grauitatum in diuersis speciebus proportionem obtinere posse, tum ad grau. vniformem earundem singillatim, tum etiã inter se comparatarũ. Sicuti vicissim si prius inuẽtæ fuissent harũ grauitatum in eadem figura proportiones, eiusdẽ quoq; respondentia centra grauitatis colligi potuissent.*

### *COROLLARIVM II.*

*PAtet quoq; si comparentur diuersarum planarũ figurarum inter se, vel solidarum inter se quæcunq; grauitates; cum in vnaquaq; fuerint nota centra gr. tanquam vnif. deinde diff. graui. in 1.2.3 specie, &c. innotuerit quoq; proportio grauitatũ vniformium comparatarum figurarum; quod manifesta euadet ratio cuiuscunq grauitatis vnius ad quamcunq; grauitatẽ alterius comparatarũ figurarum. Quas generales regulas nunc aliquibus ex figuris quarum supra inuenimus centra grauitatis, in exemplum applicabimus.*

## PROPOSITIO XXXVIII.

*In parallelogrammo quocunq; diuersarum eiusdem grauitatum proportiones assignare.*

IN quolibet parallelogrammo primò vnif. deinde diffor. graui in omni specie ordinatim, ac limite quouis laterum, centrum gr. ita diuidit diametrum, vt pars ad verticem sit ad reliquam in vnifor. graui, vt 1. ad 1. in primo diformi vt 2. ad 1. &c. sicuti ostendunt hi numeri 27. huius.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | &c. |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Ergo tota diameter ad primam centralem erit vt 2. ad 1. ad ſecundam vt 3. ad 2. ad tertiam vt 4. ad 3. &c. veluti exhibent hi numeri.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | &c. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Centrales |

Sic ergo grauitas vniformis parallelogrammi ad primam difformem erit vt 2. ad 1. prima difformis ad ſecundam vt 3. ad 2. & ſic deinceps, vt oſtendet hæc ſecunda ſeries numerorum.

Quod ſi velimus rationem grauitatis vnif. parallelogrã. mi ad ſingulas difformes ordinatim, inueniemus hãc ſeriem.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | &c. |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |

namque vnif. grauitas ad primam difformem eſt vt 2. ad 1. Eadem ad ſecundam difformem, vt q. diametri, nempè 9. ad factum ſub prima, & ſecunda centrali, hoc eſt ſub $\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{3}$. quod eſt $\frac{2}{6}$. nempè $\frac{3}{9}$. Eſt autem vt 9. ad 3. ita 3. ad 1. Pariter eadem grauitas vnif. ad tertiam difformem erit, vt cubus diametri, qui, vt apparet in ſuperius allata ſecunda numerorum ſerie, eſt 4. nempè 64. ad factum ſub $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$, nempè ad $\frac{6}{24}$, vel ad $\frac{16}{64}$, ſcilicet vt 4. ad 1. & ſic deinceps fiat tertia ſeries numerorum.

Aliter quoque habebuntur rationes grau. vnif. dicti parallelogrammi ad difformes, nempè ex comparatione eiuſdem ad triangulum, & trilinea ordinatim ſubſequentia circa eandem diametrum parallelogrammi. Grauitas enim prima difformis eiuſdem æqualis erit grauitati vniformi trianguli, quod facilè probabitur. Eſt autem grau. vnif. parallelogrammi dupla grau. vnif. dicti trianguli. Ergo gr. vnif. parallelogrammi ad primam grau. difformem eiuſdem erit vt 2. ad 1. Sic cum eadem grau. vnif. parallelogrammi ſit tripla grau. vnif. trilinei quadratici, eadem erit ad ſecundam grau. diff. vt 3. ad 1. Et ſic in reliquis, quemadmodum indicat ſuperior tertia numerorum ſeries.

COROL.

## COROLLARIVM.

*EAEdem proportiones pro parallelogrammo colliguntur quoque pro cylindricis circa eandem diametrum cum parallelogrammo, vel in eadem tanquam in basi existentibus, cum habeant communia centra grauitatis, & subinde communes centrales.*

## SCHOLIVM

*PRætereo autem alias figuras planas, quarum inuenimus cẽtra grau. cũ quilibet iuxta præostensas regulas generales, facilè earundem diuersarum grauitatum proportiones elicere poterit, tantumque gratia exempli insigniora solida, de quibus egimus, in medium afferemus, nempè Conum, Conoides parabolicum, hyperbolicum, ac Sphæram, seù Sphæroides.*

## PROPOSITIO XXXIX.

*Idem in Cono præstare vnif. & vtcumq; diffor. graui, limite plano ipsum in vertice tangente.*

IAm constat ex Prop. 29. superiori centrum, gr. ita secare axim, vt pars versus verticem sit ad reliquam in vnifor. graui vt 3. ad 1. in primo difformi vt 4. ad 1. &c. quemadmodum indicat hæc series numerorum. 27. huius.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | &c. |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |

Ergo axis ad primã centralẽ erit vt 4. ad 3. ad secundã, vt 5. ad 4. & sic deinceps, ut patet in hac alia numerorũ serie

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | &c. |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Centrales |

Sic ergo coni grau. vnif. ad primam difformem erit vt 4. ad 3. prima ad secundam, ut 5. ad 4. &c.

Eadem quoq; coni grau. unif. ad primam difformem ostendetur esse ut 4. ad 3. ad secundam, ut 5. ad 3. ad ter-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

tiam, vt 6. ad 3. &c. quemadmodum indicat hæc ſeries.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | &c. |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | |

Qui numeri habentur vel faciendo quadratum, cubũ, &c. axis, & ducendo $\frac{3}{4}$ in $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ &c. Vel, quod eſt facilius ducendo ſecundæ ſeriei numeros ſuperiores in ſe ipſos, & pariter, inferiores, vt 4. in 5. facit 20. & 3. in 4. facit 12. ita vt grau. vnif. coni ad primam difformem reperiatur vt 20. ad 12. hoc eſt vt 5. ad 3. ſimiliter ducendo in ſe 4. 5. 6. fiunt 120. & 3. 4. 5. faciunt 60. vnde grau. vnif. coni ad ſecundam diffor. reperitur vt 120. ad 60. Etenim grau. vnif. coni ad ſecundã difformem habet quoq; rationẽ compoſitam ex rationibus 4. ad 3. 5. ad 4. & 6. ad 5. nempè axis coni ad ſuas centrales, vt conſtat ex Cor. Prop. 36. ſuperioris. Per quod patet ratio extrahendi reliquos numeros dictæ tertiæ ſeriei.

## PROPOSITIO XL.

*Idem abſoluere in conoide parabolico vnif. vel vtcunque diff. graui, limite plano ipſum in vertice tangente.*

Ex Prop. 30. ſuperiori habetur in axe conoidis parabolici diuiſi per centrum grauitatis, partem verſus verticem eſſe ad reliquam in vnif. graui, ac primo, ſecundo difformi, &c. vt exhibent hi numeri.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | &c. |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |

Vnde axis ad centrales, & ſubinde conoidis dictæ grauitates ordinatim erunt, vt indicant hi numeri.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | &c. |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Centrales. |

Et conoidis grauitas vnif. ad ſingulas difformes erit ordinatim pro vt apparet in his numeris, deductis ex numeris ſecũdæ ſeriei, multiplicãdo tã ſuperiores inter ſe, quam inferiores.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | &c. |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO. XLI.

*Idem perficere in conoide hybperolico vnif. & vtcunque diff. graui, limite plano ipsum in vertice tangente.*

Ex Prop. 31. conſtant centra grauitatis conoidis hyperbolici, & ſubinde haberi poteſt ratio axis ad primam centralem, ſecundam, tertiam, &c. & conſequenter grauitatis vnif. conoidis ad primam difformem, primæ ad ſecundam, &c. nec non eiuſdem vnif. ad primam, ſecundam, tertiam difformem, &c. iuxta datas regulas. Exempli gratia, viſo Schemate dictæ Prop. 31. grauitas vnif. conoidis, DCF, ad primam difformem erit vt, EC, ad, CI; hoc eſt vt, EC, 12. ad, CV, 8. vna cum, VI, ad quam, XI, eſt vt ſexquialtera, SC, ad, CE. Qua ratione in cæteris quoq; ſpeciebus grauitatis procedemus.

## PROPOSITIO XLII.

*Idem determinare in ſphæra, vel ſphæroide, vnif. vel vtcunque diffor. graui, limite plano ipſum in vertice tangente.*

Ex Prop. 32. ſuperiori habetur in axe Sphæræ, vel Sphæroidis, diuiſæ per centrum grauitatis, partem verſus limitem ad reliquam eſſe vt exhibent hi numeri.

$$\frac{2}{2}\quad\frac{3}{2}\quad\frac{4}{2}\quad\frac{5}{2}\quad\frac{6}{2}\quad \&c.$$

Vnde axis ad centrales, & ſubinde earum grauitas vnif. ad primam difformem, prima ad ſecundam, &c. erit vt oſtendunt hi numeri.

$$\frac{4}{2}\quad\frac{5}{3}\quad\frac{6}{4}\quad\frac{7}{5}\quad\frac{8}{6}\quad \&c.\ \text{Centrales}$$

Et

Et earum grauitas vniformis ad singulas difformes velut in hac serie apparet, quorum numeri ex secunda serie deducti sunt, vt in Prop. ant. factum est.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 10 | 20 | 35 | 56 | &c. |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |

## *SCHOLIVM.*

*HAec eadem quoq; patet verificari circa figuram ex duabus parabolis compositam, quæ habetur in Prop. 32. superiori, quemadmodum hoc consideranti facilè innotescet.*

## PROPOSITIO XLIII.

*Si cylindrus, conus, conoides parabolicum, & sphæra, fuerint circa eundem axim, triaq; priora solida in communi basi, æquali circulo maximo sphæræ, limes verò sit planum ipsa in communi vertice tangens: inter eorum grauitates infrascriptæ æqualitates reperientur.*

Supponimus autem in omnibus planum à limite remotissimum, nempè basi cylindri, coni, & conoidis, tangentem ex opposito limitis ipsam sphæram, habere eundem gradum grauitatis.

Dico ergo cylindrum in prima specie difformiter grauem esse æqualis ponderis cum conoide parabolico vnifor. graui.

Nam grauitas vnif. cylindri ad gr. primam difformem eiusdem cylindri est vt 2. ad 1. per ostensa in Prop. 38. circa parallelogramma, & collecta pro cylindricis in eius Corollario. Sed eadem gr. vnif. cylindri ad gr. vnif. conoidis est vt cylindrus ad conoides, nempè vt 2. ad 1. Ergo prima grau. diffor. cylindri æqualis est grauitati vniformi dicti conoidis.

21. Quart. Geo. Ind.

Cylin-

Cylindrus in secunda specie diffor. grauis est æqualis ponderis cum cono vnif. graui.

Grauitas enim vnif. cylindri ad eius secundam grau. difformem est vt 3. ad 1. Sed eadem grau. vnif. cylindri tripla est grauitatis vnif. coni. Ergo dictæ grauitates sunt æquales. 28. huius 24. Sec. Geo. Ind.

Sphæra in prima specie diffor. grauis est æqualis ponderis cum Cono vnif. graui.

Nam sphæræ gr. vnif. ad eius gr. primam difformem est vt 4. ad 2. At cum sphæra dupla sit coni, eius grau. vnif. ad grau. vnif. coni est vt 4. ad 2. Ergo, &c. 42. huius. Cor. primæ Geo. Ind.

Sphæra in prima specie diffor. grauis est æqualis ponderis cum conoide parabolico in prima specie diffor. graui.

Nam sphæræ prima gr. diffor. ad eius grau. vniformem est vt 2. ad 4. Grauitas vnif. sphæræ ad gr. vnif. conoidis, vt 4. ad 3. Et gr. vnif. conoidis ad primam difformem est vt 3. ad 2. Ergo ex ęquali grauitas prima difformis sphæræ ad primam diffor. conoidis est vt 2. ad 2. nempè eidem æqualis. 42. hnius. Elicitur ex prima secundi & 21. Quarti Geo. Ind. 40. huius.

Conoides parabolicum in prima specie diffor. graue est æqualis ponderis cum cono vnif. graui.

Etenim prima grau. diffor. conoidis ad eiusdem grau. vnif. est vt 2. ad 3. Grauitas vnif. conoidis ad grau. vnif. coni est vt 3. ad 2. Ergo ex æquali, &c. 40. huius

Conoides parabolicum in secunda specie diffor. graue est æqualis ponderis cum cono in prima specie diffor. graui.

Namq; secunda gr. diff. conoidis ad eius gr. vnif. est vt 2. ad 4. hoc est vt 3. ad 6. Grau. vnif. conoidis ad vnif. coni est vt 6. ad 4. & grau. vnif. coni ad eius primam difformem vt 4. ad 3. Ergo ex æquali, &c. 40. huius. 39. huius.

Ex superioribus quoq; constat cylindrum in secunda specie, Sphæram in prima specie, conoides parabolicum in prima specie diff. grauia, æqualiter inter se ponderare, quia æquè ponderant cum cono vnif. graui.

Has paucas illustriores excerpsimus æquationes inter dictas grauitates, tanquam huius doctrinæ insignia exempla. Pluras alias poterit sagax Lector ex Propositionibus antecedentibus depromere, cuius industriæ hoc relinquimus, vt tandem ad huius materiæ finem properemus.

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO. LXIV.

*Si proponatur quicunq; cylindricus, FKGBAC, vnif. grauis, in basi figura, ABC, pariter vnif. graui, & sit, CB, recta vel basis eiusdem, vel eandem tangens in vertice, B, ipsi, A, opposito; secetur insuper idem cylindricus superficie cylindracea quacunque, EFG, quam descripserit recta, FG, incedens parallela ipsi, CB, ita vt existens, AB, recta linea, fiat in parallelogrammo, KB, figura, GEAB: vlterius si eadem figura, ABC, supponatur hac noua ratione difformiter grauis, nempe ita vt gradus grauitatis in parallelis ipsi, CB, incedant sicuti parallelæ ipsi, GB, ducta in figura, ABGE. Dico truncum, EFGBAC, vnif. grauem esse propor. analogum in grauitate figuræ, ABC, tanquam supradicta ratione difformiter graui; & grauitatem vnif. ABC, ad eiusdem dictam grauitatem difformem esse, vt cylindricus, FAB, ad dictum truncum, FEGBAC.*

FIat in angulo, ABC, sub, AB, BC, parallelogrãmum, DB, compleaturq; paralleppipedum, LB, sub tribus planis, ABC, KB, FB, in angulo solido, B. Rursus traijciatur quodcunq; planum ipsi, FB, æquidistans, secansq; dicta solida, quod in, LB, FA, solidis, ac trunco, FEGBAC, faciat parallelogramma, MP, NP, SP, quæ erunt æquiangula. Hic ergo procedemus vt in Prop. 22. factum
8. Primi Geo. Ind. est, nempè ostendendo grauitatem vnif. CB, ad difformem, QP, habere rationem compositam ex ratione gr. vnif. CB, ad difformem, RP, hoc est iuxta hypothesim, ex ratione, GB, ad, TP, & ex ratione gr. diff. RP, ad gr. diff. PQ, hoc

est

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

est ex ratione, RP, vel, CB, ad, QP, nã, RP, est in se ipsa vnifor. grauis, licet in gradu diuerso à gradu, qui est in, CB. Duæ rationes verò, GB, ad, TP, &, CB, ad, QP, cōponunt rationē parallelogrāmorū, FB, SP, hoc est eorundem grau. vnifor. Ergo erũt gr. vnif. CB, diff. QP, vniformis, FB, & vnif. SP, proportionales, figuraq; ABC, tāquā diff. grauis propor. analoga in gr. trũco, FEGBAC. Et cũ sit gr. vnifor. CB, vel, RP, ad diff. QP, vt gr. vnif. FB, vel, MP, ad gr. vnif. SP, cōcludemus gr. vnif. DB, ad diff. ABC, esse vt gr. vnif. LB, ad gr. vnif. trunci, FEGBAC. Et quia gr. vnif. CB, vel, RP, ad vnif. QP, est vt, RP, ad, QP, vel vt parallelogrāma, MP, NP, eorumq; grau. vniformes. Ideò grauitates omniũ linearũ, DB, ad grauitates omniũ linearũ, ABC, erunt vt gr. omniũ planorũ, LB, ad grauitates omniũ planorum, FA: & subindè gr. DB, ad gr. ABC, vnif. erit vt gr. LB, ad gr. FA, vnif. & conuertendo, gr. vnif. ABC, ad vnif. DB, erit vt gr. vnif. FA, ad gr. vnif LB. At probatum est gr. vnif. DB, ad gr. dif. ABC, esse vt gr. vnif. LB, ad gr. vnif. trunci, FEGBAC, ergo ex æquo gr. vnif. ABC, ad difformem, ABC, erit vt gr. vnifor. FA, cylindrici ad gr. vnif. trunci, FEGBAC. Quod, &c.

1. huius.

23. Sexti Elem.
1. huius.

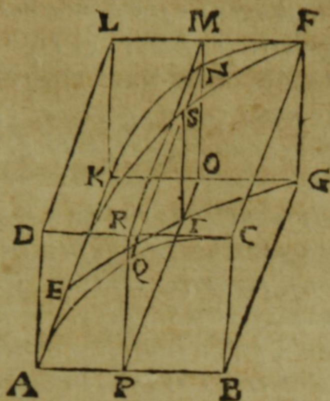
Def. 12.

Cor. 10. Ex. 4.

1. huius.

Cor. 10. Ex. 4.

3. Ex. 1.




## SCHOLIVM.

*Videt ergo Lector hanc Propositionem vniuersalissimam esse, ita vt si reperiatur centrum gr. trunci, FEGBAC, illico habeatur centrum gr. pro figura, ABC, hac ratione difformiter grauis, cuius difformitatis regulatricem possumus appellare ipsam figuram, ABGE, secundum regulam, GB; sicuti, ABC, figuram regulatam. Similiter si sciamus rationem cylindrici, FA, ad truncum, FEGBAC, innotescet quoque ratio gr. v-* 9. huius.

 *nif.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

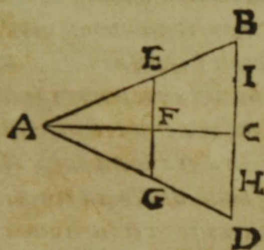
*nif. ABC, ad eiusdẽ hanc grau. difformem. Consideret ergo artifex, num ex nota figurarum regulatricis, ABGE, & regulatæ, ABC, mensura, in ijsdemque notis centris grauitatis, possit per aliquam regulam generalem inueniri centrum gr. dicti trunci, vel aliquid aliud notum præsupponendũ sit; etenim si inueniret centrum gr. trunci, FGEABC, per eandem regulã posset inuenire centrũ gr. superioris trunci, FKGE, vnde sciens centra gr. dictorũ truncorum, & basis cylindrici, FA, hoc est centrum gr. eiusdem cylindrici, vel saltem æquilibrij, posset detegere rationem truncorum inter se, & ex his cõpositi, hoc est cylindrici, FA, ad truncum inferiorem, & subinde grau. vnif. ABC, ad eiusdem grau. difformem. Res ergo ad hoc deducta est, vt si inueniamus regulam generalem habendi centrum gr. trunci, FEGBAC, ex dictis præsuppositis in figura regulatrice, ac regulante, possimus nedũ quæcumq; in hac Exarc. per particulares regulas ostensa sunt, tam circa centra, quam circa mensuram grauitatis, adhibitis pro regulatricibus triangulo, & trilineis supra cõmemoratis generaliter, & vnico actu demonstrare, sed plurima quoque circa innumeras alias species difformitatis ostendere, nempè quæcumque sit regulatrix, dummodo ea sit in eadem altitudine cum regulata; parallelæque in ambabus figuris assumantur respectu regularum in eodem plano existentium. Vt sint. C B, regula pro, ABC, &, BG, regula pro, ABGE. Hoc nequaquam reticendum censui, vt si per superiora neutiquã modum naturæ difformiter plenumque in suis actionibus operãtis assecutus sum, illa acrioris ingenij vi subacta, dũ sub tanta generalitate demonstrationes instituet huiusmodi speculationis limites non effugiat. Deniq; & nos sequentem, ne pareat, addimus Propositionem.*

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO XLV.

*Si quæcunq; figura plana circa axim secundum eandem regulam fuerit regulatrix, & regulata: idem erit centrum grauitatis eiusdem figuræ vt diff. r. grauis iuxta eandem tanquam regulantem, ac solidi rotundi vnif. grauis ex eadem figura geniti, reuoluta circa eundem axim.*




SIt triangulum æquicrure, gratia exempli, ABD, circa axim, AC, & regula, BD, secundumq; eam, ABD, sit figura regulatrix, ac regulata, hoc est in prima specie diff. grauis. Dico idem esse centrum gr. ABC, tanquam diff. grauis, & rotundi, hoc est coni, ABC, vnif. grauis. Ducatur quodcunq; planum rectè secans, AC, ac faciens in triangulo rectã, EFG, & in cono circulum, EFG. Grauitas ergo vnif. rectæ, BD, ad difformem rectæ, EG, habebit rationem compositam ex ratione gr. vnif. BD, ad grauitatem vnif. IH, quæ sit æqualis, EG, hoc est ex ratione, BD, ad, IH, 1. huius.
vel, EG; & ex ratione gr. vnif. IH, ad diff. EG, hoc est per hypotesim, ex ratione, BD, ad, EG, quia nempè supponimus gradus grauitatis regulari à parallelis ipsi, BD, in triangulo, ABD. Duæ rationes verò rectæ, BD, ad rectam, EG, componunt rationem quadrati, BD, ad quadratum, EG, vel circuli, BD, ad circulum, EG, hoc est grauitatis circuli, BD, ad grau. circuli, EG. Ergo grauitas vnif. BD, ad difformem, EG, erit vt gr. vnif. circuli, BD, ad gr. vnif. circuli, EG. Igitur triangulum, ABD, tanquam difformiter graue, & conus, ABD, tanquam vnif. grauis, 23. Sexti Elem.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

6, huius. erunt propor. analoga in gr. Habebunt ergo commune centrum gr. cum illud pro triangulo, ABD, & cono, ABD, sit quoq; in axe, AC, concordatq; hoc cum Prop. 23. superiori, distabit enim à basi, BD, per $\frac{1}{4}$ ipsius, AC. Hoc autem quod specialiter demonstrauimus in cono patet in omni figura plana circa axim verificari.

## *SCHOLIVM.*

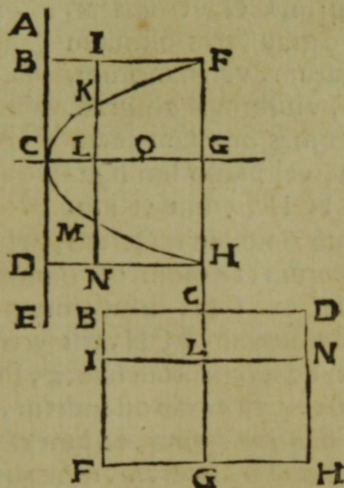
*QVamuis perdifficile sit certa ratione cõprehendere vtrum natura in distribuenda grauitate in vllis corporibus vtatur aliqua ex præconsideratis speciebus difformitatis; & si vtitur, vbi, & quando id fiat agnoscere: certi tamen sumus eam in corporibus quomodocunq; suspensis obseruare in ipsorum momentis, quod in gradibus grauitatis in prima*
5. huius. *specie supposuimus. Momenta enim æquegrauium sunt in ratione distantiarum à fulcimento, quemadmodum gradus grauitatis sunt in ratione distantiarum à limite. Cum ergo inter momenta grauium suspensorum, & gradus diuersos grauitatis huiusmodi analogia reperiatur, non in congruum duxi nonnulla quoque circa hanc materiam momentorum attingere, plura Lectoris industriæ, quæ hic afferi possent relinquendo. Primo ergo sequentem Prop. demonstramus, in qua apparet quidam consensus graduum grauitatis difformis in prima specie, cum grauium suspensorum momentis.*

## PROPOSITIO XLVI.

*Si quæcunq; figura plana, vel solida circa axim, ita sustineatur in alterutro extremorum, vel in puncto, quod sit dictis extremis in directum, sed vbicunque extra figuram; vt axis æquidistet horizonti: circumscribatur autem parallelogrammum figuræ planæ, siuè cylindricus solidæ, quæ figuræ supponantur quoq; in prima specie difformiter graues, iuxta limitem axi erectum*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*ctum, ac transeuntem per fulcimentum. Grauitas vnif. parallelogrammi, vel cylindrici ad grauitatem difformem datæ figuræ erit, vt momentum parallelogrammi, vel cylindrici, ab altero extremo axis, quod opponitur fulcimento, suspensi, ad momentum dictæ figuræ.*

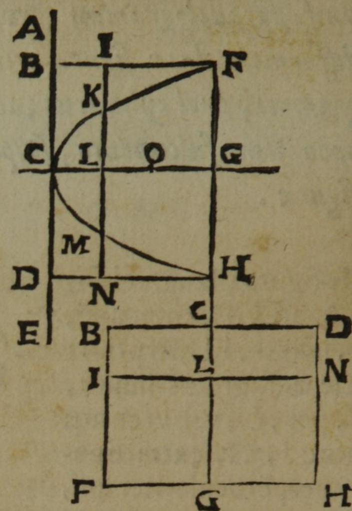



Sit figura plana, vel solida, FCH, circa axẽ, CG, in basi, FH, in prima specie diff. grauis limite, AE, per, C, vel vtcunq; remotè à, C, extra figuram perpẽdiculariter ipsi, CG, transeunte, quæ in occursu, CG, cum limite vt in, C, ita, sustineatur, vt, CG, stet horizonti parallela; sit quoq; parallelogrammum, vel cylindricus, BD, HF, eidem circumscriptum, idemq; suspensum ex, G, vt apparet in figura. Dico grauitatem vnif. BH, ad gr. difformem figuræ, FCH, esse vt momentum, BH, ex, G, suspensi, ad momentum figuræ, FCH. Sumatur in, CG, quodcunq; punctum, L, per quod traiecta recta, vel plano basi, FH, æquidistante, fiant in, BH, & figura plana, FCH, rectæ, ILN, KLM, & in solidis plana, ILN, KLM. Recordare autem nos vt aliàs semper, supponere in, FH, eundem gradum grauitatis communem ipsi, BH, &, FCH. Nunc grauitas vnif. FH, ad difformem, KM, est in ratione composita ex ratione grau. vnif. FH, ad diff. IN, hoc est iuxta hypothesim ex ratione, GC, ad, CL, & ex ratione gr. difformis, IN, ad difformem, KM, nempè ex, ratione, IN, ad, KM. Ex ijsdem ratio-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

. huius. rationibus verò, GC, ad, CL, &, IN, ad, KM, componitur ratio momenti, IN, ex, G, suspensæ ad, KM, ex, L, suspensã. Ergo grau. vnifor. FH, vel, IN, ad difformem, KM, est vt momentum, IN, ex, G, suspensæ ad momentum, KM, & hoc vbiq; in, CG, verificatur.

Cor. 10. Ex. 4. Ergo grauitates omnium rectarum, vel planorum, BH, vniformes ad grau. difformes omnium rectarum, vel planorum figuræ, FCH, erunt vt momenta omnium rectarum, vel planorum, BH, ex, G, suspensorum, ad momenta omnium rectarum, vel planorum, FCH, ex, CG, suspensorum. Quapropter gr. vnif. BH,




10. huius. ad difformem, FCH, erit vt momentum, BH, ex, G, suspensi ad momentum figuræ, FCH, ex, CG, suspensæ. Hoc verò eodem modo ostendetur, si, C, remoueatur à limite, vel si fulcimentum, & limes sint in, G, siuè vtcunq; ab eo remotè extra figuram, tunc autem, BH, debet suspendi in, C. Ergo patet propositum.

### COROLLARIVM I.

4. huius. *QVoniam grauitas vnifor. IN, ad vnif. KM, est vt, IN, ad, KM, nempè vt momentum, IN, ad momentum, KM, si,*

Cor. 10. Exerc. 4. *IN, KN, ex, G, suspendãtur; & hoc vbique. Ideò cõcludemus grauit. vnif. BH, ad vnif. figuræ, FCH esse vt momẽtum, BH, ad momentum, FCH, ex, G, suspensorum. Vnde conuertendo grau. vnif. FCH, ad vnif. BH, erit vt momentũ, FCH, ad momentum, BH, ex, G suspensorum. Et cum grau. vnif. BH, ad difformem, FCH, ostensa sit esse vt momentum, BH, ex G suspensi, ad momentum figuræ, FCH, ex, CG, suspensæ. Ideò ex æqua-*

*æquali grau. vniformis FCH, ad difformem, FCH, erit vt momentum FCH, ex, G, suspensæ ad momentum eiusdem, FCH, ex, CG, suspensæ.*

## COROLLARIVM II.

*Quoniam ergo ostensum est grau. vnif. FCH, ad eiusdem grau difformem in prima specie esse vt, GC, ad primam, centralem quæ sit, CO: patet hinc sequi momentum FCH, vt suspensæ ex, G, ad eiusdem, FCH, momentum, vt suspensæ ex CG, esse vt, GC, ad CO Hoc autem alia huiusmodi ratione apparet verum esse, quia est idem momentũ figuræ, FCH, ex tota longitudine CG suspensæ, & eiusdem, FCH, ab eadem, CG suspensæ tantum per centrum grauitatis, O. Si autẽ, FCG, sit suspensa semel in, O, & iterum in, G, quoniam est, idem graue, momentum in, G, ad momentum in, O, erit vt, GC, ad, CO. Patet ergo è contra ex hoc ostenso concludi pariter grau. vnif. FCH, ad eiusdem, FCH grau. primam difformem esse vt, GC, ad, CO. Quod innuendum censui, vt hic veritatis consensus Lectori innotesceret.*

36. huius.

5. huius.

*Sed & has quatuor sequentes Propositiones ad hanc momentorum doctrinam facientes subnectere libuit.*

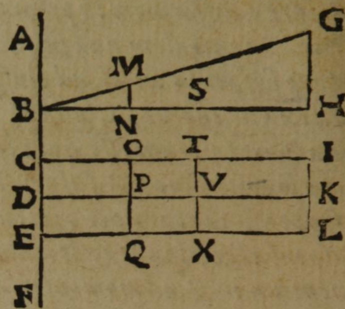
## PROPOSITIO XLVII.

***Si cylindricus quicunque, vel parallelogrammum circa axim, ita in alterutro extremorum axis sustineatur, vt idem axis stet horizonti parallelus. Scala momentorũ partium eorundem, planis ad axem rectis absciſſarum, erit quodcunque triangulum, rectangulum, cuius idem axis sit altitudo.***

Sit ex. gr. parieti, AF, infixus cylindricus, CELI, (idem est si parallelogrammum, CL, sit infixum rectæ, AF,) secundum, CE, circa axem, DK, qui stet horizonti parallelus.

lelus. Fiat autem triangulum, BHG, rectangulum ad, H, cuius altitudo, BH, sit æqualis & parallela ipsi, DK. Dico hoc esse scalam momentorum in, CL. Sumatur in, DK, quoduis punctum, P, &, BN, æqualis, DP; ducaturque per P, planum basi, IL, parallelum, efficiens in cylindrico planum, OQ, (rectã in parallelogrammo) & per, N, recta, NM, parallela

5. huius. ipsi, HG. Erit ergo momentum, IL, ad momentum, OQ, vt, KD, ad, DP, nempè, HB, ad, BN, hoc est vt, GH, ad, MN. Si ergo, GH, signet momentum, IL, & MN, signabit momẽtum, OQ, & ita quælibet in triangulo, BGH, parallela ipsi, GH, signabit momentum rectæ, vel plani sibi respondentis in, CL. Ergo parallelæ ipsi, GH, in triangulo, GBH, procedunt vt momenta planorum, CL, (siue rectarum in parallelogrammo,) & propterea appellamus triangulum, BHG, scalam momentorum, CL. Quod, &c.




*COROLLARIVM I.*

*HInc sequitur eadem ratione secari, ex. gr. à recta, MN, omnes lineas, BGH, seù triangulum, BGH, & ab, OQ, omnia momenta, CL, seù momentum grauis, CL, sequitur quoque, GBH, triangulum ad, MBN, esse vt momentum, CL, ad momentum, CQ. Quapropter innotescit momenta, CL, CQ, esse vt quadrata, HB, BN, seù vt quadrata, KD, DP, quod de prismatibus, & cylindris ostendit quoque Galileus in postremis Dialogis ad Prop. 3. Dialogi secundi.*

COROLLARIVM II.

SI sit diuidendum momentum, CL, in datam rationem, quæ sit ex.gr. vt, HN, ad, NB, sumentes, BS, mediam proportionalem inter, HB, BN, &, DV, æqualem, BS, extendentesq; planum, TVX, ipsi, IL, æquidistans, sciamus momentum, CL, ad momentum, CX, esse vt q. KD, ad q. DV, hoc est, vt, HB, ad, BN; & diuidendo, momentum, TL, ad momentum, CX, erit vt, HN, ad, NB, nempè in data ratione.

Aliter si proponatur diuidendum momentum, CL, deinceps in quotcunq; æqualia momenta, sumamus radices quadratas numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. & has signabimus in, DK, à, D, versus K, in punctisq; notatis diuidetur, DK, in partes æqualium momentorum.

Similiter hinc patet si, DK, secetur in quotcunque partes æqualis longitudinis à, D, versus, K, procedendo, proximæ ipsi, D, hoc est primæ momentum forè 1. secundæ 3. tertiæ 5. quartæ 7. & sic deinceps iuxta numeros impares ab vnitate continuatos, sic enim se habent quadratum vnitatis, & differentiæ quadratorum numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c.

## PROPOSITIO LXVIII.

*Esto parieti, AC, infixum conoides parabolicum, vel triangulum, EBG, vertice, B, circa axim, BF, qui stet horizonti parallelus; sit verò semitrilineum, AED, quadraticum rectangulum ad, E, cuius diameter, AE, æqualis sit, & parallela ipsi, BF. Dico hoc esse scalam momentorum dicti conoidis, & trianguli.*

SVmantur vtcunq; BM, &, AI, sed inter se æquales, extensoq; plano per, M, basi, EG, æquidistante, & per, I, recta, IH, parallela, IH, fiat in conoide circulus, KMO,

& in triangulo, EBG, recta, LMN. Momentum ergo circuli, EG, ad momentum circuli, KO; habet rationem compositam ex ratione circuli, EG, ad circulum, KO, vel q. EG, ad q. KO, hoc est FB, ad, BM; & ex ratione; FB, ad, BM; quæ due rationes, FB, ad, BM, faciunt rationem q. FB, ad q. BM, vel q. EA, ad q. AI, vel rectæ, ED, ad, IH. Eodẽ modo ostendemus rectæ, EG, momentum ad momentum rectæ, LN, esse vt q. FB, ad q. BM, vel q. EA, ad q. AI, hoc est vt recta, ED, ad rectam, IH, & hoc vbicunque. Ergo trilineum, AED, erit scala momentorum tam pro conoide, quam pro triangulo, EBG. Quod, &c.

6. huius. 20. Primi Con. 23, Ex. 4.



## COROLLARIVM I.

15. huius. 23. Sexti Elem.

*Trilineum, DAE, ad trilineum, HAI, est vt illis circumscripta parallelogramma, nempè in ratione composita ex ratione, DE, ad, HI, siuè q. EA, ad q. EI, & recta, EA, ad, AI, scilicet est vt cubus, EA, ad cubum, AI. Et quia momentum conoidis, EBG, ad momentum conoidis, KBO, est vt trilineum, DAE, ad, HAI, ideò erit vt cubus, EA, ad cubum, AI, vel vt cubus, FB, ad cubum, BM. Momenta ergo in conoidibus (vt etiam in triangulis) ab ipso, B, sunt in ratione cuborum eorundem axium.*

CO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIVM II.

SI ergo detur ex gr. ratio, EI, ad, IA, & ita secandum sit momentum conoidis, EBG, oportebit inter, EA, AI, duas medias continuè proportionales sumere, vt, AQ, AP, &, BR, æquali existente ipsi, AQ, per, R, plano ipsi, EG, parallelo secabitur, EBG, in partes, quorum momenta erunt in data ratione.

Si velimus conoides, ABG, secare per plana ipsi, EG, parallela in partes æqualium momentorum initio, à, B, facto poterimus id efficere sumendo radices cubicas numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. (id facilè per logarithmos, vel circino proportionis, obtineri potest) notantesque puncta in, B F, per qua traiecta plana, EG, parallela, ipsum diuident in partes æqualium momentorum.

Si, B F, secetur in quotcunq; partes æquales, initio, à, B, facto per hæc traiecta plana, EG, parallela ita secabunt conoides, EBG, vt proximæ ipsi, B, partis, hoc est primæ momentum sit 1. secundæ 7. tertiæ 19. quartæ 37. quintæ 61. &c. quia sic se habent cubus vnitatis, & differentiæ cuborum horũ numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. Eadẽ quoque verificantur circa triangulum, E BG.

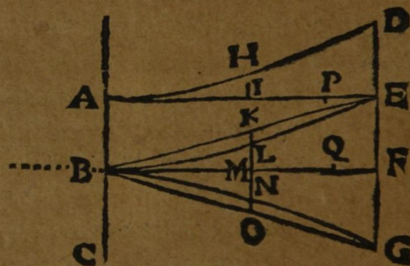
## PROPOSITIO XLIX.

*Esto parieti, ABC, infixus conus, seu trilineum quadraticum, BEG, vertice, B, circa axim, BF, ita vt, BF, stet horizonti parallelus; sit verò semitrilineum, AED, cubicum, & rectangulum ad, E, eiusq; diameter, AE, ipsi, BF, parallela, & æqualis. Dico hoc esse scalam momentorum dicti coni, & trilinei, EBG.*

SVmantur vtcunq; BM, & AI, sed inter se æquales, sitq; planum, seù circulus, KO, & recta, LN, æquidistans basi, EG, seù rectè axim, BF, secantes, & HI, ipsi, DE. Momentum ergo circuli, EG, ad momentum circuli, KO, habebit rationem cōpositam ex ratione circuli, EG, ad circulum, KO, vel q.EG, ad q.KO, hoc est q.FB, ad q.BM, & ex ratione, FB, ad, BM; scilicet erit vt cubus, FB, ad cubum, BM, hoc est vt rectæ, ED, HI. Sic ostendemus momenta rectarum, EG, LN, esse vt, ED, HI. Erit ergo, AED, scala momentorum coni, & trilinei, EBG. Quod, &c.

6. huius.

23. Ex. 4.




### COROLLARIVM I.

TRilinea, AED, AIH, sunt vt illis circumscripta parallelogramma, hoc est in ratione composita ex rationibus, ED, ad, IH, vel cubi, EA, ad cubum, AI, & ex ratione, EA, ad, AI,

35. huius.

AI, hoc est sunt & qq. EA ad qq. AI. Ex hoc colligemus momēta conorum planis axi erectis versus, AB, abscissorum (vt & trilineorum) esse vt qq. longitudinum, BM, BF, &c.

## COROLLARIVM II.

SI ergo detur ratio vt, EI, ad, IA, & ita secandum sit momentum EBG, oportebit inter EA, AI, sumere tres medias continuè proportionales, quarū ipsi, AE, propior sit, AP, eidemq; æqualis, BQ. Etenim per, Q traiecto plano ipsi, EG, parallelo secabitur, EBG, in partes momentorum in data ratione, EI, ad, IA. Momentum enim coni, EBG, ad momentum coni circa BQ, erit vt qq. EA, ad qq. AP. scilicet vt, EA, ad, AI. Vnde diuidēdo patet &c. sicuti & in trilineo, E B G.

Si velimus hæc secare in partes æqualium momentorum initio facto à, B, id obtinebimus sumendo radices qq numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c. & notando puncta in, BF, vt supra, &c.

Si, BF, secetur in quotcunque partes æquales initio facto à, B, traiecta per notata puncta plana rectè axim, BF, secantia, diuident, EBG, ita vt pars prima sit 1. secunda 15. tertia 65. quarta 175. quinta 369. &c. quia sic se habent qq. vnitatis, et differentia qq. numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c.

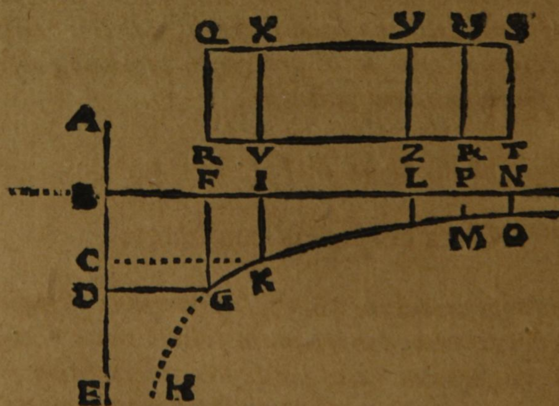


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO L.

*Si sint asymptoti, EB, BN, hyperbolæ, HGO, angulum rectum, EBN, continentes, sumptis autem in ea vtcunque punctis, G, O, ducantur, GD, parallela ipsi, NB, &, GF, ON, ipsi EB; fiatque parallelogrammum rectangulum, QRTS, cuius sit, RT, æqualis, & parallela ipsi, FN, &, RQ, ipsi, FG, in directum; supponaturq; planum, BNOGD, sustineri ab, AE, in, BD. Dico, QT, rectangulum esse scalam momentorum plani, FNOG.*

SVmatur enim in, HO, aliud quodcunq; punctum, K, à quo ducatur, KI, parallela ipsi, FG, &, KC, ipsi, NB. Momentum ergo, FG, ad momentum, IK, habebit ra-




6. huius. 12. secun. Conic. tionem compositam ex ratione, FG, ad, IK, hoc est ex ratione, IB, ad, BF, (quia rectangula, DF, CI, sunt æqualia, vnde

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

vnde habent latera reciproca circa, angulos, F,I, ) & ex ratione, BF, ad, BI. Sed duæ rationes, IB, ad, BF, &, BF, ad, IB, faciunt rationem æqualitatis. Ergo momenta rectarũ, FG, IK, erunt æqualia. Si ergo sumatur, RV, æqualis, FI, & per, V, ducatur, VX, parallela ipsi, QR, erit momẽtum, FG, ad momentum, IK, vt, QR, ad, XV, & hoc vbique. Ergo, QT, erit scala momentorum plani, FNOG. Quod ostendendum erat.

## COROLLARIVM.

*QVemadmodum ergo secabitur, QT, per parallelas ipsis, QR, ST, ita secabitur momentum plani, FNOG, per parallelas ipsi AE, in directum cum præfatis constitutas. Vnde hinc sequitur si sumantur in, FN, quotcunque, & vbicunque eiusdem partes æquales, vt, FI, LP, quibus respondeant æquales, RV, ZЯ, extensis ipsis, FG, QR, parallelis per dicta puncta, momentum plani, FGKI, æquari momẽto plani, LM, quemadmodum rectangula, illis respondentia, QV, TЯ, inter se sunt æqualia.*

*Sed circa hanc materiam momentorum pluribus quoq; speculatione dignis intermissis, ne tua nimis abutar patientia, humane Lector, huic doctrinæ finem impono, adiectis tantum sequentibus scholijs, cum mihi præsertim proximè subsequens neutiquam prætereundum videatur.*

## SCHOLIVM I.

### Circa corporeas qualitates.

*CVm in Propositionibus 36. 37. superioribus ostensum fuerit in figuris tam planis, quam solidis circa diametrum grauitatem vniformem cuiusque figuræ ad eiusdem primam difformem esse vt diametrum ( productam si opus sit vsque ad limitem ) ad primam centralem; primam difformem ad secundam, vt eandem diametrum ad centralem secũdam, &c. nunc studioso innuendum duxi, hoc nedum circa grauitatem verificari, sed etiam de omni re, quæ induat, vt aiunt philosophi, mo-*

dum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

dum quantitatis, & subindè hoc de ijs omnibus, præcipuè verò de qualitatibus corporeis, tãquam demonstratum recipi posse. Nemo enim puto negabit eosdem gradus, quos circa grauitatem considerauimus, pariter ex. gr. circa lucem, calorem, colorem, aliasuè corporeas qualitates concipi posse. Si itaque supposuerimus has diffundi in planis, & corporibus, ijsdem suppositis legibus grauitatis, nempè vel iuxta rationem distantiarum à limite, vel iuxta quadrata, cubos, &c. eorundem distantiarũ, certò sciemus quam rationem habeat ex. gr. lux vniformis ad difformem in prima specie, secunda, tertia &c. quæ illustrat datum planum, vel solidum: mutato enim in dictis Prop. nomine grauitatis in nomen lucis, eadem in ijs de luce, quæ de grauitate ostensa sunt, concludentur, seù de alijs quibusuis corporeis qualitatibus; sicuti & Propositiones ab ijs dependentes, quæ sunt a 38. vsque ad 43. ad dictas omnes qualitates pariter extendentur.

Sic ergo per Prop. 38. luce vniformiter ex. gr. super parallelogrammum radiante, deinde difformiter in prima specie, secunda, &c. limite quocunque latere, ita vt in opposito latere supponatur vnus, & idem lucis gradus; sciemus lucem vniformem ad primam difformem esse, vt diameter parallelogrammi est ad primam centralem, nempè duplam: deinde primam ad secundam difformem, vt 3. ad 2. &c. vt ostendunt hi numeri ex dicta Prop. 38. desumpti.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | &c. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Centrales. |

Sciemus quoque hanc vniformem ad singulas difformes esse vt patet in his numeris ex eadem descriptis.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | &c. |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |

Et eodem modo in cæteris figuris tam planis, quam solidis, quæ ibidem à Prop. 38. vsque ad 43. considerantur, proportionem lucis vniformis ad singulas difformes colligemus. Itaque ex hoc intelligitur quod, si natura hac lege operaretur ipsius, vel lucis distributio in rebus illustratis penderet ab earundem centro grauitatis, si eas tanquam graues supponeremus: idemque in alijs qualitatibus contingeret. Quis ergo non admirabitur huiusce vim centri, quod limites grauitatis egrediens nedum

cate-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

cæteras qualitates corporeas, easque gregarias, moderaretur, sed vel in ipsa luce omnium nobilissima sui imperij leges exerceret. Iure meritò igitur Guldinus centrum grauitatis tot, quot in eius Cētrobaryca apparet, laudibus cumulauit, cui si & hæc nota fuissent, fortè non ideò ab Indiuisibilibus abhorruisset, ex eò quod nullā cētro grauitatis per hæc fructus & gloriæ accessionē fieri posse speraret vt dixit Tom. 2. pag. 349. Hæc sunt benigne Lector, quæ mihi in hac noua doctrina pro tenuitate mea licuit inuenire: cumque ruditer, & satis imperfectè à me digesta sint, rogo vt meos hosce qualescunque conatus æquì bonique facias, quibus saltem acriora ingenia fortè permota huiusmodi de vniformiter difformiter grauibus completam, & omnibus numeris absolutam doctrinam, aliquando spero, in lucem proferent.

## SCHOLIVM II.

DEnique amice studiose, dum huius doctrinæ riui hic clauduntur; tibi innuendum duxi, in illis Propositionibus, in quibus probatur. Figurarum difformiter grauium, linearum, seù planorum grauitates habere inter sè rationem compositam ex ratione molium, & distantiarum à limite, seù quadratorum, Cuborum, &c. earundem; Quod id breuius sic obtineri potuisset. Constat ex Proposit. 3. grauitates molium diuersorum graduum esse inter sè in ratione composita ex ratione molium, & ipsorum graduum grauitatis: sed gradus sunt vt distantiæ, vel vt earum quadrata, cubi, &c. per definitiones. 8. 9. 13. & 14. ergo grauitates dictarum molium erunt in ratione composita ex ratione molium, & distantiarum à limite, vel quadratorum, cuborum, &c. earundem. Sic tamen dictæ Propositiones relictæ sunt, cum, si quid superflui, nihil tamen habeant falsitatis.

Insimul, dum hic terminantur quoque demostrationes per Indiuisibilia (in sequenti enim Exercitatione sexta, & vltima, vel nullæ huiusmodi, vel admodum paucæ afferentur)



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*tur) dissimulare nequeo, quod aliquis fortè me reprehendet, dum hic, & in tota mea Geometria Indiuisibilium, nomen omnium linearum in figuris planis vsurpaui, cum melius conformiter, nomini omnium planorum in solidis, videretur esse nomen omnium rectarum. Scitò tamen hoc è calamo excidisse, dum definitiones stabilirem, distinguere mque lineas recti transitus à lineis obliqui transitus, vt euitarem alliterationem rectarum, & recti transitus, quod nomen postea retinui, tacitè semper subintelligendo lineas rectas. Sed de his satis dictum sit.*

Lib. 2. Geo. Ind. def. 1.

EXER-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# EXERCITATIO SEXTA.

## De quibuſdam Propoſitionibus Miſcellaneis.

IN ſingulis Exercitationibus, quas anteà ſtudijs tuis, Amice Lector, propoſui vna quadam methodo, certum obſeruans ordinem, vnam tantummodo materiam ad ampliorem noſtræ Indiuiſibilium Geometriæ doctrinam pertractaui: In præſenti vero Exercitatione ex demonſtrationibus aliquorum Theorematum inter ſeſe nequidquam communicantium nulla methodo regulari, nullo ordine determinato, ſuper diuerſorum Mathematum diuerſis proprietatibus Miſcellanearum Propoſitionum ſpeculationes tùm lineares, tùm mixtas, & ſolidas propono.

Vbi quidem quid reprehenſione dignum reputas? Dùm & Pappus Alexandrinus in Collectionibus Mathematicis, alijque in Propoſitionum Decadibus omnium conſenſu laudati extiterunt, quamuis in huiuſmodi



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*Operum voluminibus aliquis ordo rerum non appareat. Ingenio equidem tuo in præmissarum Exercitationum studijs valdè exercitato iucunda rerum, quæ in præsenti Exercitatione sunt varietas allatura solatium est, præter vtilitatem, qua prodest ijs, qui nouas instituere speculationes desiderant plurimarum scientia conclusionum, quamuis inordinatim proponantur. Illud etiam fortasse vtilius, vel sine dubio iucundius in hoc opere senties, vbi tuo genio, & libero arbitrio poteris vni ex infrascriptorum Theorematum resolutionibus, cui primùm volueris incumbere, quamuis reliquorum demonstrationes non videris, cum vnumquodque independenter à præcedentibus demonstretur. Exercitatio ergò, quam præ manibus habeo diuersorum studiorum est, quæ mihi de tempore in tempus in huiusmodi Theorematum resolutionibus amici Geometræ proposuerunt, de quibus quidem, cum in meorum studiorum ocijs perpetrata sint, ocia pariter ingenij tui, quod adeò benignè Indiuisibilibus meis hucusque defatigasti, fraudare non valeo.*

De

# De modo facili describendi Sectiones Conicas, & in omnibus vniformi.

*DVm meæ Geometriæ Ind. Librum Sextum contexerem incidi in modum describendæ parabolæ satis facilem, quem in eo Libro Scholio 2. Prop. 9. studiosis post modum communicaui. Diù dolui non posse pariter hyperbolam, & ellipsim tam facili ratione describi. At deniq; animaduerti idem in ijs quoq; perfici posse, quod mihi non parum attulit voluptatis. Hunc ergo modum hic palam faciendum ad publicam vtilitatem duxi, quod præmissa sequenti Lemmatica Propositione nunc præstabo.*

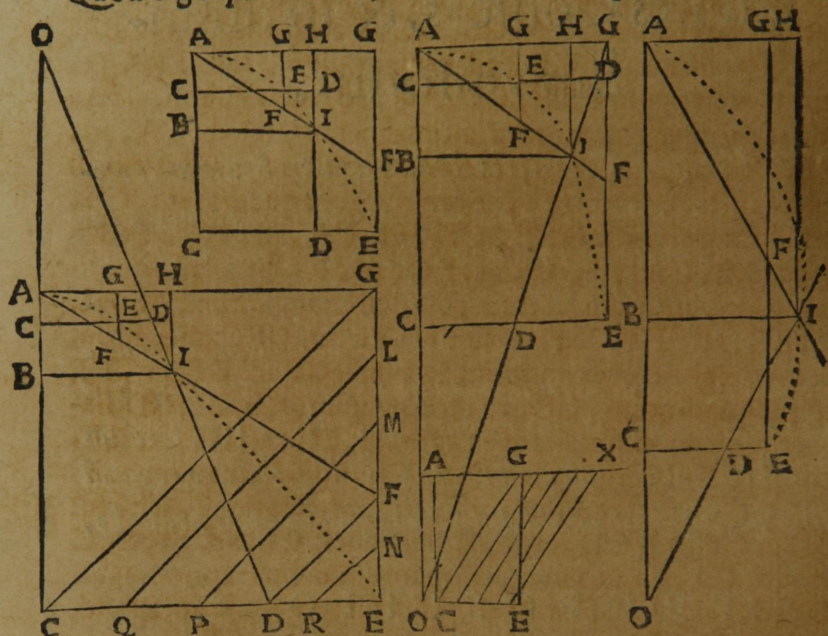
## PROPOSITIO. I.

*Sit coni sectio, cuius vertex, A, & in ea sumatur punctum quodlibet, I, per quod duæ rectæ ducantur, in parabola quidem, IA, &, IH, parallela diametro, AC, at in reliquis, IA, IO, ad extremitates diametri transuersæ, AO: sumpto rursus in ijsdem quolibet puncto, E, per ipsum extendantur, CED, quidem parallela tangenti, AG, in vertice, A, &, GEF, parallela diemetro, AC, occurentibus sibi his rectis lineis indefinitè productis in punctis, G, C, D, F, Dico igitur, GE, ad, GF, esse, vt, CE, ad, CD.*

Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

PRoducantur per, I, in omnibus, IB, parallela, AG; & in hyperbola, ac ellipsi, IH, parallela ipsi, AC, Quod ergo quadratum, CE, sit ad rectangulum sub, CD,




BI, vt, CA, ad, AB, in parabola manifestum est, cum, CD, BI, opposita latera parallelogrammi, CI, sint æqualia, sitq; quadratum, CE, ad quadratum, BI, nempè ad rectangulum sub, CD, BI, vt CA, ad, AB; in reliquis verò sic probabitur. De foris sumpto quadrato, BI, intermedio inter quadratum, CE, & rectangulum, sub, CD, BI, habebit quadratum, CE, ad rectangulum sub, CD, BI, rationem compositam ex ratione quadrati, CE, ad quadratum, BI, & ex ratione quadrati, BI, ad rectangulum sub, BI, CD. Sed quadratum, CE, ad quadratum, BI, est vt rectangulum, OCA, ad rectangulum, OBA; & quadratum, BI, ad rectangulum sub, BI, CD (quia habent communem altitudinem, BI) est vt, BI, ad, ID, nempè vt, BO, ad, OC, hoc est, sumpta communi altitudine, AC, vt rectangulum sub, BO, AC, ad rectangulum sub, OC, CA. Igitur quadratum, CE, ad rectangulum sub, BI, CD, rationem habet com-

20. Primi Con.

21. Primi Conic.

4. Sexti Elem.

C

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

compositam ex ratione rectanguli sub, OB, AC, ad rectangulum, OCA, & rectanguli, OCA, ad rectangulum, OB A. Duæ rationes verò rectanguli sub, OB, AC, ad rectangulum, OCA, & rectanguli, OCA, ad, OBA, componunt rationem rectanguli sub, OB, AC, ad rectangulum, OBA. Ergo quadratum, CE, ad rectangulum, sub, BI, CD, erit vt rectangulum sub, OB, AC, ad rectangulum, OBA, idest (propter communem altitudinem, OB) vt, CA, ad, AB. In omnibus ergo sectionibus conicis (quod etiam in circuli circumferentia verificabitur) erit quadratum, CE, ad rectangulum sub, BI, CD, vt, CA, ad, AB. Sed in ijsdem est, CA, ad, AB, vt, EG, ad, HI, propter æqualitatem oppositorum laterum parallelogrammorum, AE, AI, &, EG, ad, HI, de foris sumpta media, GF, habet rationem compositam ex ratione, EG, ad, GF, & GF, ad, HI, Igitur quadratum, CE, ad rectangulum, sub, BI, CD, habet rationem compositam ex ratione, EG, ad GF, &, GF, ad, HI. Sed idem quadratum, CE, ad rectangulum sub, BI, CD, habet rationem compositam ex ratione, CE, ad, BI, & CE, ad, CD; ergo duæ rationes, CE, ad, BI, &, CE, ad, CD, simul sumptæ æquantur duabus rationibus, EG, ad, GF, &, GF, ad, HI, simul sumptis. At ratio, CE, ad, BI, hoc est, AG, ad, AH, æquatur rationi, GF, ad, HI. ergo ratio reliqua reliquæ æquabitur. Erit ergo, GE, ad, GF, vt, CE, ad, CD. Quod ostendendum erat.

23. Sexti Elem.

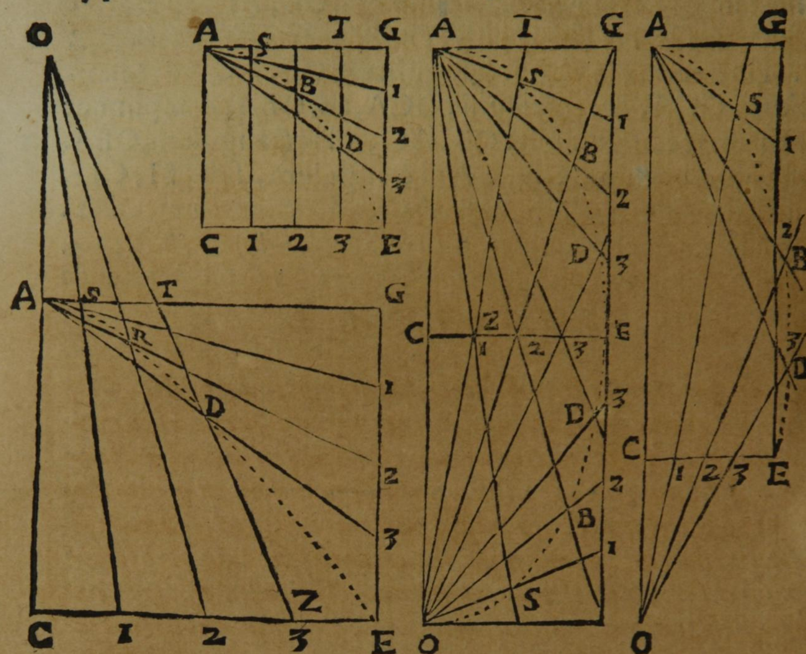
4. Sexti Elem.

## COROLLARIVM

*Hinc manifestum est si velimus ex. gr. sectionem describere circa diametrum, AC, vertice, A, & in hyperbola, ac ellipsi latere transuerso, AO, tangat autem, AG, sectionem in, A, efficiatque cum, AC, quemcumque angulum, insuper sumpto quocunque puncto, E, per quod sectio transire debeat; quod, completo parallelogrammo, AE, sectisque, CE, EG, ex. gr. in punctis, D, F, ita ut sit, EC, ad, CD, sicuti, EG, ad, GF, ac ductis in parabola, HD, parallela, AC, &, AF, in reliquis verò, OD, AF, ijsque, si opus sit, indefinitè productis; I, punctum occursus earundem erit in proposita sectione.*

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




## PROPOSITIO II.

*Iisdem suppositis Sectiones Conicas describere.*

SIt vertex, A, diameter, AC, latus transuersum, AO; punctum in sectione, E, tangensq; ipsam in, A, nempè, AG, quæ cum, AC, efficiat quemcumque angulum, sitque ipsa sectio, AE, describenda. Complebimus ergo parallelogrammum, ACEG, cuius latera ab, A, remotiora, nempè, CE, EG, in quotcunque partes æquales (vtrobique tamen eiusdem numeri) vt ex. gr. in quatuor diuidemus, puncta diuisionum notantes numeris 1.2,3.&c. à, C, G, versus, E. Deinde in omnibus sectionibus ducemus ab, A, ad puncta notata in, GE, occultas rectas lineas. Rursus in parabola extendemus per puncta notata in, CE, indefinitas occultas parallelas ipsi, AC, sed in reliquis ab, O, ad eadem

puncta

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

puncta in, CE, notata extendemus, ac producemus, si opus sit, occultas rectas lineas, ita vt occurrant prioribus ductis ab, A, ad puncta in, GE. Puncta ergo occursuum primarum, secundarum, &c. vt, S, B, D, erunt in proposita sectione per Prop. ant. per quæ & , E, curuam leniter extendentes, habebimus optatam sectionem per puncta continuata descriptam, vt apparet in apposita figura.

## SCHOLIVM I.

*AD parabolam ergo describendam sufficit dari, AC, CE, ad quemcumq; angulũ, statuto vertice, vt in, A, in reliquis verò præter hæc determinandũ est latus, seu diameter transuersa, AO. Similiter quoad ellipsim obseruandum est ijsdem datis nos posse describere quartam partem eiusdem, seù eadem quarta minorem, aut maiorem, modo iam dicto: cum verò semiellipsim describere volemus, opus erit operationem efficere tam in parallelogrammo, OE, quam in, AE, quæ omnia apparent in proximè superiori Schemate. Porrò integras sectiones hac arte delineari posse superfluum est commemorari.*

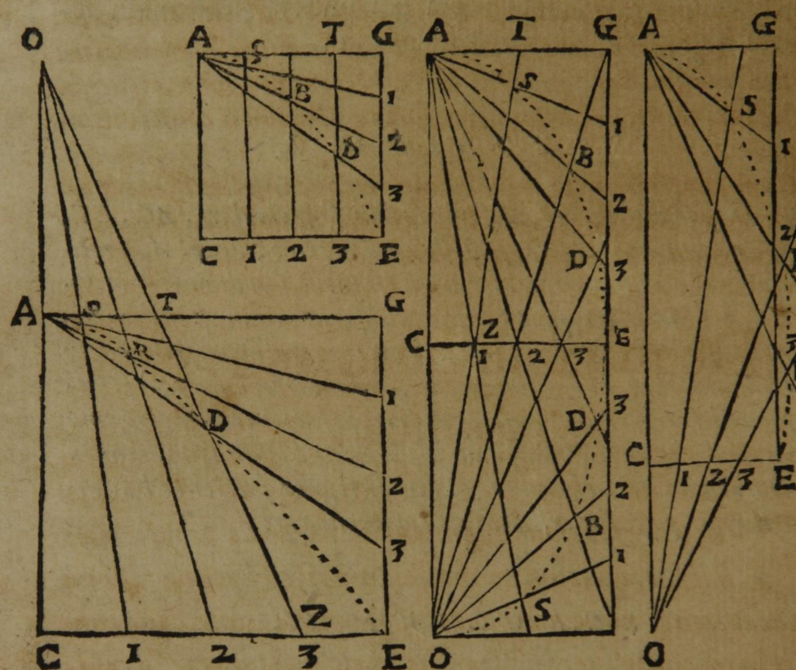
## SCHOLIVM II.

*ETsi dictum est, CE, EG, in æquas partes, eiusdemque numeri esse diuidendas, id tamen non est absolutè necessarium, sed sufficit eas proportionaliter secari, vt patet ex Cor. Prop. ant. Hoc autem facilè obtinebimus, si ducentes rectam, CG, exempli gr. vt patet in figura hyperbolæ Propositionis primæ, eidem, CG, parallelas quotcunque extendemus, vt, QL, PM, DF, RN, ipsasque spissiores vbicunq; opus esse agnouerimus, vt accuratius sectio describi possit: dictæ enim parallelæ proportionaliter secabunt latera, CE, EG. Has quidem parallelas facilè ducere artificibus notissimum est, verum facillimè fieri poterunt, si, quemadmodum apparet in figura Prop. primæ, & in parallelogrammo, AE, seorsim posito, cuius productum est latus, AG, indefinitè in, X, assumpserimus circino quascunque* 2. Sex. El.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

æquas partes tam in, CE, quam in, GX, iungentes notata puncta, prima nempè, secunda, tertia, &c. rectis lineis, quæ erunt ipsi, G C, parallelæ, & hoc in omni sectione fieri poterit.




## SCHOLIVM III.

SI in superiori schemate Propositionis secundæ daretur ex. gr. A T, latus rectum describendæ parabolæ, seù, AT, latus rectum, &, O A, transuersum describendæ hyperbolæ, vel ellipsis, in angulo, GAC, tangentis, GA, in vertice, A, cum diametro, AC, non alio, vt antea, dato puncto in sectione, prius aliquod punctum in ipsa sectione quæreremus, quod sic fieret. In diametro, AC, sumpto quocunque puncto, C, & ab eo ducta tangenti, AG, indefinitata parallela, CE, rectangulo sub, CA, AT, in parabola æquale sumeremus quadratum, CE. At in reliquis, iuncta, AT, eaque producta indefinitè versus, T, vt haberetur pun-

14. Sec. Elem.

*punctum, Z, rectangulo sub, AC, CZ, sumeretur aequale quadratum, CE, & completo parallelogrammo, AE, ipsa sectio, AE, vt supra describeretur. Manifestum est enim quod punctum, E, esset in sectione, cum quadratum, CE, sit aequale rectangulo sub, CA, & , AT, latere recto in parabola; in hyperbola verò, & ellipsi aequatur quadratum, CE, rectangulo sub, AC, CZ, excedens in hyperbola latus rectum, AT, & in ellipsi ab eo deficiens rectangulo simili ei, quod sub latere recto, AT, & transuerso, AO, continetur, ijs conformiter, quae in Elementis conicis tranduntur.* 11.12.13. 1. Conic.

*Cum superiorem praxim ex me quoque intellexissent Torricellius, & Roccha, eiusdem ipsi quoque diuersam à superiori, elegantemque rationem attulerunt.*

# De mirabili quadam vi parabolica.

CVm plures, easque admirandas parabolae proprietates habeat, quarum nonnullas in nostro Speculo vstorio explicauimus, nunc quandam insignem trademus, quae consistit in cogendis, ac constipandis lineis quas intra sui cauitatem excipit ipsa parabola, seù conoides parabolicum axi aequidistantes, vt mox duabus praemissis sequentibus lemmaticis Propositionibus ostendetur.

## PROPOSITIO III.

*Si quaecunque recta linea, AE, in duobus punctis, CD, ita secta fuerit, vt sit, AE, ~~AD~~, ED, quemadmodum quadratum, AC, ad quadratum, CD: tres rectae, AE, CE, DE, proportionales erunt.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

SI enim, CE, non est media proportionalis inter, A E, E D, talis erit vel maior, vel minor ipsa, CE,




19.5. Ele. sit primò maior, vt, B E. Cum ergo sit tota, AE, ad totam, BE, sicuti ablata, BE, ad ablatam, ED, erit reliqua, AB, ad reliquam, BD, vt tota, AE, ad totam, BE. Quoniam verò, AE, BE, DE, supponũtur proportionales, erit, AE, ad, ED,

Cor. 2. 20 6. Elem. vt quadratum, AE, ad quadratum, EB. Et quia vt, AE, ad, EB, ita ostensum est esse, AB, ad, BD, ideò quadratum, AE, ad quadratum, EB, erit vt quadratum, AB, ad quadratum,

22. 6. Ele. BD. Sed vt quadratum, AE, ad quadratum, EB, ita dictum est esse, AE, ad, ED. Ergo vt, AE, ad, ED, ita erit quadratũ, AB, ad quadratum, BD. Sed vt, AE, ad, ED, ita supponitur esse quadratum, AC, ad quadratum, C D. Igitur quadratum, AC, ad quadratum, CD, erit vt quadratum, AB, ad

14. 6. Ele. quadratum, BD. Sed prima est maior tertia, nempè quadratum, AC, quadrato, AB, ergo & secunda quarta maior erit, hoc est quadratum, CD, maius quadrato, BD, sed & eodem minus est, quod est absurdum. Non ergo maior, CE, erit media proportionalis inter, A E, E D. Eodem modo ostendemus nec minorem, CE, talem esse posse. Ergo, CE, erit talis media, ipsæque, AE, CE, DE, proportionales erunt. Quod, &c.

## PROPOSITIO IV.

*Sit quæcunque parabola, IFM, cuius vertex, F, diameter, FL, in qua sumpto quocunque puncto, V, per ipsum hinc inde vsque ad sectionem producatur recta, NVH, non parallela tangenti in, F, & à punctis, H, N, ordinatim ad, FL, applicentur, HP, NO. Dico tres, FP, FV, FO, proportionales esse.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Est enim quadratum, HP, ad quadratum, NO, vt, PF, ad, FO. Sed vt quadratum, HP, ad quadratum, NO, ita est quadratum, PV, ad quadratum, VO; sunt enim triangula, HPV, OVN, similia propter parallelas, HP, NO, & ideò, HP, NO, PV, VO, proportionales, ac subinde earum quadrata proportionalia. Ergo, PF, ad, FO, erit vt quadratum, PV, ad quadratum, VO, & consequenter tres, FP, FV, FO, proportionales erunt. Quod, &c.

20. Primi Conic.

4. Sex. Elem.

Ex. ant.

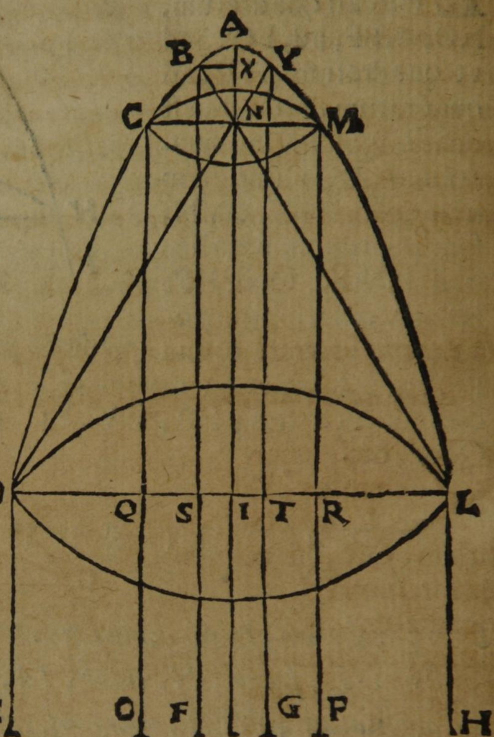
## PROPOSITIO V.

*Si in parabolam, DAL, cuius vertex, A, axis, AI, basis, DL, focus, N, inter, IA, cadens, & per, N, applicatam, CNM, incidant parallelæ eidem axi, AI, vt, ED, HL, OC, PM, FB, GY, binæ æquedistantes ab, AI, secantesq; DL, in punctis, Q, S, T, R, hæ autem, ac reliquæ huiusmodi reflectantur à linea, DAL, vel à caua superficie, DAL, conoidis, DAL, incident omnes in focum, N, vt probaui in meo Speculo vstorio Cap. 9. Dico nunc quod, si eædem protensæ vltra focum, N, secundò ab eadem linea, vel superficie, DAL, reflectantur, eædem parallelæ incidentes in portiones, DC, ML, & æquidistanter axi, AI, & constipatiores egredientur ex, DAL, quam ingressæ fuerint.*

Paral-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Parallelæ enim ex. gr. ED, H L, reflexę à punctis, D, L, concurrēt, in, N, & vltra protensę iterum incident in puncta, Y, B, à quibus reflectētur per, YTG, BSF, æquidistantes ipsi, AI, per ostensa in meo speculo vstorio Cap. 9. in Coroll. hoc est strictiores erunt in egressu, quam in ingressu, quantum, S T, minor est, DL. Hoc idem ostendemus de parallelis, O C, PM, quę alternatim reflectũtur, nempè, OC, per, CMP, &, PM, per, MCO, & idem probabitur de alijs axi parallelis inter, ED, OC, vel inter, HL, PM, cadentibus, quod nempè, & parallelæ axi, & constipatiores reflectãtur in egressu à linea, vel superficie, DAL, quã fuerint in ingressu. Quod, &c.




*SCHOLIVM.*

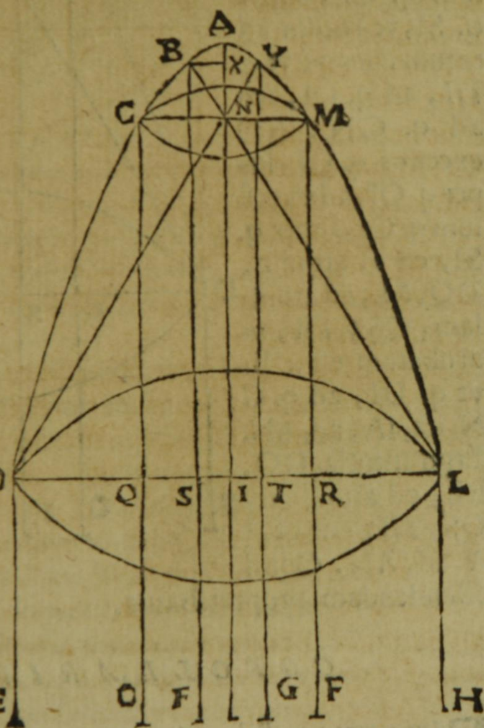
*Parallelæ intra, OC, PM, ingredientes in egressu distantiores erũt inter se, vt facilè constabit si inspiciamus, FSB, GTY, quæ ingressæ in distantia, ST, egrediuntur per, LH, DE, in distantia, DL. Vis ergo parabolica tam in parabola, quam in conoide parabolico, DAL, cernitur in parallelis incidentibus in, D C, LM, quæ omnes secundò reflectuntur per portiones, CB, YM. Itaq; cum basis conoidis, DAL, sit circulus, DL, mensura quãtitatis parallelarum axi, AI, ingredientium cauam superficiem eiusdem,*

*eiusdem, incidentiumq; in, DC, ML, erit armilla, cuius latitudo est, DQ RL, & mensura earundem parallelarum reflexarũ post concursum in, M, iterũ à caua superficie, CB, YM, egredientiũq; ex dicta caua superficie, erit armilla, cuius latitudo, QS, TR. Si ergo detegamus quam rationem habeat armilla, DQ, RL, ad armillam, QS, TR, sciemus, qua ratione in proposita superficie conoidali, DAL, magis constipentur parallelæ axi, AI, in egressu, quam fuerint in ingressu, quod ex sequenti Propos. constabit.*

## PROPOSITIO VI.

*In eadem superiori figura ijsdem suppositis, armilla, DQ, RL, ad armillam, QS, TR, est vt, IA, ad, AN.*

Quoniã enim circulus, DL, ad circulum, QR, est vt quadratum, DL, ad quadratum, QR, diuidendo, armilla, DQ, RL, ad circulum, QR, erit vt excessus quadrati, DL, super quadratum, QR, ad quadratum, QR. Insuper circulus, QR, ad circulum, ST, est vt quadratum, QR, ad quadratum, ST, vnde per conuersionem rationis, circulus, QR, ad armillam, QS, TR, erit vt quadratum, QR, ad excessum q. QR, super q. ST.

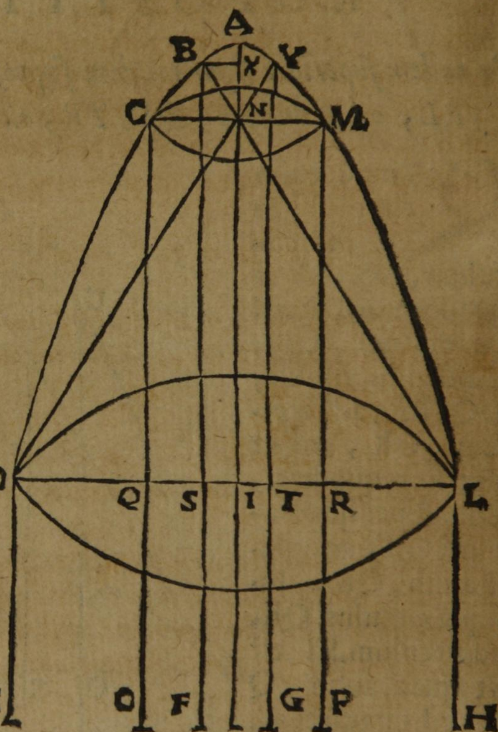



Ergo

Ergo ex æquo armilla, DQ, RL, ad armillam, QS, TR; erit vt excessus q. DL, super q. QR, ad excessum q. QR, super q. ST, vel vt excessus q. DI, super q. QI, ad excessum q. QI, super q. SI. Applicetur nunc, BX, vnde, AI, AN, AX, proportionales erunt, sed vt, AI, AN, AX, ita sunt quadrata applicatarum, DI, CN, BX, vel quadrata rectarum, DI, QI, SI, ergo hæc erunt proportionalia. Cum ergo totum q. DI, ad totum q. QI, sit vt q. QI, ablatum ad ablatum q. SI, erit reliquum ad reliquum, idest excessus q. DI, super q. QI, ad reliquũ, idest ad excessum q. QI, super q. SI, vt totum ad totum, nempè vt q. DI, ad q. QI, seù ad q. CN. Sed excessus q. DI, super q. QI, ad excessum q. QI, super, q. SI, est vt armilla, DQ, RL, ad armillam, QS, TR, vt probatum est. Et vt q. DI, ad q. CN, ita, IA, ad, AN. Ergo armilla, DQ, RL, ad armillam, QS, TR, erit vt, IA, ad, AN. Quod ostendendum proponebatur.

4. huius. 20. Primi Conic.

20. Primi Conic.




*COROLLARIVM I.*

*Fiunt ergo parallelæ axi, AI, in egressu constipatiores, quam erant in ingressu secundum rationem axis, IA, ad, AN quæ*

*est quarta pars lateris recti parabolæ, DAL, vt ego ostendi in speculo vstorio, Cap. 9.*

## COROLLARIVM II.

P*Atet etiam si detur ratio diametri basis conoidis parabolici ad illius axim, quod poterit proportio dictæ constipationis manifestari. Vt si in eadem figura detur ratio, DL, ad, IA, constabit ratio, DI, ad, IA, & quadrati, DI, ad q. IA, sed quadratum, DI, æquatur rectangulo sub, IA, & latere recto parabolæ, DAL, ergo nota erit ratio rectanguli sub, IA, & dicto latere recto, ad quadratum, AI, hoc est (propter communem altitudinem, AI,) ratio lateris recti ad, AI. Cum verò, AN, sit* $\frac{1}{4}$ *dicti lateris recti, conuertendo, constabit quā rationem habeat, IA, ad, AN, & subinde innotescet proportio dictæ constipationis.*

## SCHOLIVM.

I*Vxta superius Cor. 2. effecta est sequens tabella, in cuius prima columna ponuntur numeri partium axis cuiuscunq; conoidis parabolici, cuius basis diameter semper supponitur earundem partes 12. in 2. verò columna habentur numeri explicantes proportionem dictæ constipationis in proposito conoide.*

*Vt ex. gr. si in superiori figura, DL, fuerit 12. & axis, AI, earundem partium 18. in columna axis quæsito num. 18. sumo e regione ipsius adiacēte columna sub titulo proportionis, numeros 36. & 1. qui indicāt mihi in tali conoide parallelas axi fieri constipatiores in egressu, quam in ingressu secundum rationem 36. ad 1. Constat autem ex superiori tabella si axis fuerit 3. & diameter basis conoidis 12. quod in ingresu & egressu erit eadem paralellarum constipatio; & si axis fuerit minus quam partes 3. in egresu potius parabolæ disgregabuntur, & propterea tabella incipit à partibus 3. ipsius axis.*

| Axis | Proportio |
|---|---|
| 3 | 1.1 |
| 4 | 16.9 |
| 5 | 25.9 |
| 6 | 4.1 |
| 7 | 49.9 |
| 8 | 64.9 |
| 9 | 9.1 |
| 10 | 100.9 |
| 11 | 121.9 |
| 12 | 16.1 |
| 13 | 169.9 |
| 14 | 196.9 |
| 15 | 25.1 |
| 16 | 256.9 |
| 17 | 289.9 |
| 18 | 36.1 |
| 19 | 361.9 |
| 20 | 400.9 |
| 21 | 49.1 |
| 22 | 484.9 |
| 23 | 529.9 |
| 24 | 64.1 |

# De Perspicillorum focis.

*Si quis careat prænominato Speculo vstorio, in quo nomen foci explicaui, sciat focum à me appellari punctum illud, ad quod radij incidentes in quandam lineam, seu superficiem, siuè paralleli, siuè conuergentes, vel diuergentes reflexi concurrunt, aut à quo diuergunt: vt in superficiebus, quæ à sectionibus conicis per ipsarum renolutionem circa axim oriuntur, dum in ipsas incidunt radij, quarum Tabellam tradidi in dicto Speculo Cap. 23. Huius ope cum dicti foci præcisè sciri possint, haud tamen hucusq; detegere licuit quod sciam vbinam radij paralleli axi ingredientes parabolam, hyperbolam, vel ellipsim crystallinam post ipsam refracti præcisè concurrant. Id verò satis propinq; obtinuit Keplerus in aliquibus lentibus crystallinis, seù perspicillis superficiebus sphæricis contentis, docens in sua Dioptrice vbinam esset punctum concursus dictorum radiorum axi, hoc est radio per vmbilicum lentis perpendiculariter illius superficiebus transeunte parallelorum, quem & focum appellauit. Cum verò non in omnibus perspicillorum generibus, quæ planis, & cauis, vel concauis sphæricis superficiebus promiscuè comprehenduntur focos adinuenerit, propterea quædam hic circa huiusmodi doctrinam tum ad eam elucidandam, tum ad prædictos focos proximè inueniendos, eiusdem Kepleri suppositionibus insistens, quæ meæ menti occurrerunt, tradere decreui. Assumo igitur ex eodem hoc præcipuè, quod nempè radij lumi-*

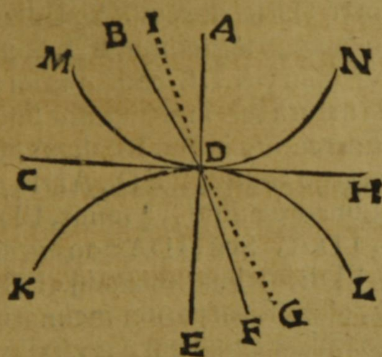
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*luminose crystallum ingredientes vsq; ad gradum 30. inclinationis habent angulum refractionis, qui est circiter tertia pars inclinationis, quo præmisso sequentes Propositiones demonstrantur.*

## PROPOSITIO VII.

*Radij è cristallo in aerem egressi cum inclinatione infra gradus 20. refracti supperaddunt suæ inclinationi dimidium eiusdem inclinationis.*

SIt crystallum, CEH, & eius plana superficies, CH, discriminans crystallũ ab aere, CAH, insuper sit radius, AE, incidens perpendiculariter ipsi, CH, qui ab aere, CAH, ingrediens in crystallum, CEH, penetrabit irrefractus ex cõmuni Opticæ doctrina. Sit nunc radius, BD, ipsi, CH, &, AD, obliquus, faciẽs cum, AD,




angulum, BDA, nempe inclinationem radij, BD, (Keplerus enim vocat inclinationẽ radij angulum, qui cõtinetur radio incidẽte in superficiẽ diaphani, & perpẽdiculari supereandẽ superficiem à puncto incidentiæ ducta) qui nõ superet gradus 30. Radius ergo, BD, ab aere, CAH, in crystallũ, CEH, ingressus non rectè incedet, vt per, DG, sed quia crystallũ est medium densius, quam aer, ideò, BD, incendet vt per, DF, accedens ad perpendicularem, DE, angulusque GDF, dicitur refractio radij, BD, cuius inclinatio est quoque angulus, EDG, cum enim sint rectæ, BDG, ADE, ideò anguli, BDA,

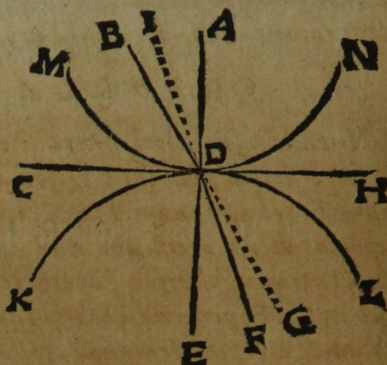
Diopt. Kepleri num. 1.

Axioma opticum Diopt. num. 2.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

BDA, EDG, sunt æquales. Quia verò ex allata Kepleri suppositione refractio est tertia pars inclinationis (intellige semper circiter) vsque ad gr. 30. inclinationis, ideò angulus, GDF, erit $\frac{1}{3}$ ipsius, GDE, &, GDF, $\frac{1}{2}$ ipsius, FDE. Si ergo acceperimus è conuersò radium, FD, tanquam egredientem ex crystallo, CEH, in aerem, CAH, non ibit per, DI, quæ sit in directum ipsi, DF, sed quia à densiori, ægreditur in medium rarius, discedet à perpendiculari, AE, vt communiter Optici docent. Sed dico quod incedet per, DB. Nam quando ingreditur, BD, & per, DF, ergo egrediẽs, FD, ibit vicissim per, DB, eadem enim est refractio radiorum, siuè illi natura sua ingrediantur siuè egrediantur, vel vt tales considerentur, inquit Keplerus num. 2. in sua Dioptrice. Cum ergo anguli, EFD, ADI, sint æquales, vt &, FDG, BDI, sit autem, FDG, $\frac{1}{2}$ ipsius, FDE, erit quoque, BDI, $\frac{1}{2}$ ipsius, IDA. Sed, IDA, non excedens gr. 20. cum æquetur ipsi, FDE, inclinationi radij, FD, tanquam egredientis in aere, est eiusdem pariter inclinatio; BDI, verò refractio. Ergo radius egrediens à crystallo in aerem infra gr. 20. inclinationis superaddit suæ inclinationi angulum refractionis, qui est eiusdem inclinationis ferè dimidium. Quod ostendere opus erat.




Axioma opticum Diop. nu. 2.

*COROLLARIVM I.*

*Patet ergo infra gr. 30. inclinationis, radios ab aere in crystallum ingressos facere angulum refractionis, qui est $\frac{1}{3}$ inclinationis seù diminuere per $\frac{1}{3}$ suam inclinationem, sicuti dictum est angulum, GDF, esse $\frac{1}{3}$ ipsius, GDE; & eosdem radios à crystallo in aerem egredientes infra gr. 20. facere angulum refractionis, qui est $\frac{1}{2}$ inclinationis, seù augere suam inclinationem per $\frac{1}{2}$ eiusdem, sicuti probatum est, IDB, refractionem radij,*

*FD,*

FD, tanquam egredientis, esse ½ ipsius, IDA, inclinationis, qua idem radius, FD, egreditur è crystallo in aerem per, DB.

## COROLLARIVM II.

IN eadem superiori figura si crystallum non terminetur ad superficiem planam, CH, sed ad conuexam, KDL, cuius centrum, E, vel ad cauam, MDN, cuius centrum, A, eadem quoque superius dicta verificabuntur. Cum enim radij transeuntes per centrum sphæricæ superficiei sint eidem perpendiculares, ideò erit, AE, perpendicularis tam superficiei sphæricæ, KDL, quam, MDN, existenteque crystallo, KDLE, vel, MDNE, ipsum penetrabit irrefractus. Erit quoque inclinatio radij, BD, ingredientis in cauam, MDN, crystalli superficiem angulus, BDA, vel, EDG. Iidem quoque erunt inclinatio eiusdem, BD, ingredientis in conuexam, KDL. Similiter inclinatio radij, FD, egredientis è crystallo, KDL, vel, MDN, in aerem erit angulus, FDE, vel, IDA, sicuti circa planam superficiem, CH, dicebatur.

## SCHOLIVM.

ANtequam ad lentium focos inquirendos accedamus cõgruit prius intelligere varietates, quæ in ipsis contingere possunt merito superficierum planarum, cauarum, & conuexarum sphæricarum, quibus comprehenduntur. Lentes ergo crystallinæ (idem de vitreis intellige, in quibus refractiones sũt proximè eædem cum prædictis vt in Dioptr. numero 6. inquit Keplerus) sunt in forma disci orbicularis latiores, quam profundiores, verum cum sit parua profunditas eam negligit Keplerus, assumitque tamquam nulla esset. Illæ ergo aut ex vna parte sunt planæ, & ex altera conuexæ, vel cauæ; vel sunt vtrimque conuexæ siuè vtrinq; cauæ, cõuexitate, vel cauitate tam æquali, quam inæquali, & has Keplerus puras quoque vocat. Similiter aut sunt ex vna parte conuexæ, & altera cauæ, ęquali, vel inæquali, conuexitate, & cauitate, quas mixtas appellat: cum verò cauitas est ex maiori circulo, quam conuexitas, talis lens ab eo dicitur, Meniscus. Propositum igitur mihi est tantum in præsenti demonstrare in omnibus vnicam regulam generalem pro inueniẽdo earum foco proximè verificari, quę est huiusmodi.

Dioptr. num. 25.

Diop. nu. 26.

Diop. nu. 27.

Diop. nu. 30.

Regu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# Regula generalis ad inueniendos lentium, ſeù perſpicilorum focos.

IN omnibus huiuſmodi lentibus, conuexis, vel cauis in contrarias partes vergentibus, vt aggregatum ex ſemidiametris conuexitatum, vel cauitatum (ſed couexis, vel cauis in eandem partem vergentibus, vt eorundem ſemidiametrorum differentia) ad ſemidiametrum conuexitatis, vel cauitatis radios paralleios aſpicientis: ita duplum reliquæ ſemidiametri eſt ad diſtantiam foci ab ipſa lente.

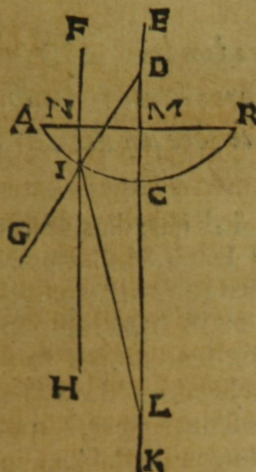
Diop. nu. 33. Poſtulamus autem & nos cum Keplero, vt lentis conuexæ, concauæ, vel mixtæ ſuperficies vtraque centrum ſui circuli habeat in eadem linea, quæ per medium eiuſdem vmbilicum tranſeat.

## PROPOSITIO VIII.

*Sit lens, ACB, planam habens ſuperficiem, AB, ad radios parallelos conuerſam, & conuexam, ACB, non excedentem gradus 30. cuius centrum, D; tranſeat vero radius indefinitus, EDMK, per centra, D, M, ſeù lentis vmbilicum, qui erit perpendicularis tam ſuperficiei, AB, quam, ACB, & ideò penetrabit lentem irrefractus, is verò ſacet conuexum, ACB, in, C; intelligantur nunc quotcunque alij radij eidem, EK, paralleli venientes ex parte, E, & in planum, AB, incidentes, cui neceſſariò perpendiculares erunt, & ideò irrefracti peruenient ad conuexum, ACB. Dico hos omnes in aerem egredientes,*

*tes, & indefinite protensos, concurrere in punctum ipsius, EK, quod abest à lente, A C B, per duas ferè semidiametros, DC, conuexitatis, A C B.*

SIt eorum vnus, FN, incidens in, N, qui lentem irrefractè penetrans perueniet in, I; producatur autem indefinitè in, H, & per, D, I, puncta protendatur recta, DIG. Quoniam ergo, DIG, venit à centro, D, conuexitatis, AC B, erit ipsa eidem conuexitati perpendicularis, & idcircò angulus, FID, vel illi æqualis, GIH, erit inclinatio radij, FH, super conuexum, ACB; refringatur nunc radius, FI, in aerem egrediens, per, IL. Dico, LC, esse ferè duplam, CD. Cum enim, FI, in aerem egrediens per, IL, superaddat suæ inclinationi, quæ est, GIH, dimidium eisdem (est, namque, GIH, minor quam gr. 20. nam æquatur angulo, IDC, seù, quoad numerum graduum, arcui, IC, qui nō est maior, AC, gr. 15. cum, ACB, ponatur non excedere gr. 30.) erit angulus, LIH, ½ ipsius, HIG, sed, LIH, æquatur sibi coalterno, ILD, &, HIG, interiori, IDL, ergo, IDL, erit duplus anguli, ILD. Sed in arcubus, & angulis infra gr. 15. sinus recti eorundem sunt ferè in eadem ratione cum ijsdem arcubus, vel angulis, vt & Keplerus inquit num. 34. Ergo sinus anguli, D, duplus erit sinus anguli, L, latera verò, LI, ID, sunt vt sinus angulorum, D, L. Igitur, LI, erit duplum ipsius, ID. Sed, LI, ponit Keplerus in huiusmodi lentibus insensibiliter differre ab, LC, negligit enim ipsarum crassitiem, vt iam dixi. Ergo, LC, erit ferè dupla ipsius, CD. Focus igitur, L, lentis, ACB, abest ab eadem per duas ferè semidiametros, seù per integram diametrum conuexitatis. Quod ostendendum




Cor. 2. ant.

Prop. ant.

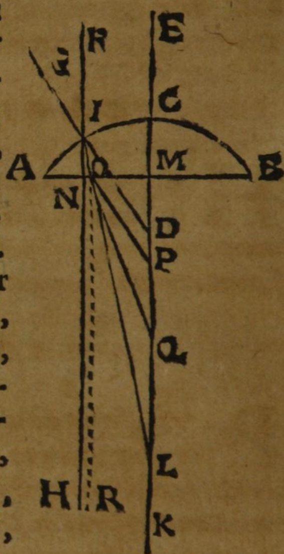
Ex Trigonometria.

dum

dum erat. Hæc paululum differt à demonstratione, quam in Dioptr. affert Keplerus num. 35. quæ ad ipsius ampliorem declarationem hic posita est.

## PROPOSITIO. IX.

*Si eadem lens, ACB, obuertat conuexum, ACB, ad radios parallelos; Erit nihilominus eiusdem focus distans à lente ferè per diametrum conuexitatis.*




Sit, EK, radius vt supra per medium lentis, M, C, incedens, cui sumatur quicunque alius parallelus, vt, FI, incidens in conuexum in, I, qui ingrediens lentem ibit non rectè, vt per, INH, sed accedet ad perpendicularem transeuntem per, I, quæ sit; DIG, diminuens per $\frac{1}{3}$ suam inclinationem. Cum ergo inclinatio radij, FIH, super cõuexum, ACB, sit angulus, GIF, vel, HID, ibit per, IL, faciens angulum, HIL, refractionis, qui erit $\frac{1}{3}$ inclinationis, HID, & $\frac{1}{2}$ anguli, LID. Cum verò, LIH, æquetur sibi coalterno, ILD, erit, ILD, $\frac{1}{2}$ ipsius, LID, quare cum, ID, ad, DL, sit proximè vt angulus, L, ad angulum, I, sicuti in demonstratione Prop. ant. dicebatur, erit, ID, $\frac{1}{2}$ DL, & conuertendo, erit, LD, dupla, DC, &, LC, tripla, CD. Ex quo apparet, si radijs parallelis ipsi, EK, post incidentiam in conuexum, ACB, nil aliud contingeret, quod omnes concurrerent in, L, nẽpè in distantia sexquidiametri conuexitatis ab ipsa lente. Sed quia, IL, occurrit plano, AB, vt in, O, ibique iterum refringitur, quærendum est ad quod punctum ipsius, EK, concurrant. Ducatur ab, O, recta, OR, parallela ipsi, FH, &, OP, ipsi, ID. Erit ergo angulus, ROL, inclinatio radij, IO, super,

Diop. n. 2.

Cor. 2. 7. huius.

Cor. 17. huius.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ſuper, AB, qui idcircò egrediens à cryſtallo in aerem ipſam per dimidiũ augebit; incedat per, OQ, angulus ergo, LOQ, erit $\frac{1}{2}$ anguli, LOR, &, LOR, eſt $\frac{1}{3}$ ipſius, LOP, ſicuti, LIH, eſt $\frac{1}{3}$, LID, vt ſuperius probatum eſt. Ergo, LOQ, erit $\frac{1}{6}$ ipſius, LOP. Sed $\frac{1}{6}$, & $\frac{1}{3}$ faciunt $\frac{1}{2}$, quare, LOQ, LOR, ſcilicet angulus, QOR, erit $\frac{1}{2}$ anguli, ROP, quare, ROQ, QOP, vel, OQP, POQ, erũt æquales, nam coalterni, ROQ, OQP, ſunt æquales. Erit igitur, PQ æqualis ipſi, PO, ſicuti &, QD, erit ferè æqualis ipſi, DI, in lentibus enim paruæ craſſitiei ſunt, IO, CP, quaſi parallelæ. Quare erit, QC, ferè dupla, CD, hoc eſt erit ferè tantum à vero aberratio, quantum importabit lentis craſſities, ob quam, QD, verè maior eſt quã, DI. Erit igitur foci, Q, à lẽte, ACB, diſtantia ferè integræ diametri conuexitatis. Quod &c. 7.huius.

### COROLLARIVM I.

*Hinc patet radios parallelos ipſi, EK, in conuexum ingredientes ſi nihil amplius eis accidere ſupponatur, omnes concurrere in punctum, vt, L, diſtans à conuexo per tres ſemidiametros conuexitatis.*

### COROLLARIVM II.

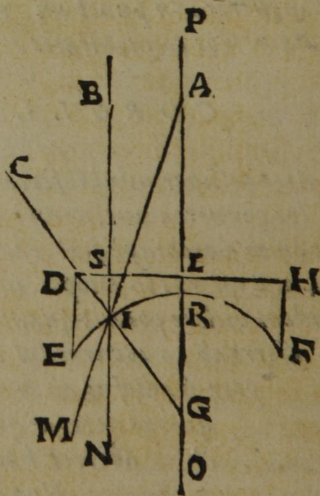
*Patet inſuper nihil referre vtram faciem lentis ad parallelos conuertamus, nempè vel planam vel conuexam, prouenit enim vtrobiquè ferè eadem foci diſtantia à lente. Hoc inculcat Keplerus in Dioptr. num. 138. rationibus, quas Lector ibidem videre poterit quanti valeant; fatetur autem non afferri ab eo accuratam demonſtrationem, quapropter ſtudioſus ab eo ad numeros ablegatur, quibus detegat quantum à veritate aberret hæc propoſitio. Nos autem quæ potuimus ad eam confirmandam in medium attulimus.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO X.

*Sit lens, DHFE, eiusque plana superficies ad parallelos conuersa, DH, & caua, ERF, nõ excedens gradus 30. cuius centrum, G, radiusque per centra, L, R, G, incedens, PL RGO: Huic paralleli venientes ex parte, P, incident perpendiculariter in planum, DH, penetrabuntq; idcircò irrefracti. Dico igitur eosdem incidentes in, ERF, & è crystallo in aerem egredientes omnes fore refractos per rectas in directum puncto in, TL, assumpto constitutas, quod aberit à lente ferè per diametrum cauitatis. Hoc punctum focus quoque dicitur, non quia radij in illud cõcurrant, sed quia in directum ipsius diuergũt.*




Sit vnus ex dictis parallelis, BS, qui incidẽs in, S, penetrabit irrefractus in, I, vltra quod ĩdefinitè protẽdatur, vt in, N, extendaturq; à cẽtro, G, per, I, recta, GIC. Erit ergo angulus, BIC, vel, NIG, inclinatio radij, BN, super superficiẽ, ERF. Sit ãgulus, MIN, ½ ipsius, NIG, & pducatur, MI, donec occurrat ipsi, PO, vt in, A. Radius ergo, BSI, egrediens in aerẽ ibit per, IM, adiũgens suæ inclinationi, NIG, dimidiũ, nẽpè angulum, MIN, estque, MI, in directũ ipsi, A. Quia verò, MIN, angulus æquatur interiori, IAG, &, NIG, sibi coalterno, IGA, erit, IGA, duplus ipsius, IAG, ergo & latus, AI, duplum

Cor. 2. 7. huius.

7. huius.

plum

plum erit lateris, IG; sed, AI, insensibiliter differt, ab, AR, in lentibus paruæ crassitiei. Ergo, AR, erit fere dupla, RG. Abest ergo, A, focus à lente fere per diametrum cauitatis. Quod, &c.

## PROPOSITIO XI.

*Si eadem lens, DHFE, obuertat cauam, ERF, ad radios parallelos: erit nihilominus eiusdem focus distans à lente ferrè per diametrum cauitatis.*

Sit eadem lens, DHFE, obuertens cauũ, ERF, ad radios parallelos, axis, PO, transiens per cẽtra, G, R, L, cui vnus radiorum, vt, BI, æquidistet incidens in cauum, ERF, vt in I, qui indefinitè protendatur vt in, N, secans planum, DH, in, S. Similiter à centro, G, per, I, educatur, GIC, Inclinatio ergo radij, BN, super cauum, ERF, erit angulus BIG, vel, NIC. Radius ergo, BI, incidens in crystallum non ibit per, IS, sed accedens ad perpendicularem, GC, diminuet per $\frac{1}{3}$ suam inclinationem, incedens per, IZ, quæ indefinitè sit producta in, X, K, constituitque angulum, XIN, $\frac{1}{3}$ ipsius, NIC, & $\frac{1}{2}$ ipsius, XIC. Sed, NIX, æquatur angulo interiori, GKI, &, XIC, ipsi, KIG; duplus ergo erit ãgulus,

Cor. 2. 7. huius.

Cor. 1. 7. huius.

KIG, anguli, IKG, & ideò, GK, dupla erit ipsius, GI, vel, GR, &, KR, tripla, RG. Radius ergo, BI, per, IZ, diuergit à puncto, K, quod abest à lente per tres semidiametros cauitatis, vt de conuexo probabatur in Prop. 9.

Ducatur nunc per, Z, ipsa, ZA, parallela, PQ, & subindè plano, EF, perpendicularis. Erit ergo angulus, AZX, inclinatio radij, IZX, super planum, EF, illi ergo addito angulo, YZX, nempè $\frac{1}{2}$, XZA, radius, IZ, egredietur à lente in aerem per, ZY, quæ producta versus, LP, illi incidat vt in, M. Cum ergo, XZA, sit æqualis ipsi, ZKM, interiori, &, YZX, ipsi, KZM, erit, KZM, $\frac{1}{2}$ ipsius, MKZ. Ergo &, KM, erit $\frac{1}{2}$ ipsius, MZ, (semper .n. sumus infra gradus 15. & sinus sunt ferè vt anguli, & opposita angulis latera) vel ferè ipsius, ML, ob lentium paruitatem. Ergo punctum, seu focus, M, à quo diuergunt paralleli ipsi, PO, bis refracti in lente, DHFE, aberit à cauitate, ERF, diametro ferè cauitatis. Quod, &c.

7. huius.

## COROLLARIVM I.

*Colligitur ex hac parallelos axi huiusmodi lentis primò refractos à cauitate, diuergere à puncto in axi, quod abest per tres semidiametros eiusdem cauitatis à lente; cum ostensum sit, IZ, diuergere à puncto, K, quod per tres semidiametros, GR, ferè abest à cauitate, ERF.*

COROL

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

COROLLARIVM, II.

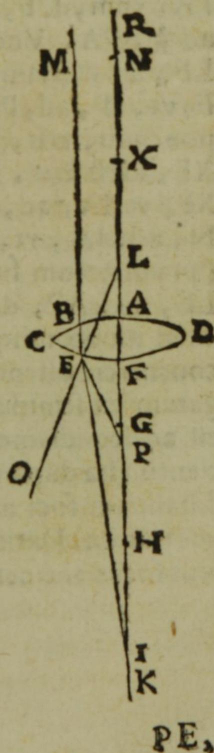
*Colligitur vlterius quamcunq; lentis huiusmodi faciem ad radios parallelos conuertamus, eandem foci distantiam à lente, integræ nempè diametri cauitatis, prouenire.*

*Hæc de lentibus ex vna parte planis ostendimus, in quibus tamen & præallatam regulam generalem quodamodo verificari inferius declarabimus.* Vide Schol. 27. huius.

# PROPOSITIO XII.

*Lentis ex vtraque parte quomodocunque conuexæ focum inuenire.*

Sit lens vtrinq; conuexa quomodocunq; CADF, cuius arcus, CAD, CFD, non superent gr. 30. axis, RK, & in eo, L, centrum conuexi, CFD, &, G, centrum conuexi, CAD, æqualesq; FL, LX, XN, inter se, necnon, AG, GH, HI, pariter inter se. Quæritur focus huius lentis. Sit, MB, vnus radiorum ipsi, RK, parallelorum lenti incidens in, B, qui vlterius protensus incideret in, I, si non occurreret alteri conuexo, CFD, sit tamen ducta, BEI, recta occurrens conuexo, CFD, in, E, perque, E, ab, L, educatur, LEO. Quoniam ergo radij, BI, inclinatio super conuexum, CFD, est angulus, BEL, vel, OEI, ideò radius, BE, è lente in aerem egrediens ibit per, E P, faciens angulum, PEI, dimidium ipsius, IEO. Quoniam verò vt angulus, PEI, ad, PIE, ita est, IP, ad, PE,

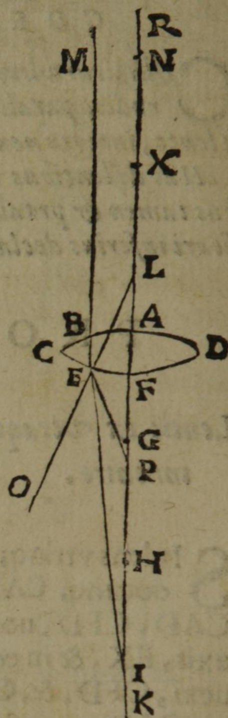



Cor. 1.9. huius.

Cor. 7. huius.

7. huius.

PE, vel ad, PF, (in paruis enim lentibus insensibiliter differũt, PE, PF,) ideò vt duplus anguli, PEI, nempè vt, OEI, vel duo simul, ELI, EIL, ad eundem, EIL, ita duplum, IP, ad, PF, vel ita, IP, ad $\frac{1}{2}$, PF, & diuidendo, vt angulus, ELI, ad, EIL, ita excessus, IP, super $\frac{1}{2}$, PF, ad $\frac{1}{2}$, PF. Sed vt angulus, ELI, ad, EIL, ita, EI, ad, EL, vel ita, IA, ad, LF, (insensibiliter enim differunt, IE, IA, ob lentium paruitatem) ergo, IA, ad, LF, erit vt excessus, IP, super $\frac{1}{2}$, PF, vel, PA, neglecta lentis crassitie, ad $\frac{1}{2}$, PA. Et componendo, erit, IA, cum, LF, ad, LF, vt, IP, ad $\frac{1}{2}$, PA. Vnde erit, IA, cum, LF, ad duplam, LF, seu ad, XF, vt, IP, ad, PA, & iterum componendo, erit, IA, cum, LF, &, XF, idest erit, IA, cum, FN, ad, XF, vt IA, ad, AP. Et permutando, erit, IA, cum, FN, ad, IA, vt, XF, ad, AP, vel erit, GA, cum, FL, (prædictorum subtripla) ad, GA, vt, XF, seù dupla, LF, ad, AP, distantiam foci, P, à lente, CD, eodem enim modo reliquos radios ipsi, RK, parallelos ad, P, concurrere ostendemus. Concluditur ergo quod vt aggregatum ex semidiametris conuexitatum, nempè, GA, FL, est ad semidiametrum, GA, conuexitatis parallelos aspicientis, ita duplum semidiametri reliquæ, LF, est ad, AP, distantiam foci à lente. Et hæc est regula generalis superius tradita. Datis igitur dictis semidiametris, poterit quæsitus focus obtineri. Quod &c.




Post Schol. 7. huius.

COROL-

## COROLLARIVM I.

*EX hoc constat focum lentis vtrinq; æqualiter conuexæ distare à lente ferè semidiametro conuexitatis. Aggregatum enim semidiametrorum conuexitatum, quia sunt æquales, est ad alteram semidiametrum, vt 2 ad 1. sed ita est duplum reliquæ semidiametri ad distantiam foci. Ergo hoc duplum ad distantiam foci est vt 2. ad 1. focus ergo per vnam semidiametrum conuexitatis distabit à lente. Hoc autem probat quoq; particulari demonstratione Keplerus in Dioptr. num. 39. quod nos per hanc omnibus lentibus vtrinq; conuexis communem collegimus.*

## COROLLARIVM II.

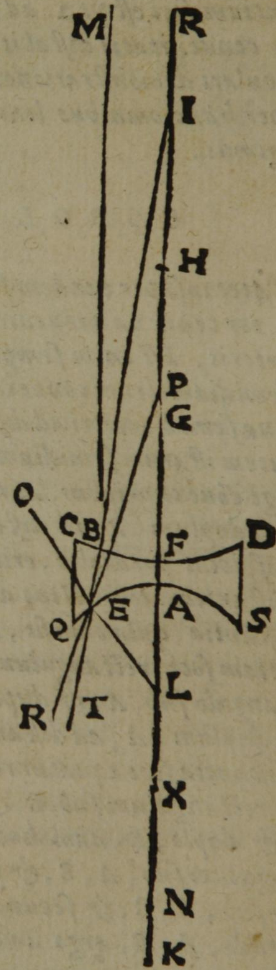
*PAtet insuper eandem ferè distantiam foci à lente inæqualiter conuexa prouenire, quamcumq; faciem ad parallelos obuerteris. Est enim semper vt aggregatum semidiametrorum ad semidiametrum conuexi parallelos aspicientis, ita duplum reliquæ semidiametri ad distantiam foci, vt probatum est. Altera autem istarum semidiametrorum vocetur, A, & reliqua, B. Si ergo cōuexum ipsius, A, respiciat parallelos, erit vt, A, B, ad, A, ita duplum, B, ad distantiam foci. At si conuexum ipsius, B, respiciat parallelos, erit vt, A, B, ad, B, ita duplum, A, ad distantiam foci. Hinc autem proueniunt foci æquales à lente distantiæ, quia cum sit, A, B, ad, A, ita duplum, B, ad distantiam foci, rectangulum sub, AB, & distantia foci æquatur rectangulo sub, A, & duplo, B. Similiter cum sit, A, B, ad, B, ita, duplum, A, ad distantiam foci, rectangulum sub, A, B, & distantia foci æquatur rectangulo, sub, B, & duplo, A. Verum rectangulum sub, B, & duplo, A, æquatur rectangulo sub, A, & duplo, B, nam hæc habent latera reciproca Ergo rectangulum sub, A, B, & prima foci distantia æquatur rectangulo sub, A, B, & secunda foci distantia, sed communis est altitudo, A, B, ergo ambæ foci distantiæ, quācumq; faciem lentis ad parallelos conuertamus erunt æquales.*

PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO XIII

***Lentis ex vtraque parte quomodocunque cauæ focum inuenire.***




RAtio eandem inueniendi, & demonſtratio ſimilis eſt præcedenti. Sit enim lens vtrinq; caua, CFDSAQ, cuius tamen arcus, C F D, Q A S, non excedant gradus 30. centra cauitatũ, G, L, & axis, RK, in quo ipſi, GF, ſumptæ ſint æquales, GH, HI, & ipſi, AL, pariter, LX, XN. Sit inſuper vnus parallelorũ axi, R K, ipſe, MB, qui occurrens lenti in, B, refringetur per, BE, in directum ipſi, I, incidens ipſi, QAS, in E, per quod ab, L, educatur, LEO. Erit ergo radij, B E, inclinatio ſuper, QAS, angulus, BEO, vel continuato, I B E, vt in, T, angulus, TEL. Si ergo fiat angulus, TER, $\frac{1}{2}$ ipſius, TEL, radius, BE, in aerem egrediens ibit per, ER, quæ producta verſus, E, incidat axi, RK, vt in, P, eritque focus, P, à quo poſt duas in lente effectas refractiones diuergent paralleli venientes ex parte, R. Quoniam ergo angulus, P E I, ad, PIE, eſt vt, IP, ad, PE, vel ferè ad, PF, erit vt duplus anguli, PEI, vel, RET, nempè, TEL, vel vt duo ſimul, ELI, EIL, ad cun-

Cor. 1. 11. huius.
Cor. 2. 7. huius.
7. huius.

eundem, EIL, ita duplam, IP, ad, PF, vel ita, IP, ad $\frac{1}{2}$ PF. Et diuidendo vt angulus, ELI, ad, EIL, ita erit excessus, IP, super $\frac{1}{2}$ PF, ad $\frac{1}{2}$, PF. Sed vt angulus, ELI, ad, EIL, ita, EI, ad, EL, vel ita, IF, (neglecta lentis crassitie) ad, AL. Ergo, IF, ad, AL, erit vt excessus, IP, super $\frac{1}{2}$, PF, ad $\frac{1}{2}$, PF. Et componendo, erit, IF, cum, AL, ad, AL, vt, IP, ad $\frac{1}{2}$, PF. Vnde erit, IF, cum, LA, ad duplam, LA, hoc est ad, XA, vt, IP, ad, PF. Et iterum componendo, erit, IF, cum, AL, &, AX, seù cum, AN, ad, AX, vt, IF, ad, PF: permutandoq; erit, IF, cum, AN, ad, IF, seù eorum subtripla, hoc est, GF, cum, AL, ad, GF, vt, AX, seù dupla, AL, ad, PF. Erit ergo & hic, vt aggregatum semidiametrorum cauitatum, nempè, GF, AL, ad semidiametrum cauitatis parallelis obuersæ, scilicet ad, GF, vt duplum reliquæ semidiametri, hoc est dupla, AL, ad, PF, distantiam foci à lente conformiter superius traditæ regulæ generali. Datis igitur semidiametris poterit focus inueniri. Quod, &c. Post Schol. 7 huius.

### *SCHOLIVM.*

*Hic quoque vt in Cor. primo Prop. ant. factum est. cum cauitates erunt æquales, colligemus focum à lente distare ferè per semidiametrum cauitatis. Cum verò cauitates erunt inæquales concludemus, vt in Cor. 2. proximè superiori, eandem foci distantiam à lente prouenire, quamcunque illius faciem ad parallelos radios conuertamus.*

*Hactenus de lentibus egimus, quas Keplerus puras appellauit, nunc verò transibimus ad mixtas.*





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO XIV.

*Si lens sit conuexa ex vna parte, & ex altera caua, conuexumque aspiciat parallelos axi. Dico si centrum cauitatis fuerit distans à conuexo per sexquidiametrum eiusdem conuexi, quod focus erit in ipsomet centro cauitatis. At si centrm cauitatis distabit à conuexo plus eiusdem sexquidiametro, focus distabit à conuexo minus eodem sexquidiametro. Vlterius si centrum cauitatis distauerit minus sexquidiametro conuexi, sed plus semidiametro eiusdem conuexi, focus erit distans plus sexquidiametro conuexi. Et centro cauitatis foci distante per semidiametrum conuexi, nullus erit focus, sed radij axi paralleli refringentur quoque eidem paralleli. Ac denique centro cauitatis propius semidiametro conuexi ipsi conuexo existente, refringentur diuergentes à foco, qui erit vltra lentem versus parallelos axi.*

Vide Keplerum in Dioptr. nu. 130.

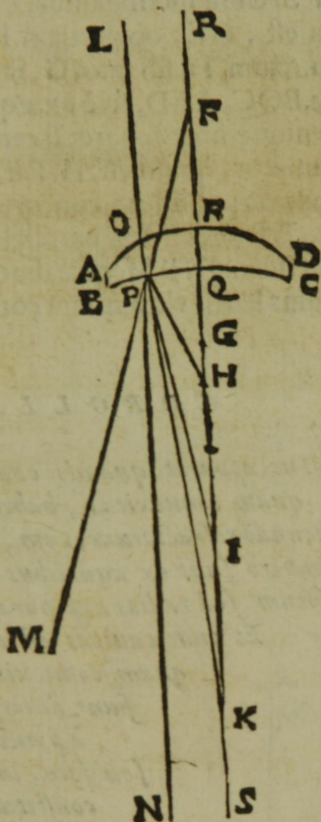
SIt lens, cuius conuexum, AED, aspiciens parallelos axi, RS, venientes ex, R, eiusque centrum, G. Cauitas verò sit, BQC, eiusque centrum, I, sexquidiametro conuexi, AED, distans, ab, E. Supponimus autem hic quoque, vt semper in hisce lentibus, arcus, AED, BQC, non excedere gr. 30. seù hinc idem ab axi de eisdem non assumi plus gradibus 15. Sit nunc vnus radiorum ipsi, RS, parallelorum, LO, qui refringetur per, OI, in, I, focū. Secabitque, BQC, perpendiculariter, vnde in huiusmodi lentibus radij axi paralleli non patiuntur nisi vnam refractionem, quæ fit in, AED. Et per hoc satisfactum est Propositionis primæ parti.

Cor. 1. 9. huius.

Sup-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Supponamus nunc, cæteris ijsdem manentibus, centrũ cauitatis, BQC, esse citra, I, vt in, K; radius igitur, LO, primò refractus in, AED, dirigetur in, I, sed incidens in, BQC, vt in, P, secundò refractus, recedet à perpendiculari, PK, & à, PI, ibitque vt per, PH, concurrens cum axi, RS, inter, EI, eritque focus, H, distans ab, E, minus, EI, sexquidiametro conuexi, AED.




Cor.1.9. huius.

Sit nunc centrum cauitatis vt in, H, versans inter sexquidiametrum, EI, & semidiametrum, EG. Dico radium, LOP, secundò refringi, ad punctum citra, I, vt in, K. Vt hoc probetur supponemus, prius, IH, esse duplam, HQ, vnde, IH, erit dupla, HP, & angulus, HPI, erit ferè duplus anguli, HIP. Cum verò, HPI, sit inclinatio radij, OP, super, BQC, ponitur enim, H, esse illius centrum, ideò, OP, egrediens è lente, vt per, PN, faciet angulum, IPN, cuius erit duplus ipse, IPH, sed, IPH, est etiam duplus ipsius, HIP. Ergo, HIP, IPN, coalterni erunt æquales, & subinde parallelæ, PN, RS. Consideret ergo Lector quod cum centrum est citra, I, focus est inter, IE, cum centrum est in, I, focus est in eodem, I, cum centrum est in, H, ita vt, IH, sit dupla, HQ, nullus est focus, sed radij secundò refracti incedunt paralleli axi, RS. Ergo cum centrum erit inter, IH, radij non refringentur paralleli axi, RS, sed in illius punctum concurrent vt in, K, posito centrum, H, vt dicebatur esse inter sexquidiametrum, EI, & ferè semidiametrum,

Cor.2.7. huius.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

EG. Si enim intelligamus, I H, esse duplam, HQ, vt, IG, dupla est, GE, ob paruam lentis crassitiem parum distabit punctum, H, ab ipso, G, eruntque, HQ GE, ferè ęquales, &, BQC, AED, ferè ex æqualibus circulis.

Denique hinc apparet si centrum cauitatis propius ipsi, Q, sumatur, quam est, H, seù, G, radios secundò fore refractos non per lineas concurrentes in aliquod punctum ipsius, E S, vel eidem parallelas, sed per lineas diuergentes, vt est ex. gr. P M, quæ diuergit à puncto, F, qui erit focus huius lentis vltra ipsam constitutus. Quod, &c.

## *COROLLARIVM.*

*Hinc apparet quando cauitas est ex maiori circulo, quam conuexitas, haberi aliquem concursum radiorum secundò refractorum; cum, QS, focumque esse in, QS. Cum verò sunt ex æqualibus circulis patet nullum esse focum, sed radios axi parallelos secundò refrangi. Et cum cauitas est ex minori circulo, quam conuexitas, ijdem fiunt diuergentes, à puncto, seù foco, in, E R, constituto.*

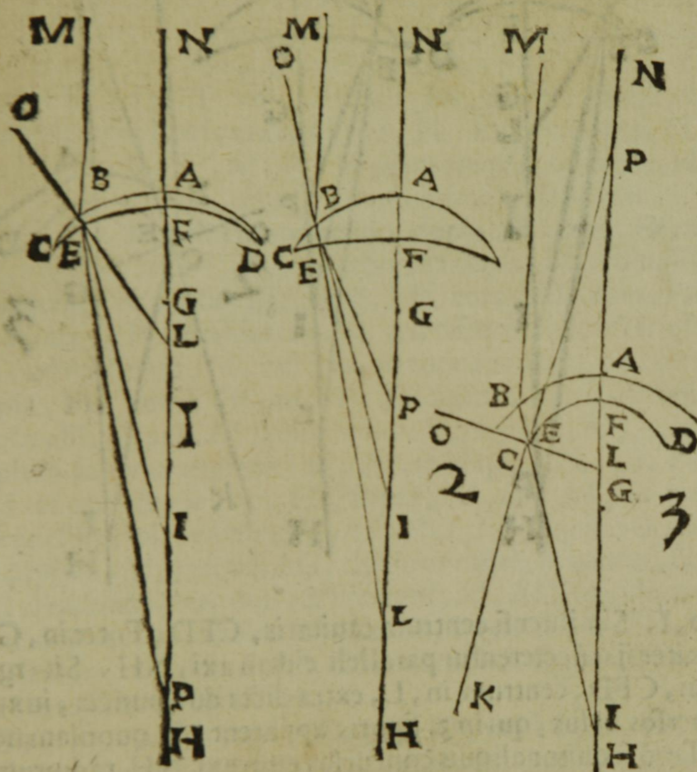




PRO-

# PROPOSITIO. XV.

*Præfatæ lentis focum inuenire.*




Sit lens, CADF, cuius axis, NH, transiens per media illius superficierum puncta, A, F, conuexum, CAD, superq; centrum, G, quod respiciat parallelos radios venientes ex parte, N; sit insuper cauum, CFD, cuius centrum si esset in, I, distans à lente per triplum semidiametri, AG, seu sexquidiametro conuexi, CAD, iam constat omnes radios parallelos axi, NH, concursuros fore in eodem puncto, Per ant.




cto, I. Similiter si centrum cauitatis, CFD, Foret in, G, circiter ij reflecterentur paralleli eidem axi, NH. Sit ergo caui, CFD, centrum in, L, extra dicta duo puncta, iuxta diuersos casus, qui in 3. figuris apparent: & quoniam necessariò sequitur aliquis concursus cum axi, NH, radiorum, secundò in lente refractorum ex Cor. superiori, ideò nunc ille concursus, siuè focus est inueniendus.

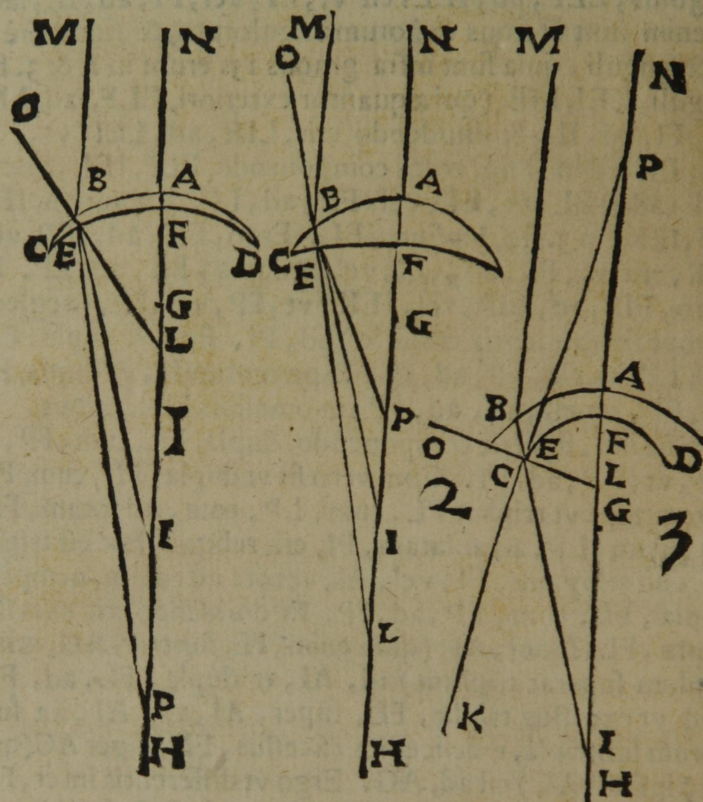
Cor. 1. 9. huius. Esto vnus dictorum radiorum, MB, quod à puncto incidentiæ, B, per rectam, BI, dirigetur in, I, sed incidens in cauum, CFD, vt in, E, refractus incidet in aliud punctum axis, NH, vt in, P, recedens à perdendiculari super, CFD, transeunte per, E, quæ sit, LEO, & faciens angulum, PEI, vel in 3. figura, KEI, $\frac{1}{2}$ ipsius, IEL. Quoniam ergo angu-

angulus, ELF, ad, IEL, est vt, EI, vel, FI, ad, IL; latera enim sunt vt sinus dictorum angulorum, & sinus ferè vt dicti anguli, quia sunt infra gradus 15. erunt in 1. & 3. fig. anguli, LEI, LIE, (qui æquantur exteriori, ELF,) ad, LEI, vt, FI, ad, IL, & diuidendo erit, LIE, ad, LEI, vt, FL, ad, LI: sed in 2. fig. erunt componendo, ELF, IEL, hoc est EIF, ad, IEL, vt, EL, vel, FL, ad, LI. Est autem, IEP, vel, IEK, in 3. fig. $\frac{1}{2}$ ipsius, IEL. Ergo, FIE, ad, IEP, vel, IEK, erit vt, FL, ad $\frac{1}{2}$, LI, vel vt dupla, FL, ad, LI. Est verò, FIE, ad, IEP, vel, IEK, vt, EP, vel, FP, (neglecta nempè semper lentis crassitie) ad, PI. Ergo vt dupla, FL, ad, LI, ita est, FP, ad, PI. Et permutando, vt dupla, FL, ad, FP, ita est, LI, ad, IP, in omnibus his lentibus.

Nũc in 1. fig. erit componendo, dupla, FL, cum, FP, ad FP, vt, LP, ad, PI. Cum verò sit vt dupla, FL, cum, FP, tota nempè vt tripla, FL, cum, LP, tota, ad totam, FP, 19. 5. Elem. ita ablata, LP, ad ablatam, PI, erit reliqua, hoc est tripla, FL, ad reliquam, FI, vel, AI, vt tota ad totam, nempè vt dupla, FL, cum, FP, ad, FP. Et diuidendo erit excessus triplæ, FL, super, AI, (quia enim, FL, superat, AG, etiam triplum superat triplum) ad, AI, vt dupla, FL, ad, FP. Sed vt excessus triplæ, FL, super, AI, ad, AI, ita sunt eorum subtripla, videlicet ita excessus, FL, super AG (quæ est $\frac{1}{3}$ ipsius, AI,) est ad, AG. Ergo vt differentia inter, FL, AG, semidiametros caui, & conuexi, ad, AG, semidiametrum conuexi parallelos aspicientis, ita est dupla, FL, semidiametri reliquæ ad, FP, distantiam foci. Quod est iuxta dictam regulam generalem.

In 2. fig. cum sit dupla, FL, ad, FP, vt, LI, ad, IP, & 12. 5. Elem. vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia; erit dupla, FL, cum, LI, ad, FI, seù dupla, AL, cum, LI, ad, AI, (parua enim in his proportionibus interest differentia) vel dupla, AI, cum tripla, LI, ad, AI, siuè tripla, GI, cum tripla, IL, ad, AI, vt dupla, FL, ad, FP. Sed vt tripla, GI, cum tripla, IL, ad, AI, ita sunt eorum subtripla, nempè ita, GI, cum, IL, seù ita, GL, est ad, GA. Ergo, GL, differentia inter, FL, semidiametrum caui, CFD, vel ferè inter, AL, &, AG, est ad, AG, vt duplum, FL, reliquæ semidiametri, ad,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




ad, FP, diſtantiam foci iuxta dictam regulam generalem.

In 3. figura deniq; cum ſit dupla, FL, ad, FP, vt, LI, ad, IP, erit permutando, & conuertendo, IL, ad duplam, LF, vt, IP, ad, PF, vel, PA: & diuidendo, erit exceſſus ipſius, IL, ſuper duplam, LF, ad duplam, LF, (cum enim, LF, ſit minor, AG, erit dupla, FL, minor dupla, AG, hoc eſt minor, GI, & multò minor quam, IL,) vt, IA, ad, AP. Quod ſi ipſi, IL, adiunxerimus, FL, & eandem, FL, iunxerimus duplæ, FL, erit exceſſus ipſius, IL, ſuper duplam, FL, idem cum exceſſu, IF, ſeù proximè, IA, ſuper triplam, FL. Erit ergo exceſſus, IA, ſuper triplam, FL, ad duplam, FL, vt, IA, ad, AP. Et permutando erit exceſſus, IA, ſuper triplam, FL, ad, IA, vt dupla, FL, ad, AP. Sed vt exceſ-

excessus, IA, super triplam, FL, ad, IA, ita sunt eorum subtripla, scilicet ita excessus, GA, super, FL, ad, GA. Ergo vt differentia inter semidiametros, AG, FL, conuexi, & caui, ad, AG, semidiametrum conuexi parallelos aspicientis, ita est duplum, FL, reliquæ semidiametri ad, AP, distantiam foci, conformiter præfatæ regulæ generali. Datis igitur semidiametris, poterit focus inueniri. Quod, &c.

## PROPOSITIO XVI.

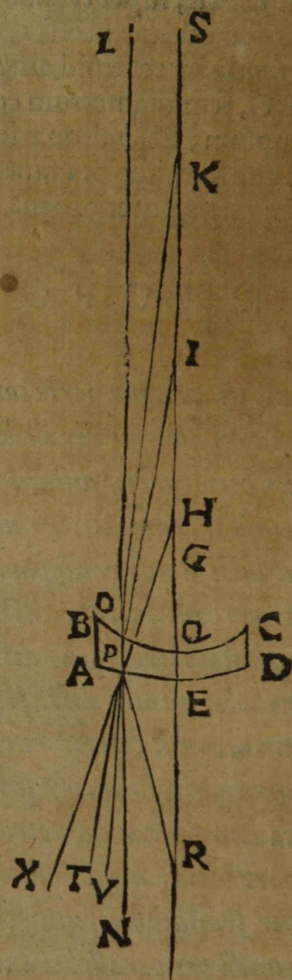
*Si lens sit ex vna parte conuexa, & ex altera caua, ipsumq; cauum aspiciat parallelos axi. Dico, si centrum conuexitatis fuerit distans à cauitate per sexquidiametrum eiusdem cauitatis, quod focus erit in ipsomet centro cauitatis, à quo radij paralleli refracti diuergent. At si centrum conuexitatis distabit à cauitate plus eiusdem sexquidiametro, focus distabit à cauitate versus radios parallelos minus dicta sexquidiametro. Vlterius si centrum conuexitatis versabitur inter dictæ cauitatis sexquidiametrum, & semidiametrum, focus distabit plus eadem sexquidiametro, semper, intellige versus radios parallelos, à quo diuergent. Et centro eodem distante per semidiametrum ferè cauitatis, ij refrangentur secundò per parallelas axi. Ac denique eodem centro minus dicta semidiametro à cauitate distante, focus erit ex parte conuexi, ad quam radij axi paralleli secundò refracti concurrent.*

SImilis est Propositioni 14. superiori, ad cuius modum pariter demonstratur. Sit ergo lens, BADC, cuius cauum, BQC, & conuexum, AED, axis, SR, &, G, centrum cauitatis, BQC, necnon, IQ, tripla ipsius, GQ, cauumque, BQC,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

respiciat parallelos axi radios venientes ex parte, S, statuaturque centrum conuexi, AED, vbicunque in axi, SQ. Dico focum se habere vt dictum est.




Sit primò centrum conuexi, AED, in, I, & vnus radiorum axi, SR, parallelorum, LO, qui à puncto incidentiæ, O, refringetur per, OP, directam in, I, incidens conuexo, AED, perpendiculariter in, P, eo quod, I, sit centrum cõuexi, AED, properabit ergo irrefractus vt in, T, eritque, I, focus à quo & ipse, & quicũque alij axi, SR, radij paralleli diuergent.

Cor. 1. 11. huius.

Supponamus nunc conuexi, AED, esse centrum vltra, I, vt in, K, & iungatur, KP, quæ indefinitè producatur vt in, V. Radius ergo, LO, incedet nihilominus per, OP, directam in, I, eritque eius inclinatio super conuexum, AED, angulus, KPI, seù, VPT, recedet ergo egrediens in aerem vt per, PX, à perpendiculo, PV, faciens angulum, XPT, $\frac{1}{2}$ ipsius, TPV, dirigeturque idcircò, XP, ad punctum, vt, H, intra, IQ. Erit ergo focus intrà, IQ, à quo paralleli axi diuergent, distans à, BQC, cauo minus eiusdem sexquidiametro.

Cor. 1. 11. huius.
Cor. 2. 7. huius.
7. huius.

Quod si centrum versetur inter, IG, sic eius focũ assignabimus. Sit prius ipsum centrum in, H, ita vt, HG, sit non maior, QE, vnde, HE, erit non maior, GQ, immò illi ferè æqualis, &, IH, ferè dupla, HE, vel, HP, ac subindè angulus,

IPH,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

IPH, ferè duplus, PIH. Sit rursus, HP, indefinitè producta vt in, X. Erit ergo angulus, XPT, ferè duplus, HIP; at si duxerimus, PN, axi, SR, parallelam erit excerior angulus, TPN, æqualis interiori, PIH, vnde, XPT, erit ferè duplus ipsius, TPN. Igitur, OP, secundò refractus in, P, egrediens in aerem, ibit per, PN. Radij ergo axi paralleli exibunt è lente eidem ferè paralleli, cum centrum conuexi erit propè, G, vt dictum est. Consideret ergo Lector cum centrum est in, H, refractionem fieri per, PN, cum est in, I, fieri per, PT; quapropter cum erit inter, IH, seù, IG, refractio fiet per intermedium ipsis, PN, PI, quæ ideò dirigetur in aliquod punctũ ipsius, IS, veluti, VP, dirigitur in, K. Tnnc ergo focus distabit à, BQC, plus sexquidiametro cauitatis, à quo radij axi paralleli diuergent.

Denique hic apparet, si dictum centrum fuerit inter, HQ, quod tunc refractio fiet non per vllam diuergentem, vt per, PX, vel, PT, vel, PV, nec per parallelam, PN, sed per concurrentem cum axi, vt per, PR, in, R, focumque fore, R, citra lentem, ad quem concurrent dicti radij axi paralleli. Quod, &c.

## *COROLLARIVM.*

*Hinc apparet quando conuexitas est ex maiori circulo, quam cauitas, haberi aliquem concursum, seù focum radiorum secundò refractorum cum, QS, à quo diuergunt. Cum verò sunt ex æqualibus circulis, patet nullum esse focum, sed refractionem fieri per rectas axi parallelas. Et cum conuexitas est ex minori circulo, quam cauitas, ijdem fiunt conuergentes ad focum citra lentem in axi constitutum.*

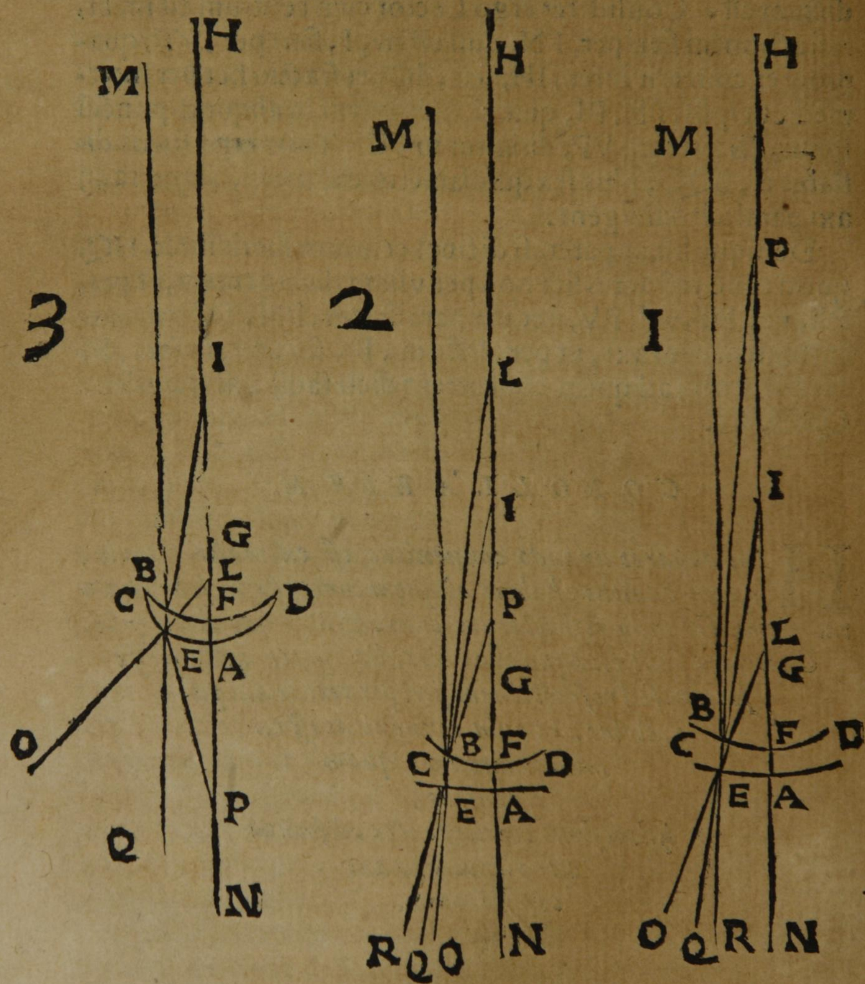




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO XVII.

*In huiuſmodi lentibus focum inuenire.*




VTemur & hic eodem progreſſu Propoſitionis 15. paucis mutatis. Sit ergo lens, CFDA, axis, HN, centrum

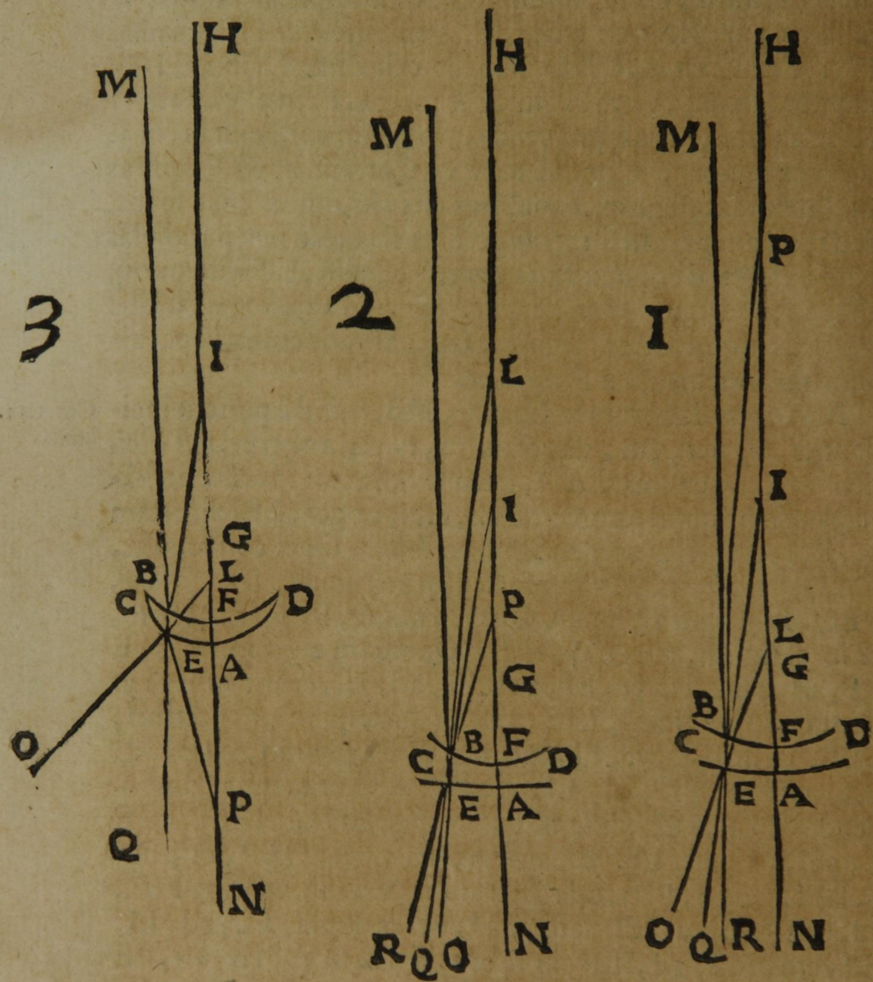
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

trum cauitatis, CFD, ipsum, G, quæ respiciat radios parallelos axi, HN, ex parte, H, venientes, &, IF, tripla, FG. Conuexitas, CAD, habeat centrum, L, inter, IG, in prima figura, vltra, I, in 2. & inter GF, in 3. vnde in 1. & 2. cauitas erit ex minori circulo quam conuexitas, in 3. verò ex maiori. Constat autē ex Cor. ant. quod si cauitas & cōuexitas essent ex æqualibus circulis, nullus esset focus, sed radij axi paralleli refrangerētur secundò per parallelas eidē axi. At si conuexitatis centrū esset in, I, focus quoq; esset in, I, à quo ijdem diuergerent. In alijs ergo casibus est focus inquirendus, sequitur enim aliquis cum axi parallelorum concursus ex Prop. ant.

Esto vnus dictorum radiorum, MB, quod à puncto incidentiæ, B, per, BE, directam in, I, refrangetur, sed incidens in conuexum, CAD, iterum refractus incedet per directam in aliquod punctum axis, HN, vt per, ER, directam in, P, recedens à perpendiculari, LEO, super conuexum, CAD, per, E, transeunte, faciensq; angulum, REQ, vel, PEQ, in 3. figura $\frac{1}{2}$ ipsius, QEO, vnde &, PEI, erit $\frac{1}{2}$, IEL, & in 3. figura, PEQ, $\frac{1}{2}$, IEL. Quoniam ergo angulus, ELF, ad, IEL, est vt, EI, vel, FI, ad, IL, erunt in 1. & 3. figura vtrique simul, LIE, IEL, (qui æquantur exteriori, ELF,) ad, IEL, vt, FI, ad, IL, & diuidendo, LIE, ad, IEL, erit vt, FL, ad, LI. Sed in 2. figura erunt componendo, ELF, IEL, hoc est exterior, EIF, ad, IEL, vt, EL, vel, FL, ad, LI. Est autem, IEP, vel, QEP, in 3. fig. $\frac{1}{2}$, LEI. Ergo, FIE, ad, IEP, in 1. & 2. fig. & in 3. FIE, ad, QEP, erit vt, FL, ad $\frac{1}{2}$, LI, vel vt dupla, FL, ad, LI. Est verò, FIE, ad, IEP, in 1. & 2. fig. & in 3. FIE, ad, PEQ, vt, EP, vel, FP, ad, PI. Ergo in omnibus est vt dupla, FL, ad, LI, ita, FP, ad, PI. Et permutando, est vt dupla, FL, ad, FP, ita, LI, ad, PI. Nunc in commodum Lectoris repetemus ferè eadem, quæ habentur in Prop. 15. ad perficiendam singillatim demonstrationem in 1. 2. & 3. figura.

Cor. 1. 11. huius.

In prima ergo istarum figurarum cum sit dupla, FL, ad, FP, vt, LI, ad, IP, componendo erit dupla, FL, cum, FP, ad, FP, vt, LP, ad, PI. Cum verò sit vt dupla, FL, cum, FP,




19. 5. Elé. FP, tota nempè vt tripla, FL, cum, LP, tota ad totam, FP, ita ablata, LP, ad ablatam, PI, erit reliqua, hoc eſt tripla, FL, ad reliquam, FI, vt tota ad totam, nempè vt dupla, FL, cum, FP, ad, FP. Et diuidendo, erit exceſſus triplæ, FL, ſuper, FI, (quia enim, FL, ſuperat, FG, etiam triplum ſuperat triplum) ad, FI, vt dupla, FL, ad, FP. Sed vt exceſſus, triplæ, FL, ſuper, FI, ad, FI, ita ſunt eorum ſubtri-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

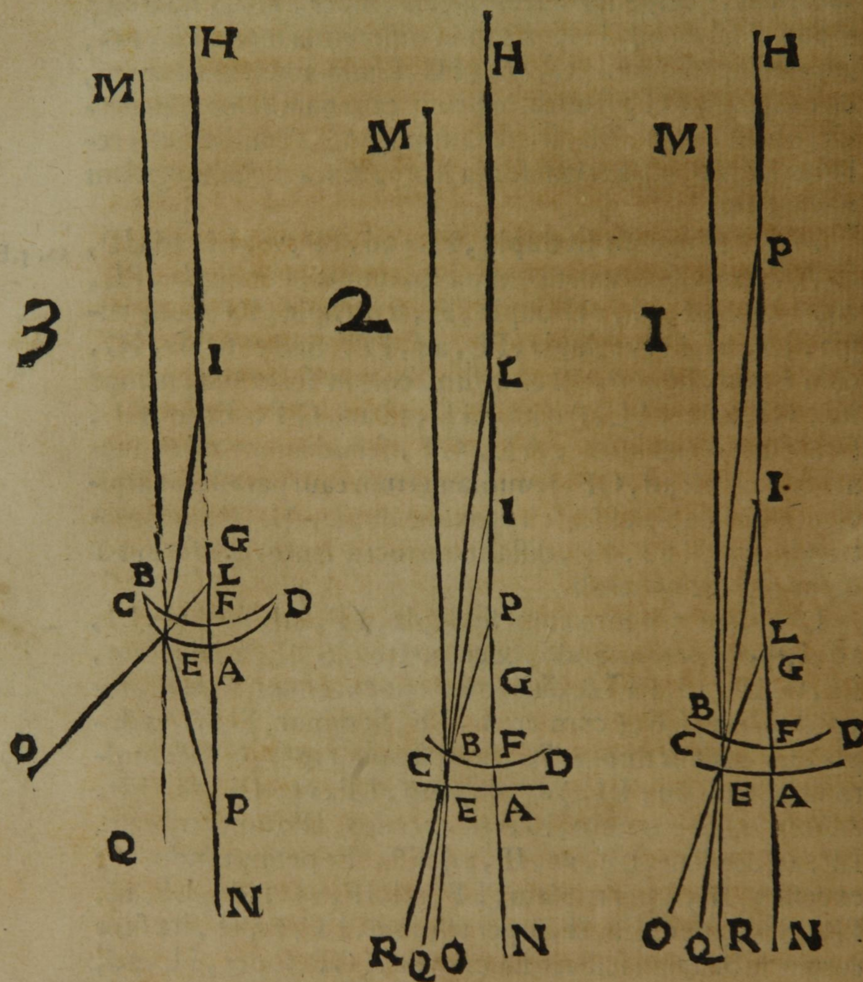
subtripla, nempè ita excessus, FL, super, FG, (quæ est $\frac{2}{5}$ ipsius, FI,) est ad, FG. Ergo vt differentia inter, FL, FG, seù quamproximè inter, AL, FG, semidiametros conuexi, & caui, ad, FG, semidiametrum caui parallelos aspicientis, ita est dupla, FL, seù ferè dupla, AL, semidiametri reliquæ ad, FP, distantiam foci à lente, iuxta dictam regulam generalem.

In 2. figura cum sit dupla, FL, ad, FP, vt, LI, ad, IP, 12. 5. Elē. & vt vnum ad vnum ita omnia ad omnia, erit dupla, FL, cum, LI, ad, FI, vel dupla, FI, seù tripla, IG, cum tripla, LI, ad, FI, vt dupla, FL, ad, FP. Sed vt tripla, IG, cum tripla, LI, ad, FI, ita sunt eorum subtripla, nempè ita, GI, cum, IL, seù ita, GL, est ad, GF. Ergo, GL, ferè differentia inter, AL, GF, semidiametros conuexi, & caui, est ad, GF, semidiametrum caui parallelos aspicientis, vt dupla, FL, seù proximè dupla, AL, semidiametri reliquæ est ad, FP, distantiam foci à lente, conformiter dictæ regulæ generali.

Deniq; in 3. figura cum sit dupla, LF, ad, FP, vt, LI, ad, IP, erit permutando, & conuertendo, IL, ad duplam, LF, vt, IP, ad, PF: & diuidendo erit excessus ipsius, IL, super duplam, LF, (cum enim, LF, sit minor, FG, erit dupla, LF, minor dupla, FG, hoc est minor ipsa, GI, & multò minor quam, LI,) ad duplam, LF, vt, IF, ad, FP. Addita ergo communi, LF, erit excessus, IF, super triplam, LF, ad duplam, LF, vt, IF, ad, FP. Et permutando, erit excessus, IF, super triplam, LF, ad, IF, vt dupla, LF, ad, FP. Sed vt excessus, IF, super triplam, LF, ad, IF, ita sunt eorum subtripla, scilicet ita excessus, GF, super, FL, ad, GF. Ergo vt differentia inter, GF, FL, seù quamproximè inter, GF, LA, semidiatros caui, & conuexi, ad, GF, semidiametrum caui parallelos aspicientis, ita erit dupla, FL, vel ferè dupla, AL, semidiametri reliquæ ad, FP, vel, AP, distantiam foci à lente, iuxta dictam regulam generalem. Datis igitur his semidiametris, poterit focus inueniri. Quod, &c.

COROL-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




COROLLARIVM.

*Hinc habetur eandem fere distantiam foci à lente prouenire quamcunque lentium huiusmodi faciem ad radios parallelos axi conuertamus. Est enim semper in eadem lente differentia semidiametrorum caui, & conuexi, ad semidiametrum*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

trum faciei parallelos aspicientis, veluti duplum reliquæ semidiametri, ad distantiam foci. Quod complete ostendemus quemadmodum in Cor. 2. Prop. 12. hoc idem probatum est de lentibus vtrinque conuexis.

## SCHOLIVM.

Constat ex hucusque demonstratis allatam regulam generalem in lentibus vtrinque conuexis, vel vtrinque cauis, & in conuexis tantum ex vna parte, ac ex altera cauis, de quibus propriè allata est, verificari. Etsi enim quando cauitatis, vel conuexitatis centrum abest à lente triplo semidiametri conuexitatis, id non expressè probatum fuerit, sed tantum demonstratum focum esse in eodemmet centro; id tamen facilè est ostendere. 14. & 16. huius. Nam si in prima fig. Prop. 15. supponamus, I, centrum caui, CFD, quod absit ab, A, triplo semidiametri, GA, conuexi, CAD; erit vt, IG, differentia semidiametrorum, GA, IA, vel ferè, GA, IF ad, GA, cuius, IG, est dupla, ita duplum reliquæ semidiametri, IF, ad, IF, distantiam foci, nam focus ferè est in, I. 14. huius. Eodem modo ostendemus dictam regulam verificari, si in 3. fig. Prop. 17. sit, G, centrum caui, BFD, ipsiusq; conuexi, BAD, centrum, I, ita vt, IF, sit tripla, FG. Remanet solum casus quando cauitas, & conuexitas sunt ex æqualibus circulis, tunc enim nullus datur focus, vel si mauis dicere, infinitè distat à lente. 14. & 16. huius. Verum & huic casui per quandam analogiam adaptatur eadem regula generalis, est enim vt differentia semidiametrorum (quæ quia circuli cauitatis, & conuexitatis sunt æquales nulla est) hoc est nihil, ad alterã semidiametrum, ita duplum reliquæ semidiametri, ad distantiam foci à lente, idcircò infinitam. In omnibus ergo casibus circa has lentes contingentibus ipsa regula generalis verificatur.

At si quis vellet eam quoque extendere ad lentes ex vna parte planas, & ex altera conuexas, vel cauas, id ei licebit similiter per quandam analogiam: supponens enim planum esse conuexum, vel cauum, cuius centrum ab eo infinitè distet, sciet aggregatum vel differentiam semidiametrorum esse quid infinitum; si ergo conuexum, vel cauum conuertatur ad radios axi parallelos, erit dictum aggregatum, vel differentia infinita, ad



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*semidiametrum conuexi, vel caui, vt duplum reliquę semidiametri, hoc est duo infinita, ad distantiam foci, duarum idcircò ex semidiametris conuexitatis. Vel permutando, erit vnum infinitum ad bis infinitum, vt semidiameter conuexitatis, ad diametrum eiusdem, hoc est ad foci distantiam. Verè enim focus huiusmodi lentis distat à lente ferè per diametrum conuexitatis. Quod si planum vergat ad parallelos, erit dictum aggregatum, vel differentia infinita, ad semidiametrum faciei parallelos aspicientis, infinitam, vt duplum reliquæ semidiametri, nempè conuexi, vel caui ad distantiam foci, quæ erit pariter dupla dictæ semidiametri conuexitatis. Generalissima igitur est hæc regula, omnibusque huiusmodi lentibus, quæ penes planitiem, conuexitatem, & cauitatem sphæricas, præfatas sortiuntur varietates, congruere potest. Quoniam verò vt semidiameter ad semidiametrum, ita est diameter ad diametrum, ideò eadem regula melius sic constitui potest.*

# Eadem regula generalis ad inueniendos focos in omnibus prȩfatis lentibus aliter concinnata.

CONuexis, vel cauis in contrarias partes vergentibus, vt aggregatum; sed ijs ad eandem partem constitutis, vt differentia diametrorum vtriusque faciei, ad alterutram ex ijsdem diametris, ita reliqua diameter, ad distantiam foci à lente.

*Porrò manifestum est, sicuti radij axi paralleli in dictis lentibus concurrunt, seù conuergunt, ad suos focos, vel ab ijs diuergunt; ita è cōtra si ab ijsdem punctis, qui sunt foci, intelligamus radios diuergere, vel ad eos conuergere quod transata lente refrangentur per rectas axi earundem lentium parallelas.*

*Similiter constat ad efficiendos ex parallelis conuergentes, vten-*

vtendum esse lente vel ex vna parte plana, & ex altera cõuexa, vel vtrinque conuexa, aut ex vna parte conuexa, & ex altera caua, cauitate tamen, quæ sit ex maiori circulo, quam conuexitas, hoc est, iuxta Keplerum, Menisco, quæ cum ita construi possit vt eius focus longissimè distet à lente quamuis cauitas,& conuexitas non sint ex circulis valdè magnis, ideò æquipollet solæ conuexitati circuli valdè magni, plano associatæ in eadem lente. Huiusmodi quoque lentibus poterimus efficere radios Dioptr. nu. 130. ex diuergentibus parallelos axi. Quodsi velimus parallelos axi efficere diuergentes à puncto vltra lentem versus parallelos in axi constituto, vtemur vel lente plana ex vna parte, & ex altera caua, vel vtrinque caua, siuè ex vna parte conuexa & ex altera caua, ita tamen vt conuexitas sit ex maiori circulo quam cauitas, quæ cum ita construi possit vt eius focus longissimè distet à lente, quamuis conuexitas & cauitas non sint ex circulis valdè magnis, ideò æquipollet solæ cauitati circuli valde magni, plano associatæ in eadem lente. Huismodi quoque lentibus Dioptr. nu. 133. poterimus efficere radios ex conuergentibns parallelos axi.

Quoniam verò Keplerus in Dioptr. num 131. volens pro Merisco focum inuenire, proposuit hanc regulam generalem, nempè quod quantum attenuatur lens, tantum elongatur concursus seù focus à lente, hancque solum per inductionem, & à paucis casibus, probauit, ideò nunc videndum restat num per nostram regulam hoc idem aliqua meliori ratione & vniuersalius demonstrari possit. Quod exequi conabimur ostensa prius sequenti Propositione.



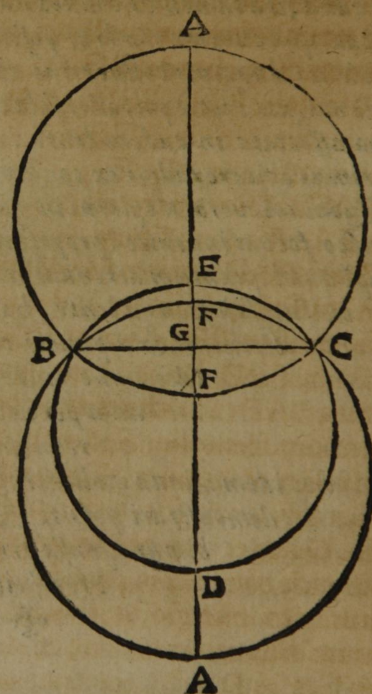


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO XVIII.

*Si duo circuli, ABC, DBC, describantur, quorum peripharæ se mutuò secent in punctis, BC, sintque diametri, AF, DE, & iungatur, BC, secans easdem in, G, quibus erit perpendicularis, vt facilè ostendi potest. Dico, EG, ad, GF, esse vt, AG, ad, GD.*

Cor. 8. 6. Elem. ERit enim quadratum, GC, æquale tam rectangulo, AGF, quam rectangulo, DGE; quapropter rectangula, AGF, DGE, erunt æqualia, habebuntque latera reciproca. 14. Sexti Elem. Ergo erit, EG, ad, GF, vt, AG, ad, GD. Quod, &c.




*SCHOLIVM.*

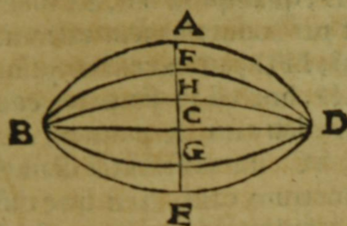
*IN præfatis lentibus cũ supponãtur paruę crassitiei, et hinc inde ab axi, AF, non excedere grad. 15. erit proportio, AG, ad, GD, quã proximè eadem proportioni, AF, ad, FD, vel etiã ipsius, AF, diametri ad, ED diametrũ. Vnde sequitur si arcus conuexitatũ, vel cauitatũ lentiũ ab eadem chorda, vt à, BC, in lentibus, BEC, BFC subtendantur, earum sinus versos, EG, GF, hoc est ipsarum crassities, esse quam proximè in reciproca ratione diametrorum earundem conuexitatum, vel cauitatum.*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO. XIX.

***Si arcus conuexitatis, vel cauitatis lentium prædictarum ab eadem chorda subtendantur: erunt ipsarum crassities in reciproca ratione distantiarum earundem focorum ab iisdem lentibus.***




SIt primò lens, ABED, vtrinque conuexa, siuè æquali, siuè inæquali conuexitate, chorda, BCD, arcubus, BAD, BED, communis, & axis, ACE, supponaturque alia lẽs, BADCB. Dico vt crassities, EA, est ad crassitiem, AC, ita esse distantiam foci lentis, AC, (liceat lentes, per earum crassities nominare) ad distantiam foci lentis, AE, ab ipsis lentibus. Erit enim vt, EC, ad, CA, (qui sunt sinus versi arcuum, BED, BAD,) ita quamproximè diameter conuexitatis, BAD, ad diametrum conuexitatis, BED, per allata in proximo Scholio. Sed dictę diametri sunt distantiæ focorum ipsarum lentium. Ergo vt crassities, EC, ad crassitiem, CA, ita distantia foci lentis, AC, ad distantiam foci lentis, CE. Quod eodem modo de quibuscunque alijs lentibus, quibus sit communis chorda, seù planum, BD, ostendemus. Igitur componendo, vt, EA, ad, AC, ita erit aggregatum dictarum distantiarum, hoc est diametrorum conuexitatum, BAC, BAD, ad diametrum conuexitatis, BED. Sed vt dictum aggregatum est ad diametrum conuexitatis, BED, ita diameter conuexitatis, BAD, est ad distãtiam foci lentis, AE, per regulam generalẽ postremò allatam. Ergo vt crassities, EA, ad crassitiem, AC, ita diameter cõuexitatis, BAD, hoc est distãtia foci lẽtis, AC, est ad distãtiã foci lẽtis, AE.

8. & 9. huius.

8. & 9. huius.

Esto

Esto nunc lens, cuius crassities, AG, ad quam comparetur lens, AE. Ostendemus ergo vt supra lentem, GA, ad, AC, esse vt distantiam foci lentis, AC, ad distantiam foci lentis, AG. Quoniam ergo lens, EA, ad lentem, AC, est vt distantia foci ipsius, AC, ad distantiam foci lentis, AE; & lens, AC, ad lentem, AE, conuertendo, est vt distantia foci lentis, AG, ad distantiam foci lentis, AC. Ex æquali in perturbata analogia, lens, EA, ad lentem, AG, erit vt distãtia foci lentis, AG, ad distantiam foci lentis, AE.

Sit nunc lens, AF, ad quam comparetur eadem lens, A E. Et quoniam, AC, ad, CF, est vt diameter cauitatis,
Ex Schol. ant. BFD, quamproximè, ad diametrum conuexitatis, BAD; erit per conuersionem rationis, CA, ad, AF, vt diameter caui, BFD, ad excessum ipsius super diametrum conuexi, BAD, hoc est vt diameter caui ad differentiam diametrorum dicti caui, & conuexi. Et conuertendo, erit vt, FA, ad, AC, ita differentia diametrorum caui, & conuexi, ad diametrum caui. Sed hæc differentia, per allatam postremò regulam generalem, est ad diametrum caui, vt diameter conuexi, BAD, ad distantiam foci lentis, AF. Ergo vt, FA, ad, AC, ita erit diameter conuexi, BAD, hoc est distantia foci lentis, AC, ad distantiam foci lentis, AF. Et conuertendo, CA, ad, AF, erit vt distantia foci lentis, AF, ad distantiam foci lentis, AC. Sed, EA, ad, AC, ostensa fuit esse vt distantia foci lentis, AC, ad distantiam foci lentis, AE. Ergo ex æquali in perturbata analogia, vt, EA, ad, AF, ita est distantia foci lentis, AF, ad distantiam foci lentis, AE.

Quod si compararetur, AE, ad, EF, eodem modo, quo circa lentes, EA, AG, processimus per viam lentis, AC, per viam lentis, CE, propositum de ipsis, AE, EF, ostenderemus. Similiter si esset lens, FH, ad quam compararemus, AE, per comparationem, AE, ad, EF, & postmodum, EF, ad, FH, (quæ similis est comparationi, EA, ad AF,) propositum demonstraretur. Nec dissimiliter fieret si compararetur, AE, ad, FG. In huiusmodi lentibus igitur, quomodocunq; ipsas comparemus, semper crassities reciprocè respondent distantijs focorum. Quod, &c.

*COROL-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIVM.

Patet igitur verum esse quod dixit Keplerus in Dioptr. nu. 131. nempè quantum attenuatur lens, tantum elongari concursum, seù focum ab ipsa lente. Insuper si duæ quæcunq; crassities huiusmodi lentium ponantur esse æquales, vt, AF, FH, etiam distantiæ focorum earundem erunt æquales. Erit enim ex. gr. vt, AF, ad, EA, ita distantia foci lentis, EA, ad distantiam foci lentis, AF; & vt, HF, ad, EA, ita distantia foci lentis, AE, ad distantiam foci lentis, FH. Cum ergo, AF, FH, ponantur æquales habebunt ad eandem, AE, eandem rationem. Igitur eadem distantia foci lentis, AE, ad distantias focorum lentium, AF, FH, habebit eandem rationem, & subindè illæ erunt æquales.

## SCHOLIVM.

Obijciet autem fortè aliquis, cum in hac doctrina ferè semper crassities lentis negligatur, non posse à lentium crassitie ad distantias focorum rectè discurri. Ad quod respondeo negligi lentium crassitiem tantum relatiuè ad semidiametros conuexitatum, & cauitatum, & ad distantias focorum, quæ, addita, vel detracta ipsarum crassitie, parum variari possunt. At non negligimus lentium crassitiem dum illæ inter se comparantur, hinc enim sequitur, propter eiusdem varietatem notabiliter ipsorum focorũ distantias variari. Quæ pro huiusmodi doctrinæ dilucidatione nunc dicta sufficiant.

De

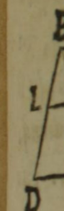
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# De deſcriptione Parabolæ per quatuor data Puncta in angulis quadrilateri, cuius duo ſaltem oppoſita latera ſint extra concurrentia.

*HOc Problema mihi propoſuit Ioannes Beaugrand, de quo mentionem feci in Exerc. 4. ad cuius ſolutionem per ſubſequentes propoſitiones ita proceſsi.*

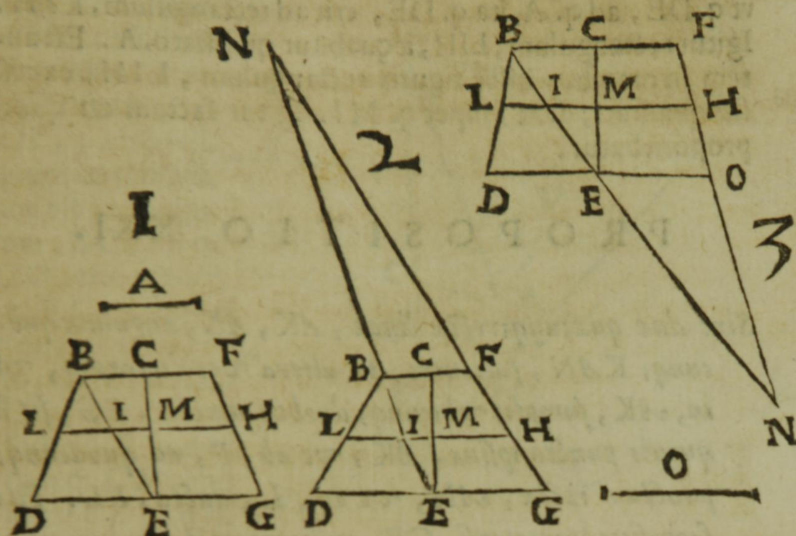
## PROPOSITIO XX.

*Dato trapezio quocunque, BCED, cuius duo oppoſita latera, BC, DE, ſint parallela, & iuncta, BE; ipſi DE, in, EO, æquidiſtantem ducere ex. gr. LM, ſecantem, BE, in, I, ita vt quadratum, LM, ſuperet quadratum, MI, quadrato datæ rectæ lineæ, vt ipſius, A, quæ ſit minor quam, DE, maior oppoſitarum baſium trapezij.*



VEl ergo, DE, dupla eſt ipſius, BC, vt in 1. figura, vel plus quam dupla, vt in 2. aut minus quam dupla vt in 3. fig. in omnibus autem extendantur, DE, BC, in, G, F, ita vt, EG, ſit æqualis, ED, &, FC, ipſi, CB, & iungatur, FG. Cum ergo in 1. fig. DE, ſit dupla, BC, ideò, EG, erit ęqualis, BF, vnde cum ſit quoque eidem parallela, erit etiam, BE, parallela ipſi, FG. In 2. fig. erit, EG, maior, BF, & eſt illi parallela, igitur, EB, GF, productæ verſus, BF, concurrent, vt in

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




vt in, N. In 3. fig. denique erit, EG, minor, BF, & illi parallela, quare productæ, BE, FG, versus, EG, concurrent, vt in, N. Fiat vt quadratum, DE, ad quadratum, A, ita in 1. fig. EB, ad, BI, sed in 2. & 3. ita rectangulum, NEB, ad rectangulum, NIB, quod obtinebimus, si prius fiat vt q. DE, ad q. A, ita rectangulum, NEB, ad q. O, cui postmodum æquale rectangulum applicetur ipsi, NB, in 2. fig. excedens, & in 3. deficiens quadrato, BI: erit enim tunc vt q. DE, ad q. A, ita rectangulum, NEB, ad rectangulum, NIB. Rursus per, I, ducatur ipsi, DG, parallela, LH, secus, CE, in, M, &, BD, FG, in, L, H. Quoniam ergo q. DE, ad q. A, in 1. fig. est vt, EB, ad, BI, idest vt, DE, ad, LI, idest vt rectangulum, DEG, vel quadratum, DE, ad rectangulum, LIH; ideò rectangulum, LIH, æquabitur quadrato, A. In reliquis verò figuris quoniam vt q. DE, ad q. A, ita est rectangulum, NEB, ad rectangulum, NIB, illud verò ad hoc habet rationem compositam ex ratione, EN, ad, NI, siuè, EG, ad, IH, & ex ratione, EB, ad, BI, hoc est, DE, ad, LI. Duæ rationes autem, DE, ad, LI, &, EG, ad, IH, componunt rationem rectan-

28. 29. 6. Elem.

1. 6. Elē.

23. 6. Elē.

23. 6. [illegible]



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

rectanguli, DEG, vel q. DE, ad rectangulum, LIH; ideò vt q. DE, ad q. A, ita q. DE, erit ad rectangulum, LIH. Igitur rectangulum, LIH, æquabitur quadrato, A. Est autem in omnibus hisce figuris rectangulum, LIH, excessus quadrati, LM, super q. MI. Igitur factum est quod proponebatur.

5. Sec. Elé.

## PROPOSITIO XXI.

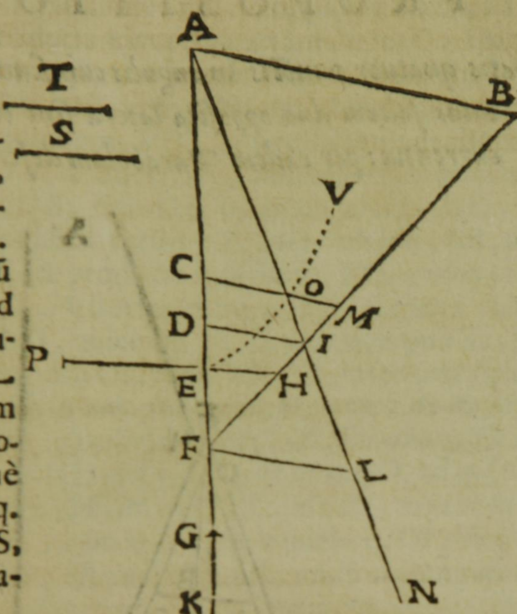
*Sint duæ quæcunq; rectæ lineæ, AK, AN, angulum quẽcunq; KAN, facientes; in altera verò ipsarum, vt in, AK, sumptis vbicunq; duobus punctis, EG, sit à quouis puncto ipsius, AK, vt ab, F, ad quodcunq; punctum rectæ, AN, vt ad, L, ducta, FL. His suppositis oportet ipsi, GE, applicare rectangulum excedens figura quadrata, quod ad quadratum rectæ lineæ æquidistantis ipsi, FL, interceptæ inter, AK, AN, ductæq; à puncto in, AE, per excessum applicationis facto, habeat datam rationem, vt quæ est ipsius, S, ad, T.*

SEcatur, EG, bifariam, vt in ipso, F, & ducatur, ab, E, ipsi, FL, parallela, EH, ita vt q. FE, ad q. EH, sit vt, S, ad, T; iunctaque, FH, producatur indefinitè, ipsique, AN, occurrat, vt, in, I, & ipsi, AB, ductæ ab, A, æquidistanter ipsi, FL, in, B. Similiter per, I, sit ducta eidem, FL, parallela, ID, incidens ipsi, AK, in, D. Denique in trapezio, ADIB, in quo ducta est, AI, agatur, MC, parallela, AB, secans, AI, in, O, &, AD, BI, in, C, M, ita vt quadratum, MC, superet q. CO, quadrato, EH, hoc enim fieri potest, cum, EH, sit minor, AB. Quoniam ergo ex similitudine triangulorum, FEH, FCM, q. FC, ad q. CM, est vt ablatum q. FE, ad ablatum q. EH, seù ad ablatum excessum

Per ant.

sum

ſum q. M C, ſuper q. C O, (hic enim exceſſus eſt ex conſtructione æqualis dicto q. E H, ) ideò reliquum ad reliquũ, hoc eſt rectangulum, GCE, ad q. C O, erit vt totũ q. F C, ( quod ęquatur rectãgulo, GCE, cum, E G, ſit bifariam ſecta in, F,) ad totum q. C M, ſiuè vt q. F E, ad q. E H, ideſt vt, S, ad, T. Quod faciendum erat. 6. Sec. Elem.




## *Aliter, & facilius, ſed per locum ſolidum.*

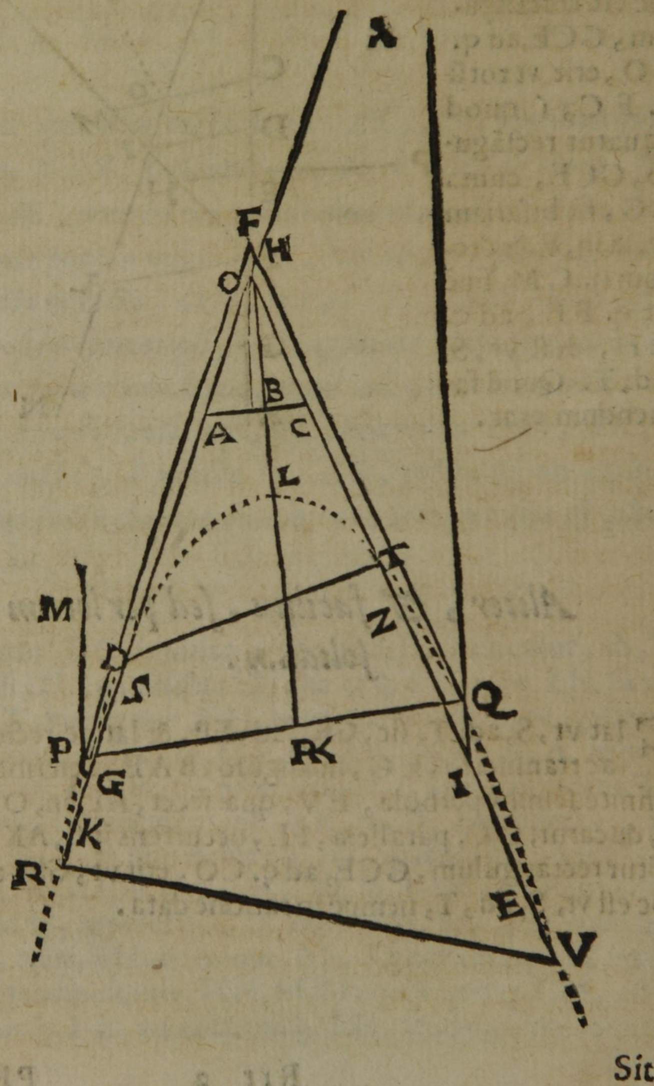
Flat vt, S, ad, T, ſic, GE, ad, EP, & latere recto, E P, ac tranſuerſo, E G, in angulo, B A E, deſcribatur indefinitè ſemihyperbola, E V, quæ ſecet, AI, in, O, & ab, O, ducatur, O C, parallela, FL, occurrens ipſi, AK, in, C. Igitur rectangulum, GCE, ad q. CO, erit vt, GE, ad, EP, 21.1.Co. hoc eſt vt, S, ad, T, nempè in ratione data.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## PROPOSITIO XXII.

*Datis quatuor punctis in angulis cuiuscunq; quadrilateri, cuius saltem duo opposita latera sint extra ipsum concurrentia: per eadem Parabolam describere.*




Sit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

SIt data quatuor puncta in angulis quadrilateri cuiuscunq; DRVT, cuius duo saltem opposita latera, RD, VT, indefinitè producta extra concurrant, vt in, O. Oportet per, D, R, V, T, parabolam describere. Accipiatur in altera ipsarum, OV, OR, vt in, OV, quodcunq; punctum, C, fiatq; vt rectangulum, VOT, ad rectangulum, ROD, ita q.CO, ad q. OA, & iuncta, AC, eadem secetur bifariam in, B, ducaturq; OB. Similiter bifariam diuisis, RD, vt in, G, I, ab his punctis versus, O, ducantur ipsi, OB, parallelæ, GM, IX, & producta indefinitè, RO, versus, IX, occurrat illi in, X. Vlterius cum in, XR, faciente cum, XI, angulum, RXI, quicunq; sit, dentur duo puncta, R, D, & sit ducta vtcunq; OI, ipsis, XR, XI, interiecta; inueniatur per Propositio ant. punctum, H, à quo ducta, versus, XI, ipsa, HQ, parallela eidem, OI, secanteq; XI, in Q, rectangulum, RHD, ad q. HQ, sit vt q.AO, ad q.OC: erit autem punctum, H, inter, O, X, puncta, nam cum rectangulum, VOT, cum q. TI, sit æquale q. OI, ideò rectangulum, VOT, est minus q. OI, vndè rectangulum, ROD, ad q. OI, minorem habet rationem, quam ad rectangulum, VOT, idest quàm q. AO, ad q. OC, idest quam rectangulum, RHD, ad q. HQ. At si, H, esset inter, OD, rectangulum, RHD, esset minus rectangulo, ROD, & q.HQ, maius q. OI, vnde rectangulum, RHD, minorem haberet rationem ad q. HQ, quam rectangulum, R O D, ad q. O I, quod esset absurdum; cadit ergo, H, inter, O, X. Insuper ducatur à, Q, parallela ipsi, CA, quæ indefinitè producta occurrat ipsi, GM, in, P, ac per, P, ipsa, PF, parallela, RX, incidensque in productam, QH, vt in, F. Rursus ducatur, F℞, æquidistans, OB, occurrensque, PQ, in, ℞, in quo, PQ, bifariam secabitur, cum etiam, OB, secet bifariam, AC, sintq; triangula, FPQ, OAC, similia ob latera parallela, & cum, F ℞, ipsi, OB, æquidistet. Deniq; bifariam secta, F ℞, in, L, circa diametrum, L ℞, & basim, PQ, describatur parabola, PLQ, quam indefinitè productam dico transituram per dicta puncta, D, R, V, T.

6. Sec. Elem.

8. 5. Elem.

Quoniam enim, ℞ L, æquatur, LF, estq; P ℞, ordinatim, ad, L℞, applicata, ideò, FP, tanget parabolam descri-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Cor. 35. 1. Conicorum.

descriptam in, P. Eodem modo ostendemus, FQ, esse tangentem; ducuntur verò per hos contactus, GM, IX, parallelæ diametro, L R, & eisdem tangentibus æquidistant, RO, VO. Ergo, PG, QI, erunt diametri parabolarum, quas abscindunt versus puncta, Q, P, ipsæ, OR, OV, indefinitè productæ.

Schol. 51. Conic.

Dico

Dico autem quod hæc abscissio fit in dictis quatuor punctis, R, D, T, V, (quod enim, OR, vt &, OV, secet in duobus punctis indefinitè producta descriptam parabolam indefinitè productam patet per 18. Primi Conicorum) si enim ex. gr. OR, non secat parabolam in, D, R, secabit tamen eam in duobus punctis æquè remotis à puncto, G, nam ostensum est, PG, esse diametrum resectæ per eandem, OR, parabolæ. Erunt ergo dicta puncta vel intra, R, D, vel extra. Sint primum intra, vt, KS, per quæ supponatur transire descripta parabola. Quia ergo sunt æquè remota à, G, & subinde à, D, R, ipsæ, RK, SD, erunt æquales, & cum, K, S, supponantur in descripta parabola, erit rectangulum, KHS, ad q. HQ, vt q. PF, ad q. FQ. Quia verò rectangulum, RHD, ad q. HQ, est vt q. AO, ad q. OC, idest vt q. PF, ad q. FQ, propter similia triangula, PFQ, AOC: ideò rectangulum, RHD, ad, q. HQ, erit vt rectangulum, KHS, ad q. HQ. Vnde rectangula, RHD, KHS, erunt æqualia, & ideò, RH, ad, HK, erit vt, SH, ad, HD, & diuidendo, RK, ad, KH, erit vt, SD, ad, DH, & permutando, RK, ad, SD, erit vt, KH, ad, HD; maior est autem, KH, ipsa, HD, ergo &, RK, maior erit ipsa, SD, cui ostensa est æqualis. Hoc autem est absurdum: non ergo descripta parabola transibit per puncta intra, R, D; sed & eodem modo probabimus non transire per puncta extra, R, D, ergo per ipsa, R, D, incedet. 16.3.Con. 14.6.Elē.

Deniq; eandem dico transire per, T, V, si enim non vel transibit per puncta intra, T, V, vel extra, transeat primum per, Z, E, intra posita: ostendemus autem vt supra, TZ, EV, esse æquales, & postmodum inæquales hac ratione. Cum enim, EZ, supponantur in descripta parabola, erit rectangulum, EOZ, ad, ROD, vt q. QF, ad q. FP, sed vt q. QF, ad q. FP, siuè vt q. CO, ad q. OA, ita quoque est rectangulum, VOT, ad rectangulum, ROD. Ergo rectangulum, VOT, ad rectangulum, ROD, erit vt rectangulum, EOZ, ad idem rectangulum, ROD. Igitur rectangula, VOT, EOZ, erunt æqualia, & ideò vt supra concludemus, VE, ad, ZT, esse vt, EO, ad, OT, & subindè ipsas, VE, ZT, esse inæquales, sed & æquales, quod est absur- 17.3.Con.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

absurdum. Non ergo descripta parabola transibit per puncta intra, T, V, posita. Eadem ratione probabitur non posse transire per puncta extra, T, V, in ipsa constituta. Ergo incedet per, T, V, & per, D, R, quatuor data puncta. Quod faciendum erat.

### *COROLLARIUM.*

*HInc apparet, si reliqua latera, TD, VR, dati quadrilateri fuerint quoq; extra concurrentia, quod pari ratione alia parabola transiens per eadem quatuor puncta, D, R, V, T, describi poterit. Hoc enim eadem præcisè ratione superius adhibita ostendetur.*

## De inueniendo puncto, quod à tribus datis quibusuis distet secundum minimam quantitatem.

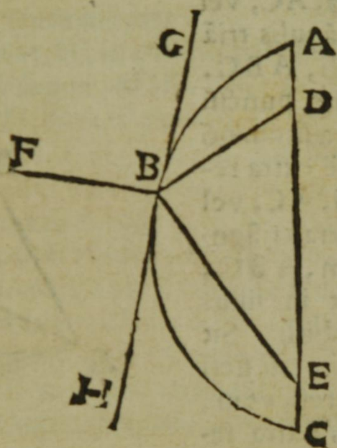
*PRopositum fuit hoc Problema, prout mihi relatum est, ab insigni Galliæ Mathematico D. de Fermat, ad cuius solutionem ita progressus sum. Suppono ergo, datis tribus quibusuis punctis, dari quoque tres minimas rectas lineas, vel saltem duas tribus æquipollentes, quæ à communi puncto ad ipsa duci possint. Deinde sequentes Prop. sic demonstro.*

PRO-

# PROPOSITIO XXIII.

*Si sit semiellipsis, ABC, diameter, AC, foci, D, E, punctum quodcunque, F, extra, & ad eandem ellipsis partem, FB, perpendicularis tangenti, GH, in, B, iunganturque, BD, BE. Dico, FB, esse omnium, quæ ad ellipsim duci possunt, breuissimam, eamque efficere angulos, FBD, FBE, æquales.*

Est enim, FB, omnium minima, quæ ad rectã, GH, duci possunt, & subindè minima quoque erit omnium ad semiellipsim, ABC, ab, F, ducibilium. Insuper anguli, FBG, FBH, sunt æquales, quia recti; & anguli, GBD, HBE, pariter inter se æquales. Ergo &, FBD, FBE, erunt æquales. 48.3. Cõ.




## COROLLARIVM.

*Constat è contra omnium minimam esse perpendicularem tangenti in puncto occursus, & efficere angulos æquales cum ductis ab occursu ad focos.*

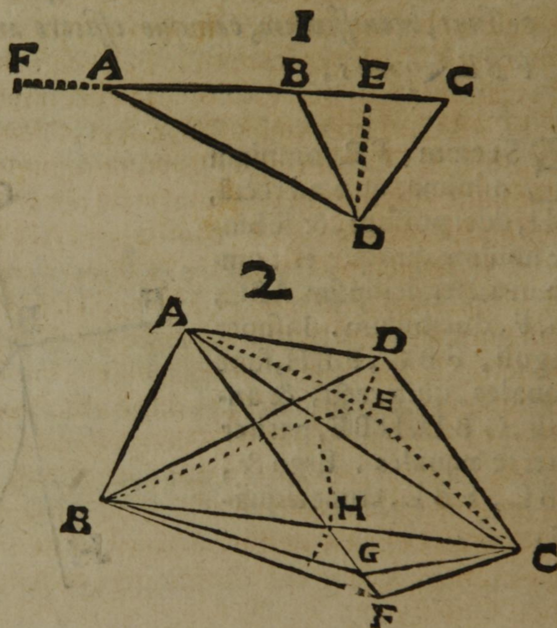


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO XXIV.

*Si tria data puncta fuerint in recta linea, vel in angulis trianguli: punctum quæsitum non erit extra rectam, vel triangulum propositum, aut in eiusdem ambitu.*

Sint tria data pūcta, A, B, C, vel in recta linea, AC, vel in āgulis triā guli, ABC. Dico punctū quæsitum nō esse extra rectā, A C, vel extra triāgulum, A B C, aut in illius ambitu. Sit enim, si fieri potest, vt in, D, extra rectam, AC, indefinitè hinc inde productam, vel in, D, extra planum trianguli, AB C. Tunc demissa rectæ, vel plano trianguli perpendiculari, DE, & iunctis, DA, DB, DC, EA, EB, EC, patet, EA, minorem esse hypothenusa, AD, & sic reliquas, EB, EC, reliquis hypothenusis, DB, DC, minores esse. Non ergo, D A, D B, DC, erunt minimæ ducibilium à, D, ad, A, B, C, puncta. Igitur punctum quæsitum non est extra, A C, vel planum trianguli, A B C.




Supponatur nunc, F, punctum quæsitū esse in directum ipsius,

ipsius, AC, vel in plano, ABC, sed extra ipsum triangulū, ABC. Producta ergo, CA, in, F, & iunctis, FB, FA, FC, quarum, FA, secet, BC, in, H, & intra, HF, sumpto quocunque puncto, G, ac iunctis, GB, GC, manifestum est in 1. fig. quod appropinquantes puncto, A, breuiores quam sint, FA, FB, FC, assumi possunt ad aliud punctum intra, F, A, positum, non ergo illæ sunt minimæ. Et quia etiam continuò accedentes ad, B, possunt semper breuiores, & breuiores haberi, ideò nullibi erit punctum quæsitum, nisi pro eo abuti velimus puncto, B, in quo tres distantiæ in duas tātum, BA, BC, degenerabunt. In 2. fig. verò erunt, BF, FC, maiores ipsis, BG, GC, & addita communi, AG, erunt, BF, FC, AG, maiores ipsis, BG, GA, GC, & multo maiores ipsæ, BF, FA, FC, non ergo istæ erunt minimę. 21.1. Ele.

Sit nunc assumptum punctum vt, H, in ambitu trianguli, intelligaturque focis, AB, chordaque, AHB, descripta ex parte, H, semiellipsis; vnde, CH, ducta à puncto, C, extra semiellipsim ad punctum, H, si tres, CH, HA, HB, sunt omnium minimæ, erit pariter omnium ad ellipsim descriptam à puncto, C, ducibilium minima, efficietque cum, HB, HA, hincindè angulos æquales, quod est absurdum, est enim, CH, in directum ipsi, HB. Non ergo punctum quæsitum erit extra rectam, AC, vel extra triangulum, ABC, aut in eius ambitu. Hoc tamen intellige nisi pro quæsito vno datorum abuti velimus, tribus distantijs tunc in duas tantum degenerantibus, hoc enim contingere poterit, vt nunc patebit. Quod, &c. Cor. ant.

## PROPOSITIO XXV.

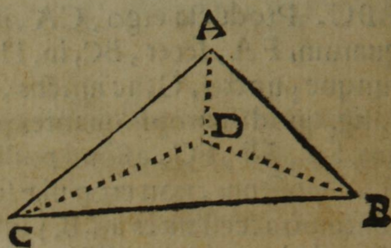
*Si tria data puncta fuerint in angulis trianguli angulum habentis graduum 120. vel maiorem: punctum quæsitum, non erit aliud quam vnum ex datis punctis, illud nempè, quod breuiora trianguli latera terminabit.*

Sint data puncta, A, B, C, in angulis trianguli, ABC, cuius angulus, BAC, sit graduum 120. vel maior, &



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

breuiora latera sint, BA, AC. Dico non aliud haberi punctum quæsitum, quam, A, quo abuti possumus, tribus distantijs in duas, AB, AC, degenerantibus. Sit enim, si esse potest, punctum, D, cuius (iunctis, DA, DB, DC,) tres distantiæ sint minimæ. Si ergo focis, A, B, & chorda, BDA,




intelligatur ex parte, D, descripta semiellipsis, quoniam DA, DB, DC, ponuntur esse minimæ, erit, CD, omnium ad semiellipsim ducibilium minima, & ideò faciet æquales angulos, CDB, CDA. Eodem modo per semiellipsim descriptam focis, A, C, chorda, ADC, ostendemus angulos, BDA, BDC, pariter esse æquales. Tres ergo, BDA, ADC, CDB, erunt inter se æquales, & singuli graduum 120. Sed, BAC, non est minor quam gr. 120. ex hypothesi. Ergo, BDC, erit vel æqualis, vel minor ipso, BAC, quod est absurdum. Non ergo dabitur minima triga distantiarum ad punctum intra triangulum, sed nec in ambitu, vel extra. Ergo cum datur minima quantitas, saltem in duabus distantijs, tales erunt, BA, AC, ipsumque, A, deseruiet pro quæsito. Quod, &c.

Cor. 23. huius.

21.1. Ele.

*C O R O L L A R I V M.*

*Hinc patet si punctum quæsitum sit intra triangulum datorum punctorum, non aliud esse quam illud, apud quod fiunt ad data puncta tres circumstantes anguli singuli graduum* 120.

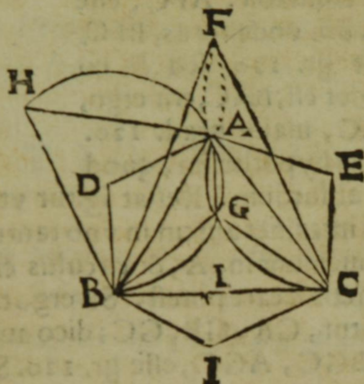
PRO-

# PROPOSITIO XXVI.

*Supposito dari minimam quantitatem in tribus distantijs, oportebit tria data puncta esse in angulis trianguli, cuius vnusquisq; sit minor gradibus* 120.

NOn enim dabitur minima triga distantiarum ad punctum extra triangulum, vel in illius ambitu, ergo illud erit intra, eritq; necessariò, apud quod fient circunstantes anguli singuli gr. 120. At tale punctum non potest reperiri intra, si aliquis trianguli dati angulus fuerit gr. 120. vel maior. Supereſt ergo videndum num poſſit haberi cum anguli erunt singuli minores gradibus 120. Quod sic patebit. Sit triangulum, ABC, datorum punctorum, A, B, C, & in eo quilibet angulus minor gradibus 120. Fiant itaq; super, AB, AC, triangula isoscelia, ABD, AEC, quorum anguli, D, E, æqualibus lateribus contenti singuli sint gr. 120. & centris, D, E, interuallis, DA, AE, periphæriæ describantur, AGB, AGC, quas indefinitè productas, dico se secare intra triangulum, ABC. Quod enim illæ non sibi occurrant vel in, BC, vel subter, BC, manifestum est, quia versus, BC, continuò disiunguntur, quod etiam amplius patebit inferius. Similiter non se tangent in, A, essent enim, DA, AE, sibi in directum, quod est falsum: etenim anguli, DAB, EAC, singuli sunt graduum 30. & , BAC, minor est gradibus 120. vnde tres,

24. huius.



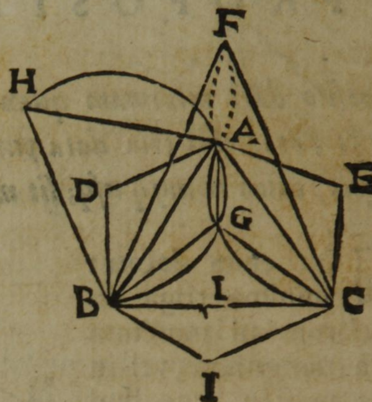

Cor. ant.

Prop. ant.

12. 3. Elē.

DAB,

DAB, BAC, EAC, faciunt minus quàm gr. 180. Sed nec extra, vt in, F, concurrent, iunctis enim, BF, FC, cum, BD A, sit angulus ad centrũ,
20.3. Elé. &, BFA, ad circumferentiam, erit ille huius duplus, & subindè, BFA, erit gr. 60. Eadem ratione constabit, AFC, esse gr. 60. vnde totus, BFC, erit gr. 120. sed & eo maior est, BAC, erit ergo,
21.1. Elé. BAC, maior grad. 120. cõtra hypothesim, quod est absurdum. Restat igitur vt concursus non possit fieri nisi intra, fiet autem in vno tantum puncto, quia periphæriæ




10.3. Elé. conueniunt in, A, & circulus circulum non nisi in duobus punctis secare potest. Sit ergo talis concursus in, G, & iungantur, GA, GB, GC; dico autem singulos angulos, AG B, BGC, AGC, esse gr. 120. Sumpto enim in altera periphæriarum, vt in, BGA, continuata versus, A, quolibet puncto, vt, H, iunctisq; H A, HB, erunt anguli, A H B, AGB, oppositi æquales duobus rectis, sed angulus, H, erit
22.3. Elé. gr. 60. cum sit $\frac{1}{2}$ anguli, D, ad centrum: ergo, AGB, erit gr. 120. Eodem modo probabitur, AGC, esse gr. 120. quare, BGC, reliquus ad 4. rectos erit pariter gr. 120. Ex hoc constat si concursus fieret vt in, I, quod duo anguli, AIB, AIC, essent gr. 240. quod est absurdum, essent enim vel æquales duobus rectis, vel illis minores. Patet ergo in huiusmodi triangulo posse reperiri punctum, apud quod fiant anguli singuli gr. 120. ad illudq; & non ad aliud punctum
Cor. 25. huius. constitui trium distantiarum à datis punctis minimam quantitatem. Quod ostendere opus erat.

De

# De inueniendis lateribus trianguli æquicruris ex data area, & perimetro eiusdem.

*Hoc mihi proposuit A. R. P. Niceronius, de quo in Præfatione Exerc. 4. mentio facta est. Solutionem verò præbent sequentes Propositiones, etsi per locum solidum, supposito quodam lemate Archimedeo.*

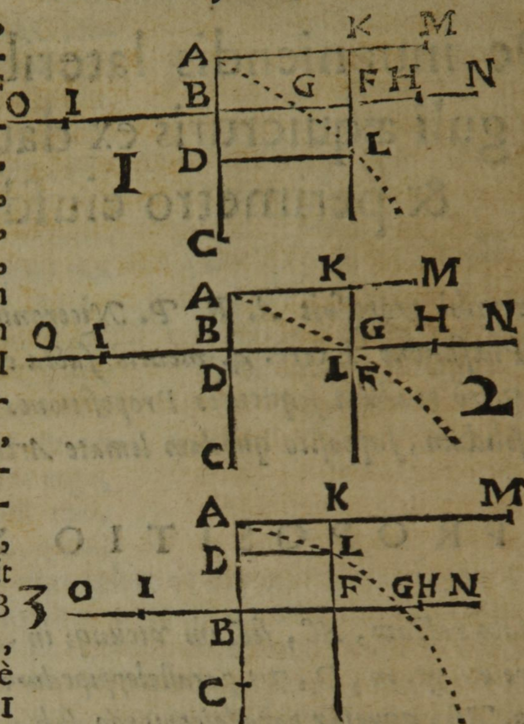
## PROPOSITIO XXVII.

*Datam rectam, AC, sectam vtcunq; in, B, ita diuidere ex. gr. in, D, vt paralleleppipedum sub, AB, & q. BC, æquetur paralleleppipedo sub, AD, & q. DC.*

SIt in 1. figura, AB, minor quàm $\frac{1}{3}$, AC, in 2. sit $\frac{1}{3}$, & in 3. fig. maior quàm $\frac{1}{3}$ ipsius, AC: ducatur autem per, B, perpendicularis ipsi, AC, & indefinita, NO, in qua sint assumptæ, IB, BF, singulæ æquales ipsi, BC, &, FH, ipsi, BA; deinde rectæ, IH, applicetur rectangulum, IGH, 28. 6. Elé.
cuius minus latus sit versus, H, æquale quadrato, BF, deficiens quadrato, GH (hoc enim fieri potest cum, BF, sit minor dimidia, IH) cum verò, AB, sit minor quam $\frac{1}{3}$, AC, in 1. fig. erit etiam, FH, æqualis, BA, ex constructione, minor quàm $\frac{1}{3}$, BH; (est enim, BH, æqualis quoq; ipsi, AC,) & subindè, FH, erit minor medietate, BF, ac consequenter minor quàm $\frac{1}{4}$, IF: vnde rectangulum sub, HF, FI, erit minus quàm $\frac{1}{4}$ quadrati, IF, & subindè minus quadrato, BF, ac consequenter minus rectangulo, IGH, iam applicato. Punctum ergo, G, remotius erit à puncto, H, quam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

quam punctum, F, debet enim rectangulum, IFH, minus esse rectangulo, IGH, iam applicato, vndè punctum, G, cadet inter, B, F, non enim cadet in, B, cum rectangulum, IBH, sit maius rectangulo, IBF, hoc est quadrato, BF. Similiter in 2. fig. cum, AB, sit $\frac{1}{3}$, AC, erit quoq; FH, $\frac{1}{3}$, BH, & subindè $\frac{1}{2}$, BF, & $\frac{1}{4}$, IF; vndè rectangulum, IFH, erit $\frac{1}{4}$ quadrati, IF, & ideò æquale quadrato, BF. Punctum ergo, G, &, F, in hac figura fiunt idem punctum. Deniq; in 3. figura cum, AB, sit maior quam $\frac{1}{3}$, AC, erit quoq; FH, maior quam $\frac{1}{3}$, BH, & subinde maior quam $\frac{1}{2}$, BF, & quam $\frac{1}{4}$, IF: itaq; rectangulum, IFH, erit maius quàm $\frac{1}{4}$ quadrati, IF, hoc est maius quadrato, BF, seù rectangulo, IGH, vndè punctum, G, erit propiùs quam, F, ipsi puncto, H.




Abscissa igitur ex, AC, ipsa, AD, æquali, GH, punctum, D, in 1. figura cadet inter, B, C; in 2. erit in ipso, B, in 3. verò inter, D, C. Dico nunc paralleleppipedum sub, AB, & q. BC, æquari paralleleppipedo sub, AD, & q. DC. Ducatur per, F, recta, FK, parallela, AC, cui productæ, si opus sit, occurat, DL, acta per, D, parallela, ON, & statuatur, AM, æqualis, IG, latus rectum semiparabolæ circa axim, AC, vertice, A, descriptæ versus, N,

quam

quam dico transituram esse per puncta, G, L. Etenim in 1. figura q. BG, deficit à q. BF, rectangulo, IGF: est autem q. BF, æquale rectangulo, IGH. Ergo q. BG, deficit à rectangulo, IGH, rectangulo, IGF. Sed etiam rectangulum sub, IG, FH, deficit ab eodem rectangulo, IGH, ipso rectangulo, sub, IG, GF. Ergo q. BG, æquatur rectangulo sub, IG, FH, hoc est rectangulo, sub, MA, AB, cum, MA, sit æqualis, IG, &, FH, ipsi, AB; vndè punctum, G, erit in dicta semiparabola. Similiter cum q. DL, seù q. BF, sit æquale rectangulo, IGH, hoc est rectangulo sub, MA, &, AD, quæ est æqualis, GH, per constructionem; erit quoq; L, in dicta semiparabola, quæ sit, AGL.

5.2.Elem.

1.2.Elem.

11.1.Con.

11.1.Con.

In 2. fig. cum tria puncta, F, G, L, sint vnum punctum, cumq; quadrato, BF, æquale factum sit rectangulum, IGH, ac sit, IG, æqualis, AM, & GH, ipsi, BA, erit q. BG, æquale rectangulo sub, MA, AB, & consequenter punctum, G, erit in dicta semiparabola, quæ sit, AG.

11.1.Con.

In 3. fig. deniq; cum q. BG, excedat q. BF, rectangulo, IGF; cumq; q. BF, per constructionem sit æquale rectangulo, IGH, ideò q. BG, excedet rectangulum, IGH, rectangulo, IGF. Quadratum ergo, BG, æquabitur rectangulis sub, IG, GH, & sub, IG, GF, idest rectangulo sub, IG, FH, nempè rectangulo sub, MA, BA: cumq; q. BF, seù q. DL, æquetur rectāgulo, IGH, hoc est rectāgulo sub, MA, AD, ideò tam punctum, G, quam, L, erunt in dicta semiparabola, quæ sit, ALG.

6.2.Elem.

1.2.Elem.

11.1.Con.

Rursus cum, BA, ad, AD, sit vt q. BG, ad q. BL, sit autem q. BO, æquale q. DC, (est enim, BF, æqualis, BC, &, FG, ipsi, BD, nam tota, BH, toti, AB, & pars, GH, parti, AD, est æqualis) & q. DL, æquale q. BF, seù q. BC; erit vt, BA, prima ad, AD, secundam, ita q. DC, tertia ad q. CB, quartam. Ergo paralleleppipedum sub prima, BA, tanquam altitudine, & sub quarta, hoc est sub basi q. BC, æquabitur paralleleppipedo sub secunda, AD, & tertia q. DC. Igitur linea recta, AC, secta est in, D, prout opus erat.

20.1.Con.

34.11. Elem.



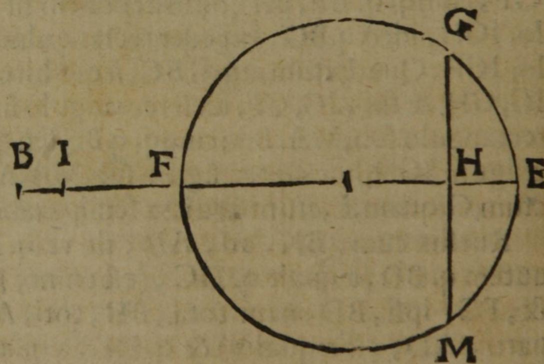
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## COROLLARIUM.

*Hinc habetur proposito quocunq; paralleleppipedo, vt sub, AB, & q. BC, existente, AB, minori quàm $\frac{1}{3}$, AC, reperiri posse aliud paralleleppipedum prædicto æquale, eidem rectæ, AC, applicatum, vt quod sub, AD, & q. DC, cuius altitudo maior erit quàm $\frac{1}{3}$ ipsius, AC, & è contra. At cum, AB, erit $\frac{1}{3}$, AC, tunc nullum aliud dato æquale, ipsiq; AC, applicabile, ac cubo deficiens reperiri poterit; sed tale paralleleppipedum erit singulare, omniumq; ipsi, AC, sic applicabilium maximum, vt nunc probabitur.*

## PROPOSITIO XXVIII.

*Omnium paralleleppipedum ad eandem rectam lineam applicabilium, cubisq; deficientium, maximum est quod ad tertiam illius partem applicatur.*




Sit data recta, BE, illiusq; $\frac{1}{3}$, BF. Dico paralleleppipedum sub, BF, & q. FE, esse dictorum maximum. Assumatur primò punctum inter, F, E, vt, H, fiatq; sphæra, FGEM, circa diametrũ, FE, quã secet planum ipsi, FE, erectum ductum per, H, nempè, GHM. Igitur paralleleleppipedum sub, BF, & q. FE, ad paralleleppipedum sub, BH, & q. HE, erit vt sphæra, FGEM, ad portionem, GEM. At sphæra maior est dicta portione; ergo & paralleleppipedũ sub, BF, & q. FE, maius erit paralleleppipedo sub, BH, & q. HE. Sumatur nunc punctum vtcunq; inter, B, F, vt, I. Cum ergo paralleleppipedo sub, BI, & q. IA, aliud æquale vltra, F, vt sub, BH, & q. HE, reperiri possit; &

Elicitur ex 7. 3. Geo. Ind.

Ex ant.

cum

cum parallelepipedum sub, BF, & q. FE, ostensum sit esse maius eo, quod fit sub, BH, & q. HE, idem quoq; maius erit eo, quod fit sub, BI, & q. IE, hocq; de ceteris quibuscunq; eodem modo ostendetur. Ergo paralleleppipedum sub, BF, et q. FE, est omnium maximum, quæ ad, BE, deficientia cubis applicari possunt. Quod, &c.

## PROPOSITIO XXIX.

*Si sit semiparabola quæcunq; AGD, vertice, A, diametro, AD, ad quam ordinatim applicentur quæcunq; DE, CF, BE, & per puncta, E, F, ipsis, AD, DG, parallelæ ducantur, EB, FC, EH, FI, quibus fiant parallelogramma æquiangula, BH, CI. Dico paralleleppipedum sub, AC, & q. CD, ad paralleleppipedum sub, AB, & q. BD, esse in duplicata ratione parallelogrammi, CI, ad parallelogrammum, BH.*



Fiat vt, CF, ad, BE, ita, L, ad, M, & vt, CD, ad, DB, ita, M, ad, N. Cum ergo parallelogrammum, CI, ad, BH, habeat rationem cõpositam ex ratione, CF, ad, BE, idest, L, ad, M, &, CD, ad, DB, nempè, M, ad, N; erit parallelogrammũ, CI, ad, BH, vt, L, ad, N, cũ ratio, L, ad, N, componatur ex rationibus, L, ad, M, &, M, ad N. Rursus paralleleppipedum sub, AC, & q. CD, ad paralleleppipedum sub, AB, & q. BD, habet rationẽ compositã ex ratione, AC, ad, AB, hoc est ex ratione q. CF, ad q. BE, vel q. L, ad q. M; & ex ratione q. CD, ad q. DB, hoc est q. M, ad q. N. Sed etiam q. L, ad q. N, habet rationẽ compositam ex ijsdem rationibus, nempè q. L, ad q. M, & q. M, ad 23.6.Elẽ. 20.1.Con.

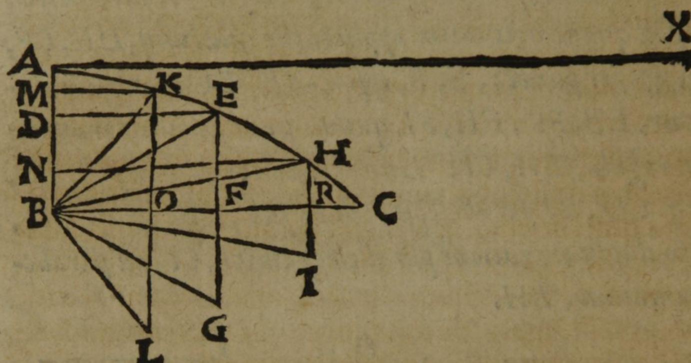


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

q.N. Igitur parallelepipedũ ſub, AC, & q.CD; ad parallelepipedũ ſub, AB, & q.BD, eſt vt q.L, ad q.N. hoc eſt in duplicata ratione ipſius, quã habet, L, ad, N, ſcilicet parallelogrammum, CI, ad parallelogrammum, BH, Quod, &c.

## PROPOSITIO. XXX.

***Data area, & perimetro trianguli æquicruris, latera notificare.***




EXponatur recta, BC, dimidio dati perimetri, æqualis, cuius $\frac{1}{2}$ ſit, BA, ipſi, BC, perpendicularis, à qua abſcindatur, AD, $\frac{1}{3}$ ipſius, AB, & vt, AB, ad, BC, ita fiat, BC, ad, AX, & latere recto, AX, deſcribatur circa axim, AB, vertice, A, ſemiparabola ad partes, C, quæ tranſibit per, C, cumq; BC, æquetur rectangulo ſub, BA, AX, eritq; B, focus eiuſdem, cum, AB, ſit $\frac{1}{4}$ ipſius, AX, lateris recti, vt ego oſtendi in Speculo Vſtorio Cap. 9. Similiter erit, BC, æqualis compoſitæ ex quacunque acta à foco, B, ad parabolam, AC, & ex ea, quæ ducitur ab illius occurſu cum parabola, æquidiſtanter ipſi, AB, vſque ad, BC, vt patet ibidem Cap. 10. Sic igitur ducta, DE, per, E, parallela, BC, & EF, parallela, AB, ac iuncta, EB, erit, BC, æqualis compoſitæ, BEF, ſicut eſt quoque æqualis compoſitæ, BAB. Cum ergo, BA, ſit tripla, AD, erit, BA, ſexquialtera, BD; & dupla, BA, (cui æquatur compoſita, BEF,) erit tripla, DB; ergo, BEF, erit tripla, EF, &, BE, dupla ipſius, EF, ipſumq;

11.1 Con

trian-

triangulum, B E F, erit dimidium trianguli æquilateri, vt, EBG, sub data perimetro. Quoniam autem nota est perimeter, nota erit & semiperimeter, BEF, & cum, B E, sit dupla, EF, nota erit ipsa quoque, EF, &, BE, ac earum quadrata. Dempto ergo q. EF, ex q. EB, relinquetur notum q. BF, & ipsa, B F, nota, quæ ducta in, F E, notam, efficiet notam aream trianguli æquilateri, EBG, quæ si adæquetur datæ areæ, iam inuentum erit quod quærebatur, cum dicti trianguli sint nota latera. Si verò illi non adæquetur, erit eadem necessariò minor. Nam veluti ostensum est paralleleppipedum sub, AD, & q. DB, esse omnium ipsi, AB, applicabilium maximum, ita manifestum est, B E G, esse omnium triangulorum æquicrurium, quæ incipiunt à recta, BC, & desinunt in rectam, AB, maximum, sunt enim paralleleppipeda applicata induplicata ratione suppositorum in Prop. ant. parallelogrammorum, hoc est huiusmodi triãgulorum æquicrurium, quæ dictis parallelogrammis adæquantur, vt, BEG, ipsi, D E F B. Ex ant.

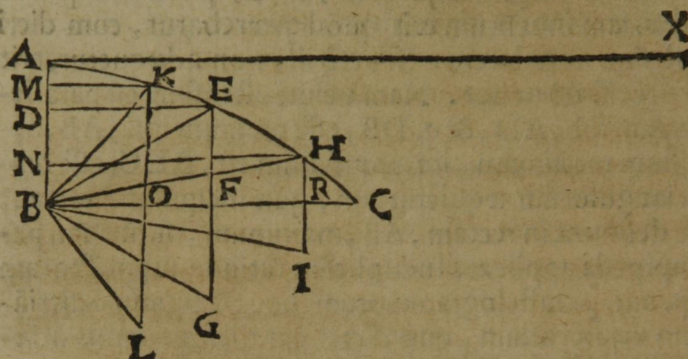
Fiat ergo vt q. numeri areę trianguli æquilateri ad q. datę areæ, ita paralleleppipedũ sub, ad, & q. D B, seù dimidium cubi, D B, ad quartum solidum proportionale; & tandem huic solido applicetur ad rectam, AB, æquale paralleleppipedum, vt sub, AN, & q. N B, si velimus ipsum altius, vel vt sub, AM, & q. MB, si ipsum velimus depressius; ductis enim, BK, B H, & completis æquicruribus triangulis, B K L, BHI, quorum bases, KL, HI, sint perpendiculares ipsi, B C, erit triangulum, B H I, &, BKL, requisitum. Est enim paralleleppipedum sub, AD, & q. DB, ad paralleleppipedum sub, AN, & q. NB, vt q. numeri areæ, DF, ad q. numeri areę, NR, vel vt q. numeri areæ trianguli æquilateri, BEG, ad q. numeri areæ trianguli æquicruris, BHI, prædicto isoperimetri; sed vt dictum paralleleppipedum sub, A D, & q. DB, ad paralleleppipedum sub, AN, & q. NB, ita est q. numeri areæ trianguli æquilateri, E B G, ad q. numeri datæ areæ; ergo triangulum, HBI, æquatur datæ areæ, cuius semibasis, HR, fit nota, si notificetur, NB. Eodem modò discurremus circa triangulum, B K L, depressius ipso, HBI, cuius semibasis, KO, nota fiet, si notificetur, MB. Res ergo huc deducta Elicitur ex ant.

est,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

est, vt nempè dicto solido quarto proportionali æquale parallelepipedum applicemus ipsi, AB, quartæ parti dati perimetri, cubo deficiens.

*SCHOLIVM.*




*SI datum solidum sit ex. gr. paralleleppipedum sub, AM, & q. DB, & oporteat illi æquale paralleleppipedum applicare ad, AB, deficiens cubo, quod nunc supponatur esse, factum sub, AN, & q. NB; necesse erit efficere vt, NA, ad, AM ita q. DB, ad q. BN. Hoc autem est Lemma, quod per locum planum resolutum, nedum huic nostro negotio deseruiret, sed etiam Prop. 4. secundi Arch. de Sphæra, & Cylindro, in qua volens sphæram in datam rationem secare sese ad hoc Lemma reducit, quod ab Eutocio, Dauide Riualto, ac alijs Commentatoribus ad dictam Prop. 4. non nisi per locum solidum hucusque absolutum est. Videatur ergo huiusmodi solutio apud dictos Auctores, vt per eam huic Propositioni quantum licet, satisfieri possit.*



De

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# De ratione primę regulæ Problematis tertij meæ Centurię.

*QVoniam nonnulli amici mei huiusmodi rationem à me flagitarunt, cum simplicem regulam sine demonstratione ibidem tradiderim: ideò hic eorum votis satisfaciendum duxi. Oportet autem hanc intelligere cupienti quod ei non sint ignotæ proprietates sinuum, & logarithmorum, ac illa præcipuè, quæ nos docet, datis tribus quibuscunque numeris, si addamus insimul logarithmos secundi, & tertij, & à facta summa auferamus Log. primi, quod remanebit logarithmus quarti numeri proportionalis quæsiti. Vide meæ Trigonomatriæ priorem partem Prob. 5. vbi de regula trium per logarithmos absoluenda amplius differitur.*

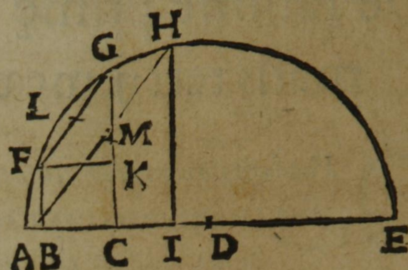
## PROPOSITIO XXXI.

*In semicirculo, AHE, sumptis quibuscunq; arcubus, AF, AH, centro, D. Dico quadratum radij, AD, ad rectangulum sub sinibus rectis semisummæ, & semidifferentiæ datorum arcuum, AF, AG, esse vt, AE, diametrū ad differentiam sinuum versorum eorundem arcuum, AF, AG.*

SVmpto enim arcu, GH, ipsi, AF, æquali, iungantur, AH, FG, & à punctis, F, G, H, demittantur super, AE, perpendiculares, FB, GC, HI; & per, F, extendatur ipsi, AE, parallela, FK. Erit ergo arcus, AH, summa, &, FG, differentia datorum, AF, AG, & cum, AF, GH, sint æquales arcus,

arcus, erunt, AH, FG, inter se parallelæ, vt &, GC, HI, inter se, quapropter triangula, HIA, GKF, similia erunt.

4.6.Elem.




13.6. Elé.

Est ergo, HA, ad, AI, vt, GF, ad, FK: sed vt, HA, ad, AI, ita est, EA, ad, AH; ergo vt, EA, ad, AH, ita, GF, ad, FK. Rectangu-

16.6. Elé.

gulum igitur sub extremis, EA, FK, vel, BC, æquatur rectangulo sub medijs, AH, FG, quod serua. Quoniàm verò vt, EA, ad, BC, ita, sumpta, AE, communi altitudine, est q. AE, ad rectangulum sub, AE, BC; hoc verò per ostensa æquale est rectangulo sub, AH, FG. Ergo q. AE, ad rectangulum sub, AH, FG, erit vt, AE, ad, BC. Sed vt q. AE, ad rectangulum sub, AH, FG, ita eorum subquadrupla, idest ita q. AD, radij ad rectangulum sub dimidijs ipsarum, AH, FG, nempè (ijs bifariam sectis in, M, L, ) sub, AM, FL, hoc est sub sinibus rectis dimidij arcuum, AH, FG, semisummæ, & semidifferentiæ datorum arcuum, AF, AG. Ergo q. radij, AD, ad rectangulum sub sinibus rectis semisummæ, & semidifferentiæ datorum arcuum, AF, AG, est vt, AE, ad, BC, differentiam sinuum versorum, AB, AC, eorundem arcuum, AF, AG. Quod, &c. Hoc idem probatur in meo Direc. p. 3. Cap. 7.

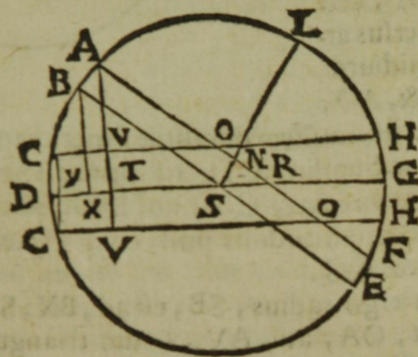
PRO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# PROPOSITIO XXXII.

*Rationem afferre dictæ primæ regulæ Problematis tertij præfatæ Centuriæ, quæ inseruit ad inueniendam solis altitudinem, vel depressionem.*

Regula est huiusmodi. Logarithmus semisũmæ, cum log. semidifferẽtiæ arcus semidiurni, & distantię solis à medio cæli, cum log. binarij, log. secundo eleuationis poli, ac log. secũdo declinationis Solis; dabit log. altitudinis, vel depressionis eiusdem Solis respectu horizontis, demptis consuetis vnitatibus, &c.




Animaduertendum est autem hanc primam regulam postulare vt parallelus, in quo Sol reperitur, secet horizontem.

Sit ergo meridianus, ADEG, diameter horizontis, D G, æquatoris, BE, paralleli Solis, AF, secans, DG, in, R, similiter, CH, paralleli horizonti, DG, & sit ducta, LS, à centro ad polum versus quem vergit parallelus Solis, quæ secet, AF, in, N, &, CH, in, O. Denique à punctis, A, B, C, cadant super, DG, perpendiculares in, T, X, Y, quæ erunt quoq; ipsi, CH, perpendiculares, vnde fient triangula, XBS, VAO, TAR, æquiangula, quia etiam, BE, AF, sunt inter se



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

parallelæ. Cũ ergo ſupponatur Sol eſſe in parallelo, AF, &, CH, erit in eorũ communi concurſu, vt potè in puncto, cui ſubijcitur ipſum, O, & , RA, erit ſinus verſus arcus ſemidiurn Solis, &, AO, ſinus verſus eiuſdem diſtantiæ à meridiano, in parallelo, AF, cõputatæ. Similiter, CD, erit altitudo Solis, vel depreſſio, eiuſq; ſinus rectus, CY, qui hic inquiritur: BD, eſt complementum altitudinis poli, cum æquetur ipſi, EG, complemento, LG.



Quia ergo radius, SB, eſt ad, BX, Sinum 2. altitudinis poli, vt, OA, ad, AV, (cum triangula, OAV, SBX, ſint ſimilia) nempè vt, RA, ad, AT, ideſt vt reliqua, OR, ad reliquam, VT: ideò log. 2. eleuationis poli, cum log. ipſius, OR, dempto log. radij 1000000. dabit log. ipſius, VT, vel, CY. Nunc videndum eſt ex quibus conſtet ipſius, OR, log. Quoniam ergo, intelligendo ſemicirculum erectum ſuper diametro, AF, eſt q. radij, AN, ad rectangulum ſub ſinibus rectis ſemiſummæ, & ſemidifferentiæ arcus ſemidiurni, & diſtantiæ Solis a meridiano, quorum ſinus verſi ſunt, AR, AO, vt, AF, dupla ipſius, AN, ſinus 2. declinationis ſolis, (quæ eſt, AB,) ad, OR. Igitur ſi addamus inſimul log. ſemiſummæ, log. ſemidifferentiæ dictæ, cum log. AF, ideſt vt cum log. 2. declinationis, addito log. binarij (quia enim vt 1. ad 2. ita eſt, AN, ad, AF, ideo log. ipſius 2. hoc eſt binarij, cum log. AN, ideſt cum log. 2. declinationis, dempto log. vnitatis, qui eſt ciphra, faciet log. ipſius, AF,) & à ſumma auferamus log. quadrati radij, qui eſt duplus

Ex ant.

log.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

log. radij, nempè auferamus 2000000. remanebit ipsius, OR, logarithmus. Ergo si simul addamus log. 2. eleuationis poli, log. 2. declinationis Solis, & log. binarij, cum logarithmis semisummæ, & semidifferentiæ, arcus semidiurni, & distantiæ solis à meridiano, & ex summa auferamus 2000000, & insuper 1000000. log. radij, qui in prima additione erat quoq; auferendus, hoc est si ex facta summa auferantur 3000000. seù tollantur vltimo loco ad sinistram tres vnitates, cum ciphræ non alterent ipsam summam, remanebit log. ipsius, VT, vel, CY, sinus recti altitudinis Solis, vel depressionis quæsitæ. Patet ergo ratio dictæ regulæ.

### *COROLLARIVM.*

*SI vice solis supponatur quæcunq; stella, seù quodcunque punctum cælestis Sphæræ, quod oriatur, & occidat in proposita regione (hoc autem erit cum datæ stellæ, vel puncti complementum declinationis superauerit altitudinem poli) eidem quoq; adaptabitur præfata regula: ita vt, data hora, & ex ea, media Solis, & stellæ, vel dati puncti ascensione recta, elicita distantia stellæ, vel puncti à meridiano, nec non data poli eleuatione, declinatione stellæ, vel puncti, ipsius altitudinem super horizontem, vel depressionem, per eandem regulam possimus inuestigare,*

## De quadam insigni Galilei Propositione aliter ab eo per me hic demonstrata.

*ADmirabilis mihi semper visa est circuli proprietas illa, quam in postremis Dialogis pagina 45. demonstrauit ipse Galileus. Circa hanc cum aliquando specu-*

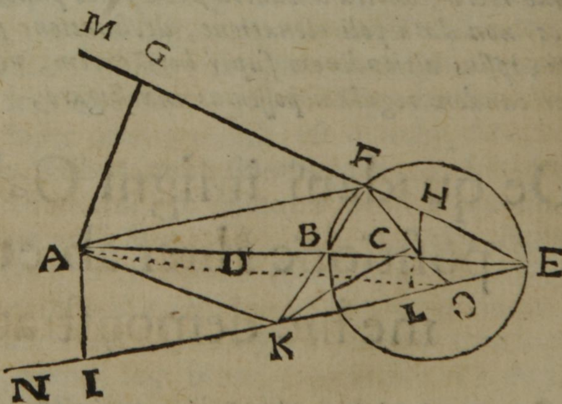


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*larem, occasione cuiusdam controuersiæ exortæ Panormi inter Illustrissimum Danielem Spinulam, & quendam R. D. Petrum Emanuelem, circa quoddam Problema geometricum, de qua idem Spinula ad me scripserat, contingit mihi in nouam dictæ Prop. demonstrationem incidere, quam ideò hic appositam studioso non ingratam futurã esse dijudicaui; est autem huiusmodi.*

## PROPOSITIO XXXIII.

*Si sit recta, AC, secta vtcunq; inæqualiter in, B, ita vt BC, sit pars minor, cui sumatur æqualis, BD, & fiat vt, AD, ad, DB, ita, AC, ad, CE, describaturq; super diametro, BE, circulus, BF, & sumatur in eius peripheria quoduis punctum, vt, F, iunganturq; FA, FC. Dico, AF, ad, FC, esse vt, AB, ad, BC; & ad nullum aliud punctum coniunctas, ab, A, C, esse vt ipsas, AB, BC.*




IVngatur, BF, per, E, F, extensa indefinitè, EM, cadãt ab, A, C, super eam perpẽdiculares, AG, CH, quę, cũ, etiã, BF, sit ipsi, EM, perpẽdicularis, erũt tum inter se, tum cum, BF, parallelæ. Quoniam igitur est, AD, ad, DB, vt, AC, ad, CE, componen-

ponendo erit, AB, ad, BD, vel, BC, vt, AE, ad, EC, nempè vt, AG, ad, EH, ob similitudinem triangulorum, AGE, CHE, Sed vt, AB, ad, BC, ita est, GF, ad, FH, ergo, AG, ad, CH, erit vt, GF, ad, FH, & permutando, AG, ad, GF, erit vt, CH, ad, HF. Cum ergo circa æquales angulos, AGF, CHF, (sunt enim recti) sint latera proportionalia, triangula, AGF, CHF, erunt similia. Igitur, AF, ad, FC, erit vt, GF, ad, FH, nempè vt, AB, ad, BC.

10.6. Elem.

6.6. Elem.

Detur nunc quoduis punctum, K, extra dictam periphæriam, & iungantur, KA, KB, KC. Dico non esse, AK, ad, KC, vt, AB, ad, BC. Sit enim si fieri potest, & ducta indefinita, EKN, demittantur ab, A, C, super, EN, perpendiculares, AI, CL. Quoniam ergo, AK, ad, KC, est vt, AB, ad, BC, nempè vt, AE, ad, EC, vel, AI, ad, CL; triangula, AIK, CLK, erunt similia, igitur, IK, ad, KL, erit vt, aK, ad, KC, nēpè vt, AB, ad, BC. Erit ergo, KB, parallela ipsis, IA, CL, & subinde angulus, BKE, erit rectus, vndè, K, erit in periphęria descripti circuli contra suppositum, quod est absurdum. Idem probabitur de quouis puncto intra periphæriam assumpto.

7.6. Elem.

Elicitur ex 10. 6. Elem.

Con. 31. 3. Elem.

Quod si altera ipsarum, AK, KC, vt, AK, esset ipsi, EN, perpendicularis, vt contingere potest, esset, AK, ad, KC, vt AB, ad, BC, hoc est vt, AE, ad, EC, vel, AK, ad, CL, vnde, KC, CL, essent æquales, quod est absurdum, propter angulum rectum, CLK. Possent quoque ab, A, C, cadentes perpendiculares, vt super, EN, esse ambæ ad alteram partem dati puncti quod sit ex. gr. O, & tunc, iunctis, OA, OC, ostēderemus vt supra triangula, AIO, CLO, esse similia, & subinde angulum, AOI, æquari angulo, COL, partem toti, quod est absurdum. Ad nullum aliud ergo punctum extra periphæriam, BFE, ab, A, C, inflexæ se habent vt, AB, ad, BC, veluti sunt quæcunque ad puncta dictæ periphærię inclinatæ.

Quod erat ostendendum.



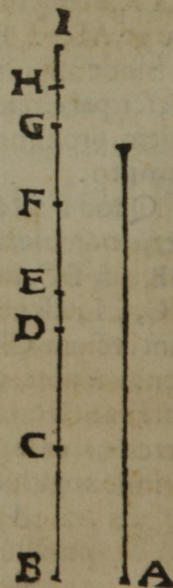
De

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# De magnitudinum incommensurabilitate.

## PROPOSITIO XXXIV.

*Datis duabus quibuscunque magnitudinibus incommensurabilibus, possibile est ab alterutra ipsarum auferre commensurabilem reliquæ, ita vt residuum sit minus quacunque proposita magnitudine.*




SInt datæ magnitudines incommēsurabiles, A, BI. Dico ab earum alterutra, vt à, BI, auferri posse magnitudinem ipsi, A, commensurabilem, quæ deficiat à, B I, quantitate minori oblata quacunque, vt minori ipsa, GI. Secetur, BI, bifariam in, E, & ab, A, auferatur ipsius dimidium, ac à residuo dimidium, sicque semper fiat, donec deuenianatur ad magnitudinem ipsa, BE, minorem, hoc enim fieri potest, cui
1.10.Ele æquetur, BC. Rursus multiplicetur, BC, donec fiat primò maior, BE, sitq; facta, BF, à qua si dematur, DF, ęqualis ipsi, BC, nō sit reliqua, BD, maior, BE. Dico autem punctum, F, cadere inter, E, I, si enim caderet in, I, vel vltra, I, esset, DF, non minor, EI, & subinde, C B, ipsi, D F, æqualis, esset non minor, B E, contra constructionem, quod est absurdum. Cadit ergo, F, inter, E, I, quare per, BF, aufertur à, BI, plusquam ipsius, BI, dimidium, & est, BF, constans ex partibus, BC, CD,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

CD, DF, æqualibus inter se, eidem, A, (vt est ipsa, BC,) commensurabilis.

Eodem modo ex reliqua, FI, quæ erit ipsi, A, incommensurabilis, auferemus plusquam dimidium, ipsi, A, commensurabile, & sic semper donec relinquatur minus, GI, hoc enim fieri potest; sitque talis magnitudo, FH, relinquēs, HI, minus, GI. Ergo cum vtræque, BF, FH, sint ipsi, A, commensurabiles, erunt quoque inter se commensurabiles, & tota, BH, erit singulis partibus, AF, FH, commensurabilis. Sunt itaque, A, commensurabilis ipsi, BF, &, HB, pariter eidem, BF, commensurabilis: vndè erunt, BH, &, A, inter se commensurabiles. Sed, BH, deficit à, BI, magnitudine, HI, minori oblata, GI. Ergo possibile est ab alterutra datarum magnitudinum incommensurabilium auferre reliquæ commensurabilem, quæ ab ipsa deficiat magnitudine quacunque oblata minori. Quod ostendere opus erat.

1.10. Ele

12. 10. Elem.

16. 10. Elem.

12. 10.

## SCHOLIVM.

*Hanc Propositionem apponere volui, mirabile enim mihi videtur illud, quod ab alterutra ipsarū magnitudinum incommensurabilium auferendum est, vt remaneant reliquæ commensurabiles, omni assignabili magnitudine minus esse posse. Non tamen illud dicendum est esse nihil quod inter duas magnitudines constituit incommensurabilitatem. sed erit aliquid, vt minus quacunque oblata magnitudine, alioquin essent & incommensurabiles, vt cōmensurabiles. Simile igitur quoddam mihi videtur hic contingere ei, quod circa hyperbolam, & asymptotos, si enim in infinitum producantur, ad seipsas prorius accedunt, & ad interuallum perueniunt minus quolibet dato interuallo, nec tamen ideò concurrunt. Hæc sunt Geometriæ admiranda, quæ etsi in infiniti abditis recessibus lateant, eiusdem tamen vim, & efficaciam non effugiunt.*

14.2.CO.

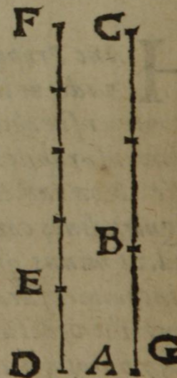


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# De motu puncti in circulo.

## PROPOSITIO XXXV.

*Si fuerint magnitudines, DE, AB, vt numerus ad numerum, & quot vnitates sunt in numero alterutrius, toties reliqua multiplicetur: fient ex vtraque multiplicatione æquales magnitudines. Et si sint duæ æquales magnitudines, vt, AC, DF, singulæ in quotcunque æquales partes diuisæ, ita vt pars, FD, sit, DE, & pars, AC, sit, AB: erit, DE, ad, AB, vt numerus partium in, AC, ad numerum partium in, DF.*




Sint ergo, DE, AB, multiplicatę, DE, quidem secundum vnitates numeri, AB, &, AB, secundum vnitates numeri, DE, factæque sint, DF, AC, quas dico æquales esse. Quoniam ergo vt numerus ipsius, AB, ad vnitatem, ita est numerus partium in, FD, æqualium, DE, ad vnitatem, ideò ita erunt omnes partes, FD, ad, DE, & ita, FD, ad, DE. Secetur, AB, in, G, vt quemadmodum est numerus partium, AB, ad vnitatem, ita sit, AB, ad, AG. Erit ergo vt vna, AB, ad vnam,
12,5. Ele. AG, ita omnes partes æquales, AB, quæ sunt in, AC, idest tota, AC, ad tot ęquales ipsi, AG, quot sunt partes ęquales ipsi, AB, in, AC. Sed illę tot sunt quot, vnitates sunt in numero ipsius, DE, ex constructione, & est AG, communis mensura ipsarum, DE, AB. Ergo, DE, constabit ex tot æqualibus ipsi, AG, quot vnitates sunt in numero ipsius, DE. Quapropter erit, CA, ad, DE, vt, BA, ad, AG, seù vt numerus partium, AB, ad vnitatem. Sed &, FD,

ad,

ad, DE, ostensa quoq; fuit esse vt numerus partium, AB, ad vnitatem. Ergo, DF, AC, ad eandem, DE, eandem rationem habebunt, & subindè erunt æquales.

Supponantur nunc ipsæ, DF, AC, æquales, singulæq; sectæ in partes æquales quotcunq; ita vt sint earum partes, DE, AB. Quoniam ergo, DF, AC, sunt æquales, ad eandem, ED, eandem rationem habebunt. Sit, BA, ad, AG, vt, FD, ad, ED. Erit ergo, BA, multiplex ipsius, AG, ac, FD, multiplex est ipsius, DE. Et quia, CA, ad, ED, est vt, FD, ad, DE, hoc est, vt, BA, ad, AG, permutando, CA, ad, AB, erit vt, DE, ad, AG. Erit ergo, DE, multiplex ipsius, AG, ac, CA, est multiplex ipsius, AB. Multitudo ergo partium in, DE, æqualium ipsi, AG, erit æqualis multitudini partium in, CA, ipsi, AB, æqualium. Et multitudo partium in, BA, æqualium, AG, erit æqualis multitudini partium in, DF, æqualium ipsi, DE. Erit igitur, DE, ad, AB, vt numerus partium in, CA, æqualium ipsi, AB, ad numerum partium in, FD, ipsi, DE, æqualium. Quæ ostendenda proponebatur.

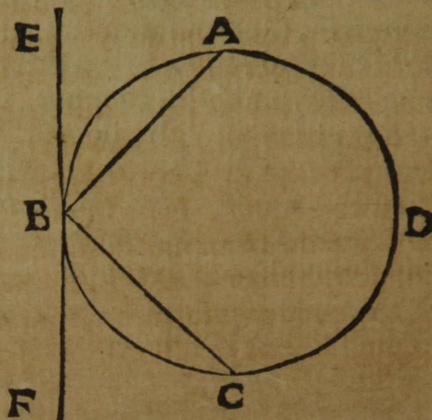
## PROPOSITIO XXXVI.

*Si in periphæria circuli cuiuscunq; assignetur quoduis punctum, tanquam initium motus, à quo discedat aliud punctum incedens per eiusdem circuli chordam, donec à periphæria reflectatur, & continuentur indefinitè motus, ac quæ deinceps subsequentur reflexiones; si arcus à præfata chorda subtensus fuerit ad totam periphæriam vt uumerus ad numerum: redibit punctum mobile ad initium motus post tot emensas integras periphærias, quot vnitates erunt in numero arcus à chorda subtensi, transibitque eodem tempore tot ex his arcubus, quot vnitates erunt in numero*



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

*periphæriæ. At si præfatus arcus fuerit integræ periphæriæ incommensurabilis, punctum mobile nunquam redibit ad initium motus.*




Sit circulus, ABCD, chorda, AB, & , A, statuatur tanquam initium motus, à quo discedens punctum mobile feratur per, AB, & reflectatur à, B, per, BC, à, C, per chordam, CD, & sic deinceps indefinitè, sitque primò arcus, AB, ad totam periphæriam, ABCDA, vt numerus ad numerum, exempli gr. vt 3. ad 14. Dico post tres emensos circulos, & 14. arcus, AB, rediturum punctum mobile ad initium, A,

Ducatur tangens circulum, in, B, nempè, EF; igitur iuxta legem incidentiæ, & reflexionis apud Opticos, & Me-
32.3. Elé. chanicos, erit angulus, EBA, æqualis angulo, FBC; sed, EBA, æqualis est ei, qui fit in coalterna portione, BCDA; &, FBC, ei, qui fit in coalterna portione, BADC. Ergo
26.3. Elé. anguli portionum, BCDA, BADC, erunt æquales, & subindè ipsæ periphæriæ, AB, BC, quibus insistunt adæquabuntur. Eodem modo ostendemus arcus reflexionum, quæ deinceps sequuntur, esse ipsis, AB, BC, semper æquales: quapropter omnes per has reflexiones decursi arcus
Per priorem partem ant. erunt æquales inter se. Quoniam ergo, AB, ad, ABCDA, est vt 3. ad 14. erunt 14. arcus, AB, æquales 3. periphærijs, ABCDA. Ergo punctum mobile cum emensus fuerit 3. periphærias, ABCDA, & 14. arcus, AB, erit in ipso, A, initio motus.

Sit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Sit nunc, AB, incommensurabilis ipsi, ABCDA, periphærię. Dico punctum mobile, continuatis quantumuis reflexionibus, nunquam rediturum esse in, A. Redeat enim ad, A, si fieri potest, post emensas aliquot periphærias, ABCDA, vt ex. gr. decursis 7. ex illis. Quoniam ergo arcus reflexionum sunt semper æquales, habebimus duas magnitudines æquales, seù vnam duabus ęquipollentem, nempè aggregatum ex 7. periphęrijs, diuisum tum in 7. partes ęquales, tum etiam in arcus ipsi, AB, æquales, qui erunt aliquo numero numerabiles, si enim essent innumerabiles, cum ęquētur 7. periphærijs integris, essent istæ quid infinitum, quod est absurdum. Erit ergo vt numerus integrarum periphæriarum ad numerum decursorum arcuum, ita arcus, AB, ad periphęriam, ABCDA. Non igitur, AB, erit ipsi, ABCDA, incommensurabilis, contra suppositum, quod est absurdum. Itaque punctum mobile nunquam redibit ad, A. Quod, &c.

Per post partem ant.

## *SCHOLIVM.*

*Simile quodam accideret in Planetis, si eorum velocitates essent incommensurabiles, nunquam enim iterum coniungerentur in eodem puncto, in quo semel fuissent coniuncti; alioquin circulationes eorundem eodem tempore effectæ essent, vt numerus ad numerum, & sic consequenter eorum velocitates non essent incommensurabiles. Si ergo tales essent motus cælestes, in æternum non redirent eædem syderum constitutiones, seù annus magnus, quem vocant Platonicum in immensam extensionem abiret. Itaque frustra eiusdem reditum Platonici expectarent.*





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# De foco Speculi sphærici concaui.

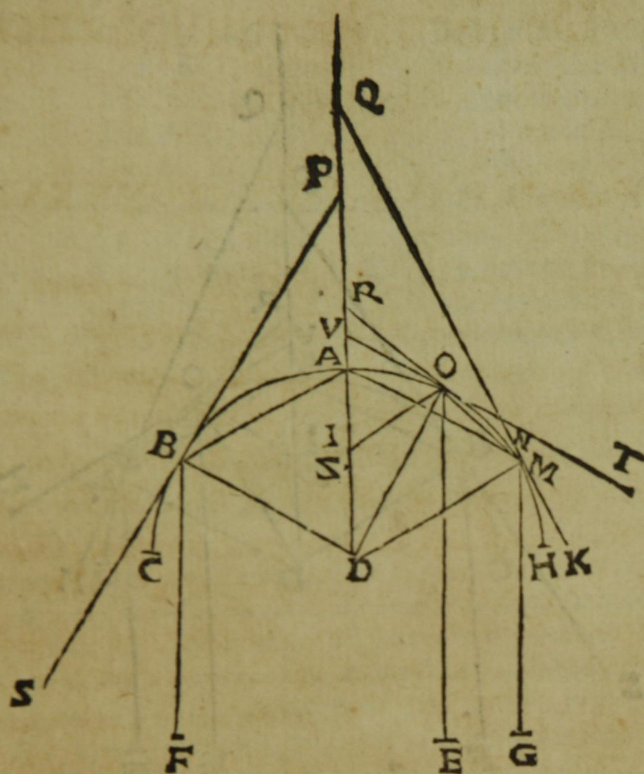
## PROPOSITIO XXXVII.

*Si sit semicircumferentia circuli, CAH, super centro, D, bifariam secta in, A, per radium, DA, indefinitè productũ versus, A; ducaturque, AN, latus exagoni, &, AB, sumatur æqualis arcui, AN, ac reuoluatur periphæria, CAH, circa axem, AD, vt fiat, CAH, superficies sphærica, & quicunque radij axi, AD, paralleli incidant in dictam superficiem. Dico quod speculum concauum, BAN, reflectet parallelos axi procedentes ab, A, versus, N, B, in puncta ipsius, AZ, (quæ sit ½ ipsius, AD,) procedendo à, Z, versus, A. At speculum concauum, seu fascia, CB, NH, reflectet parallelos axi procedentes à, B, N, in, C, H, in puncta eius, quæ est in directum ipsi, AD, ab, A, vltra ipsum, A, in infinitum procedendo.*

Sint ergo tres radij ipsi, AD, paralleli, EO, FB, GM, ipsorumque, EO, GM, reflexæ, OI, MR, & iungantur, DO, DB, DM, BA, ducanturque tangentes in, O, B, M, occurrẽtes ipsi, DA, productæ in, V, P, Q, nempè, VOT, PBS, QMK. Quoniam ergo, EO, OI, sunt incidens, & reflexa, iuxta legem Opticorum efficiunt cum, VT, angulos æquales; sed etiam, DOV, DOT, recti, sunt æquales. Ergo reliqui, DOE, DOI, & subindè, ODI, DOI, erunt inter se æquales; vnde, OI, erit ęqualis, ID. Similiter quia, EOT, VOI, sunt æquales, etiam interior, OVI, parallelarum, EO, DA,

erit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

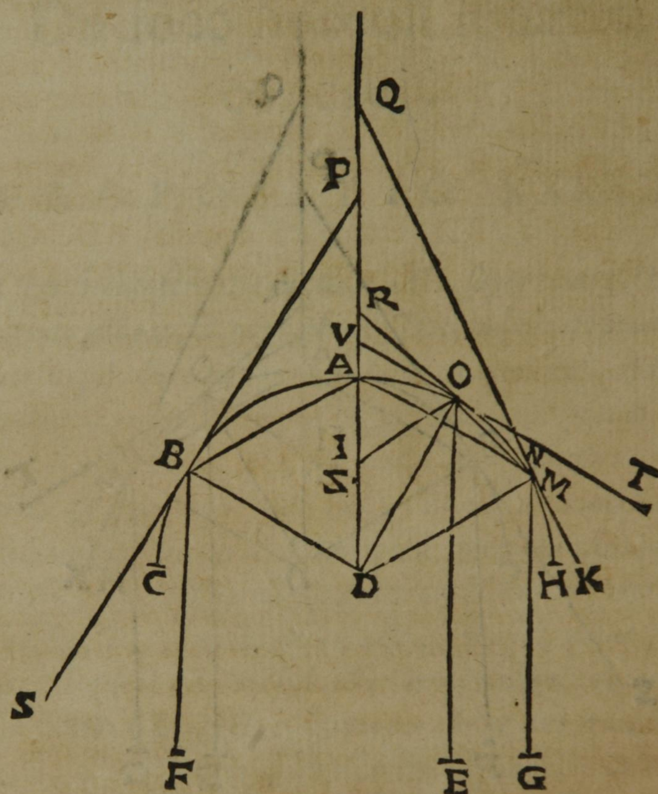



erit æqualis ipsi, VOI, vnde &, IO, erit ęqualis, IV. Quapropter, VD, erit bifariam secta in, I. Ergo, I, cadet inter, 16.3.Ele.
Z, A, non enim cadet inter periphæriam, AO, & tangentem, VO. Et quia tangentes, quò magis punctum contactus recedet ab, A, remotius ab ipso, A, occurrunt productę, DA, vt facilè probari potest: ideò punctum bifariæ sectionis, vt, I, semper magis, ac magis appropinquabit ipsi, A, non tamẽ vllus perueniet ad, A, nisi, FB, ac quæcunque parallela axi incidens in puncta peripherię circuli axi, AB, erecti, cuius diameter est, BN, vt nunc probabitur.

Dico igitur, BA, esse reflexam ipsius, FB. Cum enim, BA, sit latus exagoni, æquabitur ipsi, AD, vndè angulus,

ADB,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135




AD , & ſubinde illi coalternus, FBD , æquabitur ipſi, D BA . Cum ergo totus , DBS , toti , DBP, ſit æqualis, quia ſunt recti, & pars, FBD, parti, DBA; reliquus angulus, FBS, æquabitur reliquo, ABP . Quare, BA , erit reflexa ipſius, FB . Idem verò de cæteris ipſi, FB, ſimilibus probabitur. Ex quo conſtat procedendo ab, A, verſus, B, N, puncta reflexionum procedere à , Z , verſus, A .

Deniq; angulus, GMK, æquabitur ipſi, RMQ, ſed, G MK, exterior æquatur interiori, RQM, parallelarum, G M, DQ; ergo, RMQ, æquabitur ipſi, RQM, & ſubindè, RM, æquabitur ipſi, RQ. Quia verò anguli recti, DMQ, DMK, ſunt æquales, vt & ipſi, GMK, RMQ, reliqui, G MD,

MD, DMR, erunt pariter æquales; sed, GMD, æquatur ipsi, MDR. Ergo, MDR, DMR, erunt æquales, vnde & ipsæ, MR, RD, æquales erunt. Sed, MR, ostensa fuit æqualis ipsi, RQ. Ergo, DQ, bifariam secatur in, R. Sed &, PD, bifariam secatur in, A, cum enim anguli, FBS, ABP, seù, APB, ABP, sit æquales, etiam, AB, AP, erunt æquales, &, BA, æquatur ipsi, AD, quare &, PA, æquabitur ipsi, AD. Cum ergo, QD, sit maior, DP, etiam dimidia, RD, maior erit dimidia, AD. Quare punctum, R, erit supra, A. Idem de cæteris probabitur, & incidentes in, HN, CB, fasciam remotius à, BN, reflecti in puncta ipsius, AQ, ab, A, remotiora. Constat ergo propositum.

## SCHOLIVM.

*Propriè igitur non datur focus pro speculo sphærico, BAN, cum reflexio fiat in tota, AZ: verum si sumpserimus speculum circa, A, cuius arcus sit paucorum graduum, reflexio à toto speculo fiet ferè circa Z, medium radij, DA. Similiter si arcus fasciæ, decerptæ ex, BC, NH, propè, BN, fuerit paucorum graduum, deseruiet pro illius foco punctum, A, cui proximè plures radij à dicta fascia reflectentur, cum reliqui à maiori fascia reflexi, vt à tota, BC, NH, abeant in infinitum versus, Q. Comburet ergo speculum circa, Z, & fascia circa, A, quod & experientia demonstrat.*

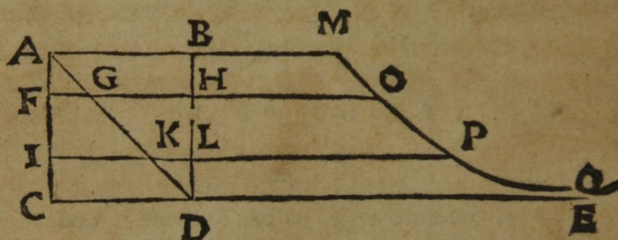
De

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

# De solido infinitè longo æquali finito.

## PROPOSITIO XXXVIII.

*Solidum infinitè longum æquale finito per Indiuisibilia facilè exhibere.*




SIt parallelogrammum, ACDB, eius diameter, AD, in qua sumptis quotcunq; punctis, G, K, & ductis per ea parallelis ipsi, AB, CD, nempè, FGH, IKL, fiat, GH, ad, HF, vt, HF, ad, HO, in directum ipsi, HF. Similiter vt, KL, ad, LI, ita fiat, LI, ad, LP, ipsi, LI, in directum, & sic de cæteris, sitq; BM, æqualis, & in directum ipsi, BA, ac per puncta, M, O, P, &c. ducatur curua, quæ cum, C D, indefinitè producta nunquam conueniet, si enim possibile est conuenire, vt in, Q, erit vt punctum, D, ad, DC, ita, DC, ad lineam finitam, quod est absurdum, erit ergo, C E, asymptotus, rectangulaque, A BM, GHO, KLP, æquabuntur per ordinem quadratis, A
17.6. Elé. B, FH, IL. Si ergo parallelogrammum, CB, cum triangulo, ABD, eleuetur vt, CB, cum, CB, constituat paralleleppipedum, &, ABD, cum, BDQM, solidum, quod erit infinitè longum, nempè versus, Q; erit præfatum paralleppipedum huic solido infinitè longo æquale, nam sicuti exempli gratia rectangulum, GHO,

GHO, quod est vnum ex omnibus planis solidi sub, ABD, BDQM, æquatur quadrato, FH, quod est vnum ex omnibus planis paralleleppipedi sub, C B, &, CB, ita omnia plana æquantur omnibus planis, at consequenter solidum sub, ABD, BMQD, quod est infinitè longum, æquatur paralleleppipedo sub, CB, &, CB, finitæ magnitudinis. Inuentum ergo est, quod opus erat.

17. 6. Elé.

3. Exer. 1.

## SCHOLIVM.

*SI vice diametri, A D, ducantur quæcunque diagonales ab, A, ad, D, orientur infinita solida infinitè longa, singula paralleleppipedo sub, C B, &, CB, æqualia, quod eodem modo patefiet.*

# De Hydracontisterio, hoc est Vase aquarum eiaculatorio.

## PROPOSITIO. XXXIX.

*Prædictum Hydracontisterium construere.*

CVm incidissem in illam machinam Hydraulicam, quæ extrahit, & proijcit aquas meritò duarum rotularum, quarum dentes ità sibi adhærescunt, vt dum mouentur, vel ipsi aeri transitum interdicant, & includuntur Vase o-uali, vt pluribus notum est, cuius nescio quis fuerit inuentor: artificium summè admiratus sum. Sed visa est hæc machina maximam subire imperfectionem, ex eo quod confrica-



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

ti dentes, quàm citò conterantur, deturque transitus, & aeri, & aquæ, vnde inutilis fiat; præter summam difficultatem, quæ videbatur cõtingere posse in ipsius constructione. Quapropter mente cogitans, an id aliter fieri posset subuenit forma, quam infra describimus, quæ est, ni fallor, ad construendum facilior, & confricatione potius perficitur, quàm vitietur; præterquam maxima violentia proijcit aquas, vt propterea ipsum Vas Hydracontisterium, seù aquarum eiaculatorium appellauerim.

Hoc ergo Vas debet fieri ex materia durissima, & est capsula rotunda foris, & intus, licet intus non perfectè, vt mox patebit. Intrà datum Vas duo sunt frusta, quorum vnum est Tympanum, seù Cylindrus Vase ità inclusus, vt sit fundo perpendicularis, excentricus, prominens extra operculum Vasis, qui habet fixuram per axem æquali ductu, & latitudine in ipso incisam à superficie interiori fundi vsque ad interiorem operculi. Iuxta latitudinem fixuræ debet fieri Tabella, eiusdemque altitudinis, quæ per ipsam fixuram, dum Tympanum Manubrio conuertitur, susque, deque continuò reciprocetur, abradens superficiem interiorem Vasis, fundũ, & operculum. Hinc enim eueniet, vt per quoddam foramen attracta aqua illa constricta in angustum locum egrediatur per aliud foramen, si modò Vas sit vndiq; clausum, ne aer intùs penetrare possit. Sed hæc clariùs ex schemate fundi eiusdem Vasis puto intelligentur, quod nunc exhibemus in hac prima figura.

Sit ergo, ABCD, peripheria interior fundi prædicti Vasis, & in ea diameter, CLA, accepta autem circino, CL, quę relinquat, LA, paruæ quantitatis, prout nobis placebit, inueniatur, BD, perpendicularis ipsi, AC, & ęqualis, LC, quibus concurrentibus in, N, centro, N, interuallo, NL, describatur circulus, LHMK, qui quo minus excentricus erit, & maior, eo minor erit labor in operando. Similiter à puncto, B, vel ipsi vt cunque proximo vt, G, ducatur flexuosa linea, vt, GL, quę poterit esse peripheria circuli cauitatis, quam artifex meliorem iudicarit. Vlterius ductis, LQ, PM, parallelis, ac centrum intercipientibus, ab eoque ęqualiter distantibus fiat, LRCSL, quæ repræsentabit formam

Ta-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Tabellæ transeuntis per fixuram, LQMP, Tympani, LHMK, quod voluatur in circulo, LHMK, excauato intrà fundum. Linea, GL, ostendit superficiem Vasis, secundum quam deuiat à perfecta rotunditate: ALP, est locus diaphragmate claudendus, nè aqua in parte, CGO, constituta, & compressa possit transire ad partes, D, sed cogatur egredi per foramen, vt, OE. Sic igitur constituto, AC, vt stet perpendicularis Horizonti, facto foramine tractorio in, F, circa medium semicirculi, AFC, si Manubrio voluatur Tympanum, LHMK, à, C, in, B, (vt semper supponimus fieri motum) Tabella, LC, abradet peripheriam, & superficiem interiorem vasis incedens secundum semitam, CBGL, constringensque aerem, qui erit in parte, CBGOQ, egredi per foramen, E. Vnde opportebit succedere aerem, & deinde aquam per foramen, F, ipsamque simili ratione constringi à Tabel-



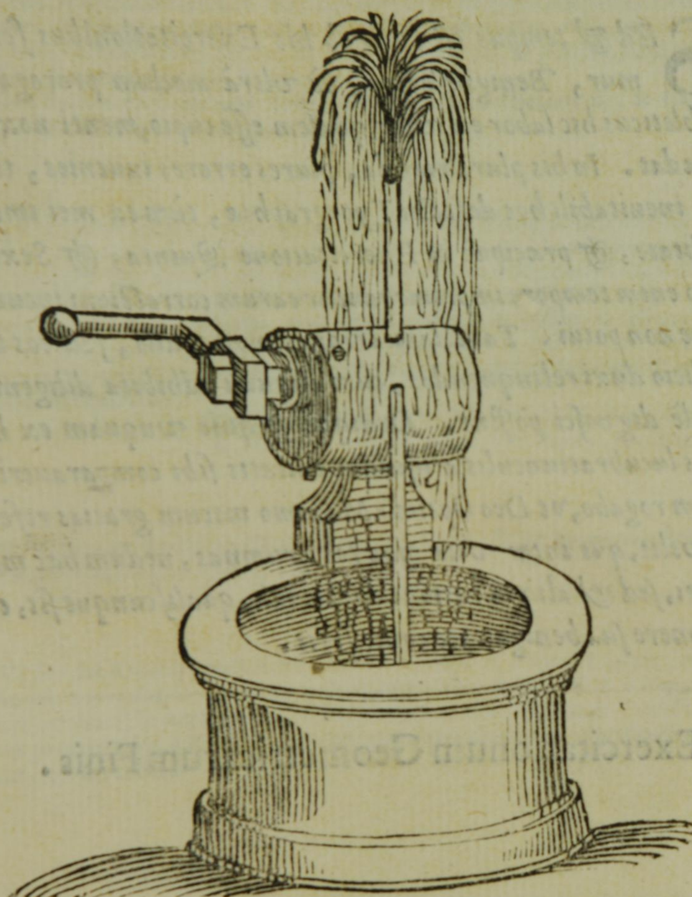
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

la,LC, dum morietur versus,B, ita vt idcircò velocissimè, ac violentissimè per foramen, E, egredietur aqua. Et quia Tabella, si conteratur in, SC, semper magis adhærescet superficiei Vasis interioris,quam abradit;Ideò dixi in vsu hanc machinam perfectiorem fieri, licet nec ipsa careant suis difficultatibus.

Non in longiorem sermonem hanc difundimus doctrinam, quia peritus artifex, quæ deficiunt sua industria supplere poterit, tàm circa diaphragma, ALP, quā superficiem, GL, & cætera, quæ spectant,ad ipsam machinam,exquisitè laborandam. Hoc autem solùm moneo considerandum esse,Tympanum egredi ex operculo, & ideò in egressu posse collum fieri in ipso operculo, & in parte exteriori, vt circa ipsum collum circumduci possit corium filo constringens & collum, & partem Tympani extantem extrà Vas, ne detur aeri ingressus.

Porrò ipsam machinam actu operantem in secunda figura videre potes, quàm ni satis explicaui ęqui, bonique consulas, cum nouo impediar morbo quo & plura alia cogor hic prętermittere typographo instante, & ad finem impressionis properante.





SCHO-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## SCHOLIVM.

SEd & tempus est, vt ab his Exercitationibus feriẽmur, Benigne lector, nè vltrà modum prorogatus athleticus hic labor ex vtili, qualem esse cupio, menti noxius euadat. In his plura menda, plures errores inuenies, tùm ex ineuitabili hoc defectu Typographiæ, tùm ex mei imbecillitate, & præcipuè in Exercitatione Quinta, & Sexta, quo enim tempore imprimebantur earum correctioni incumbere non potui. Tabellam errorum non trado, sed eos tuo iudicio duxi relinquendos, cum aliquali adhibita diligentia facilè dignosci possint. Denique si quis vnquam ex his meis lucubratiunculis aliquid vtilitatis sibi comparauerit, ipsum rogabo, vt Deo Optimo Maximo mecum gratias referre velit, qui inter vitæ meæ tot ærumnas, nedum hæc meditari, sed & aliqua ratione doctrinali, qualiscunque sit, ea disponere sua benignitate concesserit.

## Exercitationum Geometricarum Finis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

## Facultas Reuerendiſs. P. Generalis,

NOs F. Gregorius Ferrarius à Cremona Congregationis Ieſuatorum S. Hieronymi Generalis, Opus cui titulus eſt, *Exercitationes Geometricæ*, à noſtro in Chriſto Filio Adm. R. P. F. Bonauentura Caualerio Priore Maſcarellæ, Mathematicarum in almo Bononienſi Archigymnaſio primario Profeſſore, & Congregationis noſtræ Sacerdote elaboratum, cum nobis conſtet nihil contrà fidem, aut bonos mores continere, vt publici Iuris effici poſſit, ſeruatis ſeruandis, facultatem concedimus.

Dat. Bonon. ex Conuentu noſtræ Reſidentiæ SS. Hieronymi, & Euſtachij. Die 15. Menſis Auguſti. Anni 1646.

DE ſex hiſce Geometricis Exercitationibus Doctiſſimi, & Eruditiſſimi Viri in omnibus Mathematicis Admodum Reuer. Patris Bonauenturæ Caualerij ego infraſcriptus Reuiſor deputatus ab Eminentiſs. D. Cardinali Ludouiſio Archiepiſcopo, hoc mihi dicendum ſuppetit eas eſſe omni admiratione, & laude digniſſimas, quæ ingens non modo Auctori vt reliqua eius opera, ſed etiam Archigymnaſio Bononienſi decus ſint allaturæ, quibus etiam typis comiſſis, plurimum vtilitatis vniuerſæ literariæ Reipublicę acceſſurum eſſe exiſtimo.

Ouidius Montalbanus Philoſ. & Med. Doct. Colleg. & Mathematicus in Archigym. Bonon. Ordinarius.

V. D. Alexius Ledeſma Cleric. Regul. S. Pauli; & in Metropol. Bonon. Pænitent. pro eodem Eminentiſs.

Vidit F. Io. Riccius pro Reuerendiſſimo P. Inquiſit. Bonon. Librum, cui titulus eſt. *Exercitationes Geometricæ*, ab eximio Viro Admod. R. P. F. Bonauentura Caualerio, in Archigymnaſio Bononienſi Mathematicarum Profeſſore, opus præceptoris diſcipulus, & tanquam æterna memoria vt prælo committatur dignum cenſet.

*Imprimatur.*

F. Ludouicus Maria Calchus Magiſter, & Vicarius Generalis Sancti Offitij Bononiæ.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135

00564418

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.135